as equações duma curva no espaço; esta curva está evidentemente no cilindro de directriz Γ, e o terceiro coseno director da tangente é K

Se $\vec{T}$ é o vector unitário sobre a tangente à hélice, e se $\vec{K}$ é o vector unitário sobre $\overrightarrow{OZ}$, será:

$$\vec{T} / \vec{K} = 0$$

Derivando em ordem a S, coordenada curvilínea sobre a hélice, temos

$$\frac{d\vec{T}}{dS} \Big/ \vec{K} = 0$$

e com as fórmulas 5) de Frenet-Serret, vem

$$\frac{\vec{N}}{\rho} \Big/ \vec{K} = 0$$

afastando a hipótese da curva rectilínea, $\rho \neq \infty$, será: $\vec{N} / \vec{K} = 0$

Nas hélices a normal principal é perpendicular a $\overrightarrow{OZ}$ *e, inversamente*, pois o raciocínio se deixa inverter.

Derivando $\vec{N} / \vec{K} = 0$, de novo, em ordem a S, vem: $\dfrac{d\vec{N}}{dS} \Big/ \vec{K} = 0$ e com as fórmulas 5), temos:

$$\left(-\frac{\vec{B}}{\tau} - \frac{\vec{T}}{\rho} \right) \Big/ \vec{K} = 0$$

Ora, da figura, tira-se com facilidade que, $\vec{B} / \vec{K} = \pm \operatorname{sen} V$, logo

$$\mp \frac{\operatorname{sen} V}{\tau} = \pm \frac{\cos V}{\rho}$$

e finalmente

$$\frac{\tau}{\rho} = -\, tg\, V$$

Nas hélices é, portanto, constante o cociente das duas curvaturas.

Inversamente: se $\tau = k\rho$, com as fórmulas de Frenet-Serret, vem $d\vec{B} = k\, d\vec{T}$ e $\vec{B} = k \,.\, \vec{T} + \vec{k'}$ onde $\vec{k'}$ não é nulo. Multiplicando internamente por $\vec{N}$ vem: $\vec{k'} / \vec{N} = 0$ e, como já se viu, a curva é uma hélice.

Nas hélices, é constante o cociente das duas curvaturas, e inversamente.

(Continua no próximo número)

Duas fórmulas de Análise Combinatória

por *Austregésilo Gomes Spíndola*

A dedução apresentada foi-me sugerida pelo artigo *Nota a «Uma demonstração por indução finita»* do Dr. Gustavo de Castro, Gaz. de Mat. 54, Abril de 1953, que fui encarregado, pelo Prof. M. Zaluar, de expôr em 1956 numa das sessões do Seminário do Cálculo das Probabilidades do Instituto de Física e Matemática da Universidade do Recife.

Problema

Uma urna contém n *esferas negras e* a *esferas azuis. Retiram-se simultâneamente* b *esferas. Qual a probabilidade de saída de* i *esferas azuis?*

O número N de casos igualmente possíveis é $N = \binom{n+a}{b}$ e o número F_i dos casos favoráveis ao acontecimento A_i, de que pretendemos calcular a probabilidade, é $F_i = \binom{n}{b-i}\binom{a}{i}$.

Temos então

$$p(A_i) = \frac{\binom{n}{b-i}\binom{a}{i}}{\binom{n+a}{b}}.$$