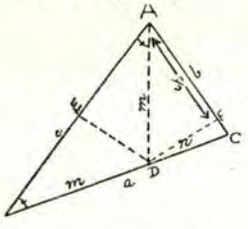
e, efectuadas as simplificações, obtem-se

$$a^2 = b\,(b + c)$$



Nota: A projecção de m sobre b é $c/_2$ em virtude dos triângulos rectângulos construidos na figura serem iguais.

3652 — Publica-se a solução apresentada pelo Sr. Fernando de Jesus único soluçionista:

R: *Uma solução evidente é* $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$. *Supondo a solução em que* $x \neq 0$ *e* $y \neq 0$ *tem-se:*

$$\begin{cases} (2x^2y+4x)^2=(2y-xy^2)^2+3x^2y^2 \\ 2x^2y+4x=xy^2-2y+xy \end{cases} \quad \begin{cases} 2\,(xy-2y)\,xy+ \\ \quad +x^2y^2=3x^2y^2 \\ 2x^2y+4x=xy^2- \\ \quad -2y+xy \end{cases}$$

$$\begin{cases} (xy^2-2y)=xy \\ 2x^2y+4x=xy^2- \\ \quad -2y+xy \end{cases} \quad \begin{cases} xy-x-2=0 \\ 2x^2y+4x= \\ \quad =y\,(xy-2)+ \\ \quad +xy \end{cases} \quad \begin{cases} xy-x-2=0 \\ x^2y+2x=xy \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy-x-2=0 \\ xy\,(x-1)+2x=0 \end{cases} \quad \begin{cases} xy-x-2=0 \\ (x+2)\,(x-1)+2x=0 \end{cases} \quad \begin{cases} xy-x-2=0 \\ x^2+3x-2=0 \end{cases}$$

o que dá as soluções:

$$\begin{cases} y=\dfrac{1+\sqrt{17}}{-3+\sqrt{17}} \\ x=\dfrac{-3+\sqrt{17}}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} y=\dfrac{1-\sqrt{17}}{-3-\sqrt{17}} \\ x=\dfrac{-3-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

3653 — Apresentaram solução os Srs. Vinha Novais, António H. Alves de Oliveira e Fernando de Jesus, publicando-se a solução deste último:

R: *O sistema* $\begin{cases} x^2+y^2-6x-8y=0 \\ y=x\,\mathrm{tg}\,\alpha \end{cases}$ *dá*

$$B\left(\frac{6+8\,\mathrm{tg}\,\alpha}{\sec^2\alpha}\,,\ \frac{6+8\,\mathrm{tg}\,\alpha}{\sec^2\alpha}\,\mathrm{tg}\,\alpha\right).$$

Como $A\,(6\,,0)$ *vem:*

$$\overline{AB}=\sqrt{\left(\frac{6+8\,\mathrm{tg}\,\alpha}{\sec^2\alpha}-6\right)^2+\left(\frac{6+8\,\mathrm{tg}\,\alpha}{\sec^2\alpha}\,\mathrm{tg}\,\alpha\right)^2}=$$

$$=\frac{\sqrt{(8\,\mathrm{tg}\,\alpha-6\,\mathrm{tg}^2\alpha)^2+(6\,\mathrm{tg}\,\alpha+8\,\mathrm{tg}^2\alpha)^2}}{\sec^2\alpha}=$$

$$=\frac{\sqrt{100\,\mathrm{tg}^2\alpha\,\sec^2\alpha}}{\sec^2\alpha}=10\,\mathrm{sen}\,\alpha$$

3654 — Não foram apresentadas soluções.

3655 — Publica-se a única solução apresentada pelo Sr. Vinha Novais:

Toda a função racional de $\sqrt{2}$, coeficientes em R, pode ser reduzida à forma $(a+b\sqrt{2})/c$, com $m\cdot d\cdot c\cdot(a\,,b\,,c)=1$. Admitamos, então, que $\alpha=(a+b\sqrt{2})/c$ é um inteiro de F, isto é, raiz da equação $x^2+a_1x+a_2=0$, com $a_1\,,a_2\in I$. Então, esta equação admitirá a raiz $\alpha'=(a-b\sqrt{2})/c$ e ter-se-á

$$x^2+a_1x+a_2=x^2-(2\,a/c)\cdot x+(a^2-2\,b^2)/c^2$$

A igualdade entre os coeficientes implica que $2\,a/c$ e $a^2-2\,b^2/c^2$ sejam inteiros de R e, portanto, que $c=1$, $c=2$ ou $c \prec a$ (divisor de) para que $2\,a/c$ seja inteiro; se $c=1\,,a^2-2\,b^2/c^2$ é também inteiro; se $c=2$ vem $c^2=4$ e $a=\dot{2}$ e $b=\dot{2}$ para que a segunda expressão seja um inteiro. Mas então m. d. c. $(abc)\geqslant 2$ contrariamente à hipótese. Finalmente, se $c\prec a$, para que $a^2-2\,b^2/c^2$ seja inteiro deve $c\prec b$ $(c\neq 1\,,2)$ e m. d. c. $(a\,,b\,,c)=c\neq 1$ contrariamente à hipótese.

Fica assim demonstrado que os inteiros de F são da forma $(a+b\sqrt{2})/c$, com $c=1$ e é imediato o recíproco: todas as funções racionais de $\sqrt{2}$ da forma $a+b\sqrt{2}$ são inteiros de F.

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção.

102 — Prof. Dr. GUIDO, Hoheisel — **Gewönnliche Differencialgleichungen** e **Aufgabensammlung zu den Gewöhnlichen und Partiellen Differentialgleichungen**. Sammlung Göschen, Bände 920—1059, Berlin, 1951-52.

São dois livrinhos da *Sammlung Göschen* que, como de costume, apresentam uma exposição abreviada (mas nem sempre elementar) das matérias a que os títulos se referem.

Estes dois tomos completam-se (e não conhecemos um terceiro tomo, dedicado às equações de derivadas parciais, a que os exercícios da parte final do n.º 1059 da colecção que temos presente, serve de complemento), pois muitos assuntos que não são abordados no primeiro ou são aí tratados sumàriamente, têm depois o necessário desenvolvimento no segundo. Assim acontece, por exemplo, com o método de integração por derivação: não é na primeira parte con-