CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS

No dia 23 de Maio de 1959, verificou-se um incêndio no pavilhão onde estavam localizadas as dependências de Física e Matemática do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, à Avenida Wenceslau Braz 71, Rio de Janeiro, Brasil, tendo daí resultado a destruição completa da valiosa biblioteca do referido Centro, sem dúvida uma das melhores do Brasil na especialidade. A fim de reconstituir a referida Biblioteca, o Centro está dirigindo um apelo a físicos, matemáticos e instituições congéneres no sentido de lhe serem doadas duplicatas de publicações disponíveis de Física e Matemática, as quais deverão ser remetidas para o endereço acima indicado.

L. N.

NOTICIÁRIO BRASILEIRO DE MATEMÁTICA

Em Abril de 1959, teve início a publicação do Noticiário Brasileiro de Matemática, patrocinado pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rua São Clemente 265, Rio de Janeiro, Brasil. Esse periódico aparecerá três vezes ao ano, nos últimos dias de Abril, Agosto e Dezembro. Sua finalidade é a de manter os estudiosos a par das actividades matemáticas no Brasil, no que diz respeito a reuniões científicas, professores visitantes, doutoramentos, bolsas, cursos e seminários especiais, conferências, pubicações, etc. Os professores de Matemática interessados em receber regularmente o Noticiário deverão se dirigir ao referido Instituto.

L. N.

EXAMES DE ADMISSÃO
ao estágio nos Liceus Normais

Ano de 1956

Exposições sobre:

I

5004 — Continuidade das funções de uma variável real.

5005 — Perímetro da circunferência. Comprimento de um arco. Área do círculo, sector circular e segmento de círculo.

II

Aritmética Racional:

5006 – Determine dois números inteiros cuja soma é 127008 e que admitam 45 divisões. Indique todas as soluções.

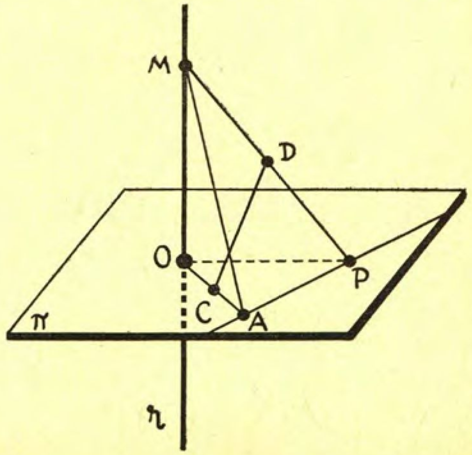
Álgebra:

5007 — Elimine x e y no sistema

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = a \\ x^2 + y^2 = b \\ x + y = c \end{cases}$$

Geometria:

5008 — Na figura seguinte a recta r é perpendicular ao plano π $(r \perp \pi)$ no ponto O. A recta AP é aposta ao plano π e perpendicular a OA $(OA \perp AP)$.



As medidas dos segmentos $\overline{OA} = a$ e $\overline{MP} = b$ são valores conhecidos.

1) Mostre que

a) $\overline{OM}^2 + \overline{AP}^2 = b^2 - a^2$

b) $\overline{AM}^2 + \overline{OP}^2 = a^2 + b^2$

2) Represente por C e D os pontos médios de $\overline{OA}$ e $\overline{MP}$ respectivamente. Determine $\overline{CD}$ em função de a e b.

3) Represente a projecção ortogonal do tetraedro $[MOAP]$ sobre um plano perpendicular a $\overline{OA}$; indique quais as arestas que se projectam em verdadeira grandeza e como se projecta nesse plano o segmento da perpendicular comum a $\overline{OA}$ e $\overline{MP}$.

Trigonometria:

5009 — A distância dos centros de duas circunferências é a; o ângulo das tangentes exteriores é 2α e o ângulo das tangentes interiores é 2β.

Calcule os raios das duas circunferências.

Aplicação: $a = 714{,}1\,m$; $2\alpha = 36^\circ\ 7'$; $2\beta = 104^\circ\ 12'$; aproxime o resultado a decímetros.

Ano de 1957

Exposições sobre:

I

5010 — Funções monótonas e determinação dos seus máximos e mínimos. (Funções reais de uma variável real).

II

5011 — Duplicação e bissecção do ângulo (discussão e interpretação geométrica das respectivas fórmulas).

Aritmética Racional:

5012 — Determine dois números a e b primos entre si, tais que $a+b$ e $a^2 - ab + b^2$ sejam equimúltiplos respectivamente de 10 e de 91.

Álgebra:

5013 — O polinómio $P(x)$ dividido por $x-1$, $x+1$ e $x+4$ dá respectivamente os restos 15, 7 e -80.

a) Calcule o resto da sua divisão por

$$x^3 - 4x^2 - x - 4$$

b) Determine o polinómio $P(x)$ supondo que é do 4.° grau, que a soma das suas raízes é $S = -4$ e que o seu produto é $P = 8$.

Geometria:

5014 — É dado o tetraedro regular $[ABCD]$ de aresta a.

1.° — Prove que as arestas $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são perpendiculares.

2.° — Prove que é um rectângulo a secção feita no tetraedro por um plano conduzido por um ponto de $\overline{BC}$ paralelamente a $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, e determine o lugar geométrico dos centros desses rectângulos.

3.° — Conduz-se pelo vértice B um plano α paralelo à aresta $\overline{CD}$, dividindo-se o tetraedro em duas pirâmides, uma triangular e outra quadrangular. Determine a posição α_1 do plano α de modo que aquelas duas pirâmides sejam equivalentes.

Trigonometria:

5015 — Considere um triângulo qualquer $[ABC]$ e tire a mediana $\overline{CI}$.

Demonstre que, se x e y são os ângulos que esta mediana faz respectivamente com os lados $\overline{CA}$ e $\overline{CB}$, se tem

$$\frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} y} = \frac{\operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} B}$$

Aproveite esta propriedade para calcular os ângulos x e y, sendo conhecidos os ângulos A e B, adaptando as fórmulas ao cálculo logarítmico.

Aplicação: $A = 48^\circ\ 27'\ 16''$; $B = 36^\circ\ 42'\ 34''$.

2.ª Chamada

Aritmética Racional:

5016 — Determine um número inteiro de dois algarismos, sabendo que é igual ao dobro do produto dos seus algarismos.

Álgebra:

5017 — Resolva a equação

$$x^4 - 10x^3 + 32x^2 - 36x + 12 = 0$$

sabendo que o seu primeiro membro é o produto de dois polinómios do 2.° grau com coeficientes inteiros.

Ano de 1958

Exposições sobre:

I — A teoria dos polinómios inteiros a uma variável.

II — A semelhança no plano.

Aritmética Racional:

5018 — Determinar, no sistema de numeração decimal, o número que se escreve com três algarismos no sistema de base 8 e com os mesmos algarismos em ordem inversa no sistema de base 12.

Álgebra:

5019 — Verifique que o polinómio

$$x^n(y-z)+y^n(z-x)+z^n(x-y)$$

é divisível por

$$(x-y)(y-z)(z-x)$$

e demonstre que o quociente é o polinómio

$$Q_n=-\Sigma x^\alpha y^\beta z^\gamma$$

em que Σ representa a soma de todos os produtos parciais que satisfazem à condição

$$\alpha+\beta+\gamma=n-2$$

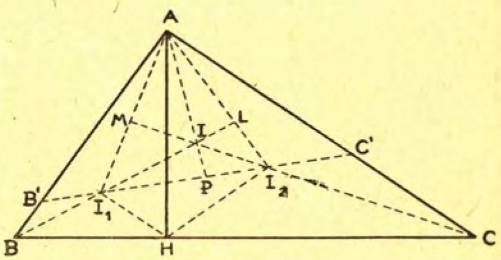
Sugestão: use o método de indução finita.

Geometria:

5020 — Condições da figura junta:

1) O triângulo $[ABC]$ é rectângulo em A; o segmento $\overline{AH}$ é a altura relativa à hipotenusa.

2) Os pontos I, I_1 e I_2 são respectivamente os incentros dos triângulos $[ABC]$, $[ABH]$ e $[ACH]$.



Responda às seguintes questões:

a) Prove que o ponto I é o ortocentro do triângulo $[A\,I_1\,I_2]$;

b) Prove que a distância do vértice A à recta I_1I_2 tem por expressão:

$$\overline{AP}=\frac{\overline{AH}\cdot\sqrt{2}}{2}$$

c) Prove que

$$\overline{I_1I_2}=\overline{AI}.$$

Trigonometria:

5021 — Considere um triângulo $[ABC]$. Exprima em função da sua área (S) e do seu perímetro $(2p)$ o produto das seis distâncias dos três vértices às três bissectrizes dos ângulos internos.

PROVAS DE CULTURA

para os candidatos admitidos ao Estágio do 8.º grupo sem Exame de admissão no ano de 1958-1959

I

5022 — Faça uma exposição sobre — «Indeterminações de funções de uma variável real».

II

5023 — *a*) Considere o triângulo ABC cujas medianas verificam a condição

1) $m_a^2=m_b^2+m_c^2$

1.º — Determine uma relação entre os lados do triângulo.

2.º — Determine o lugar geométrico do vértice A dos triângulos de base dada $\overline{BC}$, cujas medianas cumprem a condição 1).

5024 — *b*) No triângulo ABC supõe-se conhecidas as medidas dos seis elementos: *a*, *b*, *c*, *A*, *B*, *C*.

Unam-se os vértices *A*, *B* e *C* com o centro *O* de circunferência inscrita, o que determine respectivamente os pontos A' B' e C'.

Calcule as medidas dos ângulos e dos lados do triângulo A' B' C'.