

PROBLEMAS PROPOSTOS

5116 — Sejam m, n e p inteiros não negativos tais que $p < m < n$. Mostre que, para todo o número $a \neq 0$, se tem

$$\frac{1}{n!} = \sum_{p, m=0}^{p, m=n} (-1)^p \cdot \frac{a^m}{p! (m-p)! (n-m)!}.$$

5117 — Mostre que, quaisquer sejam o inteiro positivo n e o inteiro não negativo p , se tem

$$\binom{n+p}{0} \binom{n}{0} + \binom{n+p}{1} \binom{n}{1} + \binom{n+p}{2} \binom{n}{2} + \dots + \binom{n+p}{n} \binom{n}{n} = \binom{2n+p}{n},$$

onda, pelo símbolo $\binom{m}{i}$ se designa o número de combinações de m objectos, tomados i a i .

Conclua que a soma dos quadrados dos coeficientes do desenvolvimento do binómio $(a+b)^n$ é igual a

$$\binom{2n}{n}.$$

5118 — Sejam x, y e z números positivos tais que

$$x^{1/2} - y^{1/2} + z^{1/2} = (x - y + z)^{1/2}.$$

Mostre que

$$\left(\frac{x}{y}\right)^n + \left(\frac{y}{z}\right)^n + \left(\frac{z}{x}\right)^n = \left(\frac{x}{z}\right)^n + \left(\frac{y}{x}\right)^n + \left(\frac{z}{y}\right)^n$$

qualquer que seja o inteiro n .

5119 — Sejam A, B, C as medidas dos ângulos internos de um triângulo, a, b, c as medidas dos la-

dos respectivamente opostos e p o semi-primetro. Mostre que

$$(\cos A + \cos B + \cos C + 3)abc = 2p(2p^2 - a^2 - b^2 - c^2).$$

5120 — Dados os polinómios $x^{2n} - x^n + 1$ e $x^2 - 2x \cos \alpha + 1$, determine uma condição necessária e suficiente a ser satisfeita pelo inteiro positivo n e pelo ângulo α para que o primeiro polinómio seja divisível pelo segundo.

Conclua daí que nenhum polinómio $x^{2n} - x^n + 1$ é divisível por $x^2 - \sqrt{2} \cdot x + 1$ e que uma infinidade de polinómios $x^{2n} - x^n + 1$ é divisível por $x^2 - \sqrt{3}x + 1$.

5121 — Dados num plano um ponto A , duas rectas b e c e um triângulo $A'B'C'$, construa, com régua e compasso, um triângulo ABC , semelhante ao triângulo dado e tal que B e C pertençam respectivamente a b e c .

Discutir.

5122 — Dados num plano três pontos A, B, C , construa, com régua e compasso, uma recta r que satisfaça às seguintes condições: a) a distância de A a r é igual ao comprimento de um segmento dado d ; b) as distâncias de B a r e de C a r estão entre si como dois segmentos dados m e n .

Discutir.

5123 — Sejam A, B, C as medidas dos ângulos internos de um triângulo e a, b, c os lados respectivamente opostos. Mostre que é condição necessária e suficiente para que o ângulo B seja duplo do ângulo C que se tenha

$$b^2 = (a+c)c.$$

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção

129 — C. BERG — *Theories des graphes et ses applications*. — 288 pags. 15 x 24; 3400 F. — Dunod, Paris, 1959.

A palavra *graphe*, usada pelos matemáticos franceses, é um neologismo que, em certos casos, tem sido traduzida em português por *diagrama*. Os mate-

máticos ingleses servem-se da palavra *graph*, que tem quase os mesmos inconvenientes do que gráfico. Na definição de Serge:

Diz-se que se tem um gráfico (*graphe*) sempre que se tem:

- 1.º — Um conjunto X ;
- 2.º — Uma aplicação T de X em X .