

## BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção

**136 — LUCIENNE FELIX — Mathématiques Modernes**  
 ∩ Enseignement Élémentaire — Librairie Scientifique Albert Blanchard — 1960, preço 12 N. F.

O livro dirige-se, como a autora afirma, aos professores do ensino primário que «enseignent les rudiments des mathématiques sans avoir pu acquérir assez de connaissances de cette science dans son ensemble». A autora está convencida que, ao contrário do que muitos pensam, para se ensinar matemática mesmo nas classes primárias é necessário, ou pelo menos vantajoso, que o professor se tenha iniciado nas matemáticas superiores. Destina-se por isso o livro a esta espécie de iniciação tendo em vista que «a marcha rápida do progresso científico conduziu à revisão dos fundamentos das matemáticas».

Não se trata de um manual de matemáticas modernas, mas de um livro que aponta rapidamente os assuntos da teoria dos conjuntos, de topologia e de álgebra moderna que convém conhecer para que se possa fazer um ensino que prepare o aluno de modo a que a passagem do ensino primário para o secundário se faça sem solavancos.

Estamos convencidos que a sua leitura será bastante útil aos nossos professores do ensino secundário, pois que a autora, se bem que dirija o livro aos professores do ensino primário, procura mostrar como é possível introduzir mesmo no ensino secundário as noções de matemática moderna como a teoria dos conjuntos, lógica moderna e os métodos axiomáticos.

Desde as experiências belgas sobre o ensino às monitoras dos jardins de infância da teoria dos conjuntos e lógica, tendo em vista o seu trabalho de ensino da matemática, que os professores belgas e franceses se preocupam com a introdução, o mais cedo possível, destas noções que a escola Bourbaki tanto fez para pôr em evidência.

Este livro tem exactamente preocupações desse tipo e é por isso de aconselhar vivamente.

J. S. P.

**137 — L. ROBIN — Fonctions Sphériques de LEGENDRE et Fonctions Sphéroïdales — Gauthier-Villars, Paris — 1957-59.**

Eis uma obra produto de um longo e aturado trabalho. Sugerida pelo Director do Instituto de Física do Globo de Paris, a sua redacção foi encarada favo-

ravelmente pela Direcção do Centro Nacional de Estudos das Telecomunicações pelo papel fundamental que as funções de LEGENDRE de grau não inteiro desempenham na teoria das antenas bi-cónicas.

Efectivamente no estudo de qualquer fenómeno de propagação com simetria esférica a utilização das funções esféricas e esferoides é, pode dizer-se, permanente.

Assim o livro destina-se aos matemáticos, aos físicos de uma maneira geral, e aos engenheiros que se dedicam ao estudo dos referidos fenómenos de propagação esférica.

O seu Autor, LOUIS ROBIN, engenheiro chefe de telecomunicação, doutor em ciências e laureado pelo Instituto, viu o seu trabalho coroado com um prémio de matemáticas atribuído pela «Académie des Sciences».

A obra está dividida em três volumes obedecendo a uma exposição com objectivo mais documental que pedagógico. Mas quando alguma demonstração é omitida, o Autor tem o cuidado de indicar a bibliografia onde ela se encontra. O nível de conhecimentos exigido para a sua leitura é o do Certificado tradicional de Cálculo diferencial e integral (incluindo evidentemente as propriedades fundamentais da integração à LEBESGUE e a teoria das funções analíticas de variável complexa).

No estudo da equação de derivadas parciais de LAPLACE, em coordenadas esféricas, os respectivos integrais exprimem-se como produto dum função do raio vector por uma função da colatitude e outra da longitude; esta última é função associada de LEGENDRE (também chamada função esférica de LAPLACE).

O tomo primeiro começa pela separação de variáveis da equação de LAPLACE em coordenadas esféricas, fazendo uma introdução ao estudo das funções associadas de LEGENDRE de primeira e segunda espécie ( $P_n^m, Q_n^m$ ) e naturalmente dos polinómios de LEGENDRE. Estudam-se as propriedades nos casos de  $m$  e  $n$  inteiros e insiste-se particularmente nas funções associadas de primeira espécie com  $m$  negativos.

No tomo II, admite-se  $n$  e  $m$  quaisquer, reais ou complexos. Estabelecem-se relações entre as funções correspondentes e a função hipergeométrica, e a função  $P$  de RIEMANN. Apresenta-se ainda as funções associadas quer sob a forma de desenvolvimentos em série quer como integrais de contorno no plano com-



plexo. Estuda-se o comportamento dos desenvolvimentos assintóticos respectivos quando  $n$  e  $m$  tendem em módulo para infinito. A convergência das séries de polinómios de LEGENDRE e das funções associadas de LEGENDRE faz-se pormenorizadamente, tirando partido das suas propriedades de ortogonalidade para poder estabelecer representações em séries de certas classes de funções.

Estes problemas de convergência são precedidos por outros semelhantes mas relativos às séries de Fourier apresentados como exemplos dos outros, de natureza bastante mais delicada. Como aplicação encontram-se ainda um fenómeno de tipo GIBBS, vários exemplos de somação de CÉSARO válidos mesmo em condições de divergência vulgar.

No tomo III o Autor dedica-se aos teoremas de adição para as funções de LEGENDRE e ao número de zeros das funções associadas. Num só capítulo se estuda de forma exaustiva a equação de LAPLACE em sistema de coordenadas curvilíneas ortogonais relacionado com os sistemas triplos ortogonais associados aos elipsoides de revolução e ao tóro circular. É-se assim levado ao estudo dos problemas interior e exterior de DIRICHLET e certas soluções e ao estudo das funções cónicas de MEHLER utilizadas na resolução do problema de DIRICHLET no interior duma superfície cónica.

O último capítulo trata das funções de GEGENBAUER e das funções esferoides de estudo recente e difícil. Termina com tabelas numéricas das funções de LEGENDRE.

É obra única no seu género, em língua francesa. Pela sua estrutura, completa e bem ordenada, por resultados originais que apresenta, torna-se um elemento de estudo utilíssimo no domínio dos assuntos versados.

J. G. T.

**138 — F. GERRISH — Pwé Mathematics, A university and College Course — Vols. I e II — Cambridge University Press, Cambridge, 1960.**

Estes dois volumes destinam-se à preparação dos candidatos à primeira parte do «London B. Sc. General Degree» ou ao primeiro ano de qualquer curso universitário, no que respeita ao domínio das matemáticas puras. Contém também os programas de matemática pura relativos ao Diploma em Matemática da «Mathematical Association». Por outro lado o Autor teve a intenção de neles incluir o que será necessário de futuro aos estudantes que não se destinam à frequência dos cursos de matemática da Parte II do referido «London B. Sc. G.». Admitiu ainda que muitos estudantes que iniciam o referido curso não

tenham recebido a devida preparação quer nos conhecimentos teóricos quer na preparação prática; por outros termos, isto significa que a obra não necessita de conhecimentos adquiridos em nível superior.

O volume primeiro, começando pelo estudo das funções e sua representação gráfica, expõe muitos problemas clássicos considerados em livros de nível teórico superior. Os capítulos dois e três, dedicados à continuidade, derivabilidade e aplicações desenvolvem-se de acordo com a mesma orientação que, de resto, é geral. Segue-se o estudo da noção de integral como quadratura, regras vulgares de primitivação e extensões do conceito de integral — impróprios e entre limites infinitos. As equações diferenciais correntes são estudadas, com aplicações geométricas num só capítulo.

O volume termina com o estudo dos teoremas fundamentais do cálculo diferencial, propriedades mais correntes do integral de RIEMANN e suas aplicações ao cálculo de comprimento, áreas e volumes, e novos capítulos com as aplicações do cálculo diferencial e integral à geometria das curvas e superfícies e ainda funções de várias variáveis.

O volume II trata da teoria dos polinómios: os polinómios como função e sua decomposição factorial; resolução das equações inteiras; teoria da eliminação. Segue-se o estudo dos determinantes com as clássicas aplicações à resolução ou sistemas lineares; o estudo das séries numéricas (de termos positivos e quaisquer, reais) dos desenvolvimentos de funções em séries de potências, as respectivas aplicações clássicas e os cálculos dos limites superiores dos erros cometidos nas aproximações. Em capítulos seguintes estudam-se os números complexos e respectivas aplicações aos problemas fundamentais da álgebra, métodos de resolução numérica de equações (GRAEFFE e HORNER) etc. O volume termina com o estudo da geometria analítica no plano e no espaço e rudimentos de trigonometria esférica. Aqui são dados todas as propriedades vulgares das linhas e superfícies do primeiro e segundo grau em coordenadas cartesianas e polares e a dedução das fórmulas fundamentais para resolução e determinação da área dos triângulos esféricos.

O grande mérito destes dois volumes está, para os nossos estudantes dos dois primeiros anos das Faculdades de Ciências, em apresentar-lhes os conceitos fundamentais das cadeiras de matemáticas gerais e cálculo infinitesimal de uma forma simples e precisa, ilustrada sempre com numerosos exemplos e exercícios cuja resolução permite certo desembaraço nos trabalhos práticos.

J. G. T.