2 — Mostre que as superfícies

$$x y + y z - 4 z x = 0 \quad \text{e} \quad -5 x + y + 3 z^2 = 0$$

tem planos tangentes perpendiculares no ponto (comum) $P = (1, 2, 1)$. Determine nesse ponto as equações cartesianas e equações vectoriais da tangente e do plano normal à linha intersecção das superfícies.

3 — *a*) Quando é que se diz que um sistema de funções $f_1(x), f_2(x), \cdots, f_n(x), \cdots$ integráveis no intervalo $[\alpha, \beta]$ é ortogonal nesse intervalo?

Mostre que o sistema formado pelas funções

$$f_n(x) = \operatorname{sen}(n x), \quad n = 1, 2, \cdots$$

é ortogonal no intervalo $[0, 2\pi]$.

b) Mostre que para $0 < x < a$ se tem

$$x = \frac{2a}{\pi}\left(\operatorname{sen}\frac{\pi x}{a} - \frac{1}{2}\operatorname{sen}\frac{2\pi x}{a} + \frac{1}{3}\operatorname{sen}\frac{3\pi x}{a} - \cdots\right)$$

4 — Calcule o valor do integral

$$\iiint_{\mathfrak{D}} z\, d v$$

sendo $\mathfrak{D}$ o domínio limitado pelo plano $x O y$ e compreendido entre as superfícies de revolução obtidas por rotação em torno do eixo dos zz das linhas

$$\begin{cases} y^2 + z^2 = 1, \; z \leqslant 0 \\ x = 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} z = \frac{1}{4} y^2 - 1, \; z \leqslant 0 \\ x = 0. \end{cases}$$

5 — *a*) Mostre que $y = x$ e $y = x e^x$ são soluções particulares da equação

$$x^2 \frac{d^2 y}{d x^2} - x(x+2)\frac{d y}{d x} + (x+2) y = 0.$$

b) Aproveite o resultado da alínea anterior para determinar, pelo método da variação das constantes arbitrárias, o integral geral da equação

$$x^2 \frac{d^2 y}{d x^2} - x(x+2)\frac{d y}{d x} + (x+2) y = \frac{1}{2} x^3.$$

Enunciado de A. César de Freitas

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção

155 — B. A. Trahtenbrot — **Algorithmes et machines à calcular** — Monographies Dunod — Dunod — Paris VI.

A teoria das funções recursivas, mais propriamente a TEORIA dos ALGORITMOS é um ramo da matemática com pouco mais de um quarto de século de existência, e que desempenha no século XX um papel equivalente ao da Teoria dos Conjuntos no século XIX e no correspondente desenvolvimento de toda a matemática dos nossos dias.

A presente monografia constitui uma iniciação na referida Teoria dos Algorítmos e traduz algumas das características fundamentais da Escola russa matemática contemporânea, de uma maneira geral, e particularmente neste domínio:

a) preocupação da ligação entre esta Teoria e os problemas de automatismo, questões na ordem do dia na URSS.

b) preocupação de natureza pedagógica, essencial em domínios onde as complicações técnicas decorrentes do rigor necessário «encobrem por vezes a simplicidade do raciocínio».

c) preocupação de avaliar a potência máxima dos calculadores automáticos.

Na base deste livro situam-se conferências populares e exposições gerais realizadas pelo Autor, desde 1951, na pequena cidade de Penza, perante diversos auditórios, e vários artigos escritos no jornal elementar *Matemática na Escola* (n.os 4-5, 1956).

A exposição esclarece de forma particularmente feliz as duas noções de base da teoria dos algorítmos: a noção de algorítmo e a noção de autómato de memória infinita (máquina de Turing). Depois da descrição da noção de algorítmo, a diferença entre algorítmos pràticamente realizáveis e algorítmos realizáveis apenas teòricamente é exemplificada pela «táctica» e pela «estratégia» do jogo de xadres: este exemplo é precedido pelo estabelecimento dum algoritmo de estratégia, para certos jogos, pelo método «arborescente». Em seguida, o estudo das máquinas automáticas em geral e dos algorítmos ou «programas» para estas máquinas precede o estudo das máquinas de Turing e das máquinas universais. Finalmente nos últimos dois capítulos são tratados problemas algorìtmicamente insolúveis, os primeiros resultados dos quais, publicados em 1855 pelo jovem Novikov, produziram grande impressão no mundo matemático.

Esta pequena obra destina-se a matemáticos e engenheiros, mas pode ser lida por estudantes das escolas de engenharia e ciências, pois não exige conhecimentos profundos.

J. G. T.