

P E D A G O G I A

O PROGRAMA DE MATEMÁTICA DA ACTUAL REFORMA DO ENSINO LICEAL*

III

por *Maria Teodora Alves*

O programa de Matemática do 3.º ciclo consta de Aritmética, Álgebra, Trigonometria e Geometria Analítica.

A Aritmética é estudada no 6.º ano, a Geometria Analítica no 7.º ano e a Álgebra e Trigonometria são estudadas tanto no 6.º como no 7.º ano.

O programa de Matemática neste ciclo é, pois, dispersivo. Mas, pior do que a dispersão por quatro ramos da Matemática, há a dispersão que provém dos assuntos tratados em cada um destes ramos não terem sido bem coordenados, apresentando soluções de continuidade, até com saltos bruscos.

Na Aritmética, no 6.º ano, a teoria dos números inteiros é estudada com a recomendação expressa de que «A teoria da adição e da multiplicação são apresentadas pelo método da indução»; em Álgebra no 7.º ano é estudado o número complexo a duas unidades; mas o número fraccionário não é objecto de estudo neste ciclo. O aluno é, portanto, deixado com as ideias intuitivas, e referidas apenas à técnica de cálculo, que adquiriu no 1.º ciclo. Quanto ao número irracional, o aluno é também deixado com a noção a que se refere o programa do 4.º ano, o que equivale a dizer que é deixado sem nenhuma ideia a tal respeito.

Em resumo: O aluno termina o curso dos liceus sem ter adquirido o conceito de número; ignora os métodos a que a Matemática recorreu para generalizar sucessivamente o conceito de número e as condições de unificação desse conceito nas generalizações e analogias que foram estabelecidas.

O aluno opera com números mas não tem o conceito de número!

O programa de Álgebra do 6.º ano inclui as seguintes rubricas:

«Infinitamente grandes; infinitésimos; infinitésimos simultaneos, teoremas relativos ao produto e à soma de infinitésimos.

Limite de uma variável; limite de uma função; operações sobre limites. Noção elementar de continuidade de uma função».

A estas rubricas segue-se esta outra: «Propriedades dos polinómios inteiros».

Mas no programa do 7.º ano surge desgarrado o conceito de derivada de uma função, perdido entre

estas duas rubricas: «Problemas do 1.º e 2.º grau; discussão» e «Fórmulas da soma e da diferença de de dois ângulos».

Já tive ocasião de me referir na *Gazeta de Matemática* (N.º 43) à má localização do conceito de derivada de uma função, no programa de Matemática do 3.º ciclo, e também ao facto desse programa não pedir nenhuma das aplicações desse importantíssimo conceito.

Não vale a pena introduzir no programa o conceito de derivada de uma função somente para que o aluno aprenda a derivar funções constituídas por radicais e fracções empoleiradas umas nas outras, que a imaginação dos autores dos livros de exercícios, ou dos professores, possa constituir.

Se não é possível introduzir no programa algumas aplicações do conceito de derivada de uma função, é preferível que esse conceito seja suprimido. Por outro lado, há uma omissão no programa de Matemática do 3.º ciclo que afecta gravemente todos os alunos que terminam o curso dos liceus: Não há nenhuma referência ao cálculo aproximado das operações numéricas nem aos erros dos resultados operatórios.

É vulgar, na resolução de problemas de Matemática, em que intervenham medidas, os alunos apresentarem resultados sem nenhum significado, porque excedem — e em muito — os limites dos erros cometidos nos dados do problema.

Em Física é também vulgaríssimo os alunos apresentarem resultados com seis e mais casas decimais de aproximação, quando a 3.ª casa decimal é já incerta.

Medir e operar com medidas, sem a consciência dos erros cometidos, é medir mal. E é dificilmente justificável que a escola secundária, ensinando o aluno a medir as mais diversas grandezas, e em vários sistemas de unidades, não dê ao aluno o sentido justo da medição.

É, por isso, que surgem casos como este: Um número recente de uma categorizada revista científica portuguesa, com expansão no estrangeiro, insere um artigo em que há medidas estatísticas aproximadas a décimas, com erros prováveis aproximados a sete casas decimais!

Pouco depois da guerra, em 1945, o importante hebdomadário londrino «*The Observer*» entrevistou,

* Vide *Gazeta de Matemática*, n.º 48 e 49.

por intermédio de um correspondente especial, SIR EDWARD APPLETON, que durante a guerra ocupou o importante cargo de «Secretary of the Department of Scientific and Industrial Research».

Vou transcrever alguns períodos da notável entrevista, inserta em «The Observer», onde a meu ver, a função da escola secundária é posta com justo relevo: SIR EDWARD is in favour of a good general education even for those who will later become scientific specialists.

He emphasises the dangers of too early specialisation and thinks the examination system should be adjusted to prevent this.

«It is wrong» he says «that schoolboys should be asked to answer easy questions about advanced science when they ought be asked difficult questions about elementary science.»

Devo transcrever mais alguns períodos dessa notável entrevista, para que se não julgue, com a transcrição que acaba de ser feita, que APPLETON pretende diminuir a importância da especialização: SIR EDWARD believes that the day of the lonely genius, working alone in his secluded laboratory, may be almost over: the future lies mainly with teams.

Com efeito, os radar, os anti-bióticos, os estudos da Física nuclear, etc: confirmam a opinião de APPLETON acerca do trabalho de investigação científica por equipas.

Este ilustre professor e investigador, considerado actualmente dos mais notáveis homens de ciência, entende que a especialização é uma necessidade imperiosa imposta pelo enorme desenvolvimento da ciência, mas deve ter por base sólida cultura geral.

E é a escola secundária que deverá fornecer essa cultura geral.

Os programas da escola secundária têm que ser bem estudados e coordenados.

Os professores de todos os graus de ensino devem colaborar na organização dos programas da escola secundária. Em especial, a organização dos programas das disciplinas do 3.º ciclo precisa da colaboração dos professores do ensino superior. Trata-se da resolução de um alto problema científico que interessa a toda a mocidade do nosso país. Nenhum professor pode eximir-se a colaborar na resolução e discussão desse problema.

Indicadas as deficiências do actual programa de Matemática do 3.º ciclo, na minha opinião, apresentarei as directrizes gerais a que esse programa deverá obedecer. Julgo não esquecer que a característica da escola secundária, mesmo no 3.º ciclo, é essencialmente formativa, de carácter geral, e não de técnica.

É possível imaginar vários arranjos nas matérias que podem constituir o programa de Matemática do

3.º ciclo e eu manifesto a minha preferência por aquele que a seguir exponho e que fica submetido à apreciação de quem se interesse por estes assuntos.

No 6.º ano seria somente estudada Álgebra e Trigonometria.

No 7.º ano seria também somente estudada Álgebra e Aritmética Racional.

O actual programa de Álgebra do 6.º ano seria acrescido do conceito de derivada de uma função, colocado a seguir à rubrica do programa actual «Conceito de continuidade de uma função» e tendo como aplicação o estudo da variação das seguintes funções:

$$y = ax + b; \quad y = ax^2 + bx + c \quad \text{e} \quad y = \frac{ax + b}{a'x + b'}$$

Ainda o actual programa de Álgebra do 6.º ano seria acrescido do estudo da função exponencial e dos logaritmos. (Matéria a deslocar do programa do 5.º ano. Veja-se *Gazeta de Matemática*, número 49).

No 7.º ano seria estudada a Álgebra que consta do actual programa e a Aritmética Racional, acrescida da teoria do número fraccionário, do número irracional e do cálculo das aproximações numéricas.

A propósito do estudo do número irracional e das dificuldades que o aluno encontra nesse estudo, R. COURANT, que é um investigador e tratadista notável das ciências Matemáticas, diz o seguinte:

Some modern text books on mathematics repel many students by starting with a pedantically complete analysis of the real number system.

Mas eu considero que, de fazer uma completa análise do sistema de números reais, a não fazer nenhuma, há muitíssimas situações intermediárias e é uma dessas situações intermediárias que preconizo para o programa de Matemática do 3.º ciclo, tanto mais que o estudo do número irracional permitiria ao aluno aplicar o conceito de limite, que estudou no 6.º ano, firmando e esclarecendo as suas ideias a respeito desse importantíssimo conceito.

Estes acrescentamentos ao programa de Matemática do 3.º ciclo torná-lo-iam mais homogéneo e, no arranjo final das matérias que o constituiriam, também mais, aliviado, porquanto a Aritmética Racional seria deslocada para o 7.º ano e a Geometria Analítica seria suprimida.

Poderá parecer descabida a supressão da Geometria Analítica, no programa do 3.º ciclo. Mas vejamos: No 1.º ano do Liceu, o aluno é iniciado na leitura e construção de gráficos cartesianos. No 2.º ano estuda a representação gráfica da proporcionalidade directa, applicando-a á resolução de problemas simples. No 3.º, estuda a representação de um ponto num plano (em coordenadas cartesianas rectangulares) e representa-

ção gráfica de $y=ax$ e $y=ax+b$ em que a e b são valores numéricos. Ainda no 3.º ano, estuda a resolução gráfica da equação numérica do 1.º grau a uma incógnita; de um sistema de duas equações numéricas do 1.º grau a duas incógnitas e desigualdades inteiras do 1.º grau a uma incógnita. No 7.º ano estuda a resolução gráfica da equação do 2.º grau e a representação gráfica do trinómio do 2.º grau.

Depois de tudo isto, o actual programa intercala o estudo da Trigonometria, seguindo-se depois, finalmente, a Geometria Analítica.

Leia-se, agora, o programa de Geometria Analítica e ver-se-á que é constituído por «easy questions about advanced science...», a que se refere o ilustre APPLETON.

Mas se se quiser que seja dada aos alunos uma ideia da existência da Geometria Analítica, como ramo próprio das ciências matemáticas, bastará que as instruções que acompanhem o programa destinem uma ou duas lições para que o professor apresente uma síntese dos conhecimentos dos anos anteriores que os alunos já possuem desse ramo da Matemática.

MOVIMENTO CIENTÍFICO

CONGRESSO LUSO-ESPANHOL PARA O PROGRESSO DAS CIÊNCIAS — Málaga — 1951

De 9 a 16 de Dezembro de 1951 realizou-se em Málaga o XIV Congresso Luso-Espanhol para o Progresso das Ciências. Juntaram-se naquela cidade espanhola cerca de duzentos intelectuais espanhóis e portugueses, que apresentaram os resultados dos seus trabalhos de investigação e discutiram as matérias que os interessam nos vários ramos da ciência.

A Secção de Matemática reuniu-se sob a presidência do Prof. Alfonso Rey Pastor (Univ. de Madrid) e a vice-presidência do Prof. Diogo Pacheco de Amorim (Univ. de Coimbra), secretariados pelo Prof. Aldeanueva Salguero (Escuela de Peritos Industriales de Málaga). O discurso inaugural foi pronunciado pelo Prof. Almeida Costa (Univ. do Porto), que se ocupou do tema: «História dos domínios multiplicativos associativos».

Os trabalhos apresentados, que, por vezes, suscitaram atentas discussões, foram os seguintes:

1. «La tabulación numérica de ecuaciones», por Juan García.
2. «O teorema de Pohlke e a sua generalização ao caso da projecção central», por Jáyme Rios de Souza.
3. «Nuevos métodos nomográficos», por J. Belgrano.
4. «Sobre o conceito de posição», por Renato Pereira Coelho (que se deslocou subsidiado pela Sociedade Portuguesa de Matemática).
5. «Cráterios para comparar estimadores», por Sixto Rios.
6. «Estimación de las reservas matemáticas por medio de muestras», por Juan Béjar (comunicação apresentada por Sixto Rios).

7. «Sobre la construcción de funciones continuas no derivables» por Rey Pastor.
8. «Esquemas indefinidos de Poisson», por Diogo Pacheco de Amorim.
9. «Sobre algunas funciones algebraicas relacionadas con la integración sistemática de diferenciales elementales», por Manuel Velasco Pando (comunicação apresentada por Rey Pastor).
10. «Algunos teoremas sobre las funcionales lineales», por San Juan (também apresentada por Rey Pastor).
11. «Modificación del test de Lawley para pequeñas muestras», por Alfonso Guiraum (comunicação lida por Sixto Rios).
12. «Sobre una generalización de las curvas de Pearson», por S. Navarro Sagristá (idem).
13. «Sobre os dois grupos de funções de conjunto de primeira classe e a axiomática dos espaços topológicos mais gerais», por Luís Albuquerque (representante da Sociedade Portuguesa de Matemática).
14. «Las matemáticas en la mecánica cuántica», por António López Franco (lida pelo Prof. Iñiguez, vice-reitor da Univ. de Zaragoza).
15. «Sugerencia acerca de la construcción de aparatos para el cálculo de integrales dobles y la integración de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias», por J. Belgrano.

Na reunião final das direcções das Associações Espanhola e Portuguesa para o Progresso das Ciências foi resolvido que o próximo Congresso se realizasse em 1953, em Oviedo.

L. A.

COLÓQUIO INTERNACIONAL DE GEOMETRIA DIFERENCIAL

Promovido pelo Centro Belga de Investigações Matemáticas realizou-se, em Louvain, em Abril de 1951, um colóquio sobre Geometria Diferencial que reuniu

um grupo de especialistas deste ramo da Geometria. É o terceiro colóquio internacional organizado pelo C. B. I. M. e segue-se aos de Geometria Algébrica e