

La recession des nebuleuses L'Univers en projection

par G. Lefeux

La théorie dont, après bien des années, M. G. LETEUX donne ci-dessous un résumé a été conçue par lui en novembre 1909 à l'Ecole Navale à Brest, à partir d'une analyse de la carte marine et des cartes géographiques. L'Auteur en dégage la conclusion suivante:

«Dans l'Univers que nous voyons en projection polaire, la surface antipode joue le rôle d'un centre de gravitation projectif».

A l'appui de cette prédiction, dès 1912, un témoignage favorable et de vif intérêt était fourni par des observations dues à SLIPHER. Avant même qu'il eût été posé, le problème d'imputer une cause à la fuite mutuelle des galaxies**, a donc pu être, sinon résolu, du moins largement éclairé.*

G. BOULIGAND

LA CARTE MARINE

1—Le canevas de MERCATOR est une représentation plane et déformée du géoïde qui induit sur la bande utile ($-70^\circ + 70^\circ$) une géométrie non euclidienne. Les navires en route au Nord sont accélérés comme si le Pôle Nord — rejeté à l'infini — était un centre de gravitation. Ceux qui font route sur des parallèles de la sphère, sont encore en mouvement uniforme sur la carte, mais leur

vitesse croît avec la latitude (φ) comme s'ils gravitaient autour du Pôle Nord. Il y a là une image évidente de la Gravitation. L'accélération, indépendante du navire, est due à la déformation géométrique. La Gravitation ainsi expliquée, est une force d'inertie.

2 — La projection déforme l'espace. L'Observateur équatorial mesure pour un petit intervalle spatial $dy = d\varphi$.

Mais à la latitude (φ) il mesure un intervalle plus grand $dy > d\varphi$ défini par

$$(a) \quad dy = \frac{1}{\cos \varphi} \cdot d\varphi$$

Mais la projection, déformant l'espace, déforme aussi le Temps, indéfinissable sans

* SLIPHER — (Observatoire Lowell) — Obtient les premiers spectres de nébuleuses, presque tous décalés vers le rouge.

** AMBARTSOUMIAN — «Rechercher les causes de la fuite mutuelle des Galaxies» (Congrès Astronom. de Moscou (Aout 1958).

l'espace. Si le Temps est défini par la rotation uniforme de la Terre, il est lié à la Longitude (g). L'Observateur équatorial de la carte, euclidienne en ce lieu, mesure (dg) pour un petit intervalle de Temps. L'Observateur placé à la latitude (φ) mesure un Temps (de) plus petit $de < dg$ défini par.

$$(b) \quad de = dg \cdot \cos \varphi$$

Conclusion: Les montres, non représentées sur la carte, retardent avec la latitude croissante. La fréquence de la rotation de leurs aiguilles décroît, la durée des heures s'allonge avec l'échelle spatiale. Au Pôle, la fréquence s'annule, le temps est indéterminé.

Multipliant membre à membre (a) et (b) il vient:

$$(c) \quad dy \cdot de = d\varphi \cdot dg$$

Pareillement sur le ds^2 de Schwarzschild on a:

$$(d) \quad dl \cdot d\tau = dr \cdot dt$$

En d'autres termes les échelles spatiales et temporelles sont inverses l'une de l'autre: $m \cdot \cos \varphi$ et $m/\cos \varphi$

LE PROBLEME COSMOLOGIQUE

3—L'Univers étant postulé hypersphérique, lorsque nous observons les astres la nuit, les rayons lumineux qui nous parviennent sont courbes. Notre oeil mène la tangente à ces rayons. Nous projetons ainsi l'Univers sur l'hyperplan tangent. L'antipode simple point géométrique sur l'hypersphère, se trouve représenté par la surface 4π du ciel. La déformation, transversale, y est *infinie*: il joue donc le rôle d'un centre de gravitation projectif: prédiction insoupçonnée datée Nov. 1909.

Cette projection que nous faisons instinctivement de l'Univers, ramenée à deux

dimensions, s'appelle: Projection zénithale équidistante de GUILL. POSTEL.

En voici le mécanisme: Soit (P) le plan tangent à la Terre au Pôle Nord (O). Un plan mobile (Q) passant par la ligne des Pôles, coupe la Terre suivant un cercle méridien, et le plan P suivant une droite (D) tangente au méridien en (O). Un point M de distance polaire (n) sur le méridien, a pour image un point M_1 pris sur (D) à la distance rectiligne $OM_1 = r$ telle que $r = n$ ce qui définit la carte.

La métrique radiale reste euclidienne, les angles des méridiens entre eux sont conservés ainsi que les distances radiales. Les parallèles sont des cercles concentriques de rayon égal à la distance polaire. Le Pôle Sud est représenté par le cercle de rayon πR qui limite la carte. La géométrie n'empêche pas de prolonger la carte au delà de π (v. § 13).



Fig. 1 — Projection de G. Postel centrée sur le Pôle Nord.

Transversalement, la distance entre deux points pris sur un parallèle, est modifiée par l'échelle de la carte qui varie de 1 à l'infini quand (n) varie de zéro à π :

$$(10) \quad E = n/\sin n$$

4 — La surface terrestre est ainsi représentée par l'intérieur *non euclidien* d'un cercle de rayon πR . Sur cette carte, à l'Observateur Nord correspond bien le point O . Mais le Pôle Sud antipode est représenté par la circonférence limite de rayon πR . Cette dissymétrie est la cause du champ géométrique centrifuge qui se lit sur ce canevas. (Fig. 1 et 2).

Par transposition des paragraphes 2 et 3 l'échelle temporelle est inverse; les montres



Fig. 2 — Projection de G. Postel centrée sur le Pôle Sud.

retardent avec la distance polaire. Sur le cercle antipode, les montres s'arrêtent, le Temps est indéterminé.

Un navire qui fait route radiale au Sud est accéléré, malgré la métrique euclidienne, car il parcourt des espaces égaux dans des temps de plus en plus courts. Pareillement le disque tournant d'EINSTEIN sur lequel l'accélération centrifuge est due à la modification *cinématique* de la métrique *transversale*.

L'HYPERCARTE

5 — Avec une dimension de plus, l'Univers se trouve ainsi à l'intérieur *non euclidien* d'une sphère de rayon πR . Cette représentation que nous voyons et observons, est une carte à trois dimensions, une HYPERCARTE. Le problème cosmologique se trouve tout résolu: Il suffit de la lire.

5a — Champ géométrique centrifuge

À l'Observateur central O correspond bien le point O . Mais le point antipode (A) est représenté par la surface 4π de la sphère limite, *déformation infinie*. Cette dissymétrie est la cause du champ géométrique centrifuge qui se lit sur ce canevas.

Les angles au centre étant conservés, la représentation transversale est conforme.

6 — Le temps se lit sur la carte

Les navires ne se déplacent sur la carte que par la volonté de l'homme, et leur accélération apparente n'est qu'un *effet*. La cause est le caractère non euclidien du canevas. L'unité de longueur varie avec l'échelle, donc aussi l'unité de Temps. En d'autres termes, la Géométrie détermine le Temps:

Inutile de s'en encombrer.

Il en résulte immédiatement que sur l'Hypercarte, à l'accroissement de l'échelle métrique ($E = n/\sin n$) correspond l'accroissement des longueurs d'onde, et naturellement la réduction des fréquences. C'est une propriété de la carte qui détermine le mouvement.

6a — À l'accélération des navires sur la carte correspond sur l'Hypercarte (espace dénué de frottement) le fait suivant:

Un point mobile, abandonné sans vitesse à quelque distance dn du centre, s'éloigne indé-

finiment, la sphère antipode étant le «centre» du champ géométrique centrifuge. (v. § 13)

7 — Champ matériel centripète

La densité de matière ou d'énergie (ρ_0) est constante sur l'hypersphère, mais non sur l'hypercarte. En effet, on passe de l'une à l'autre par une transformation ponctuelle; les vitesses des astres restant toujours faibles vis à vis de celle de la lumière, les masses ne sont pas changées. La masse de l'hypercarte est donc la même que celle de l'hypersphère.

L'échelle radiale restant euclidienne, seules les deux coordonnées *transversales* sont modifiées. Si ρ_0 et R_0 sont la densité et le rayon constants de l'hypersphère, ces grandeurs deviennent sur l'hypercarte:

$$(11) \quad \rho = \rho_0 \frac{\sin^2 n}{n^2} \quad \text{ou} \quad \rho = \rho_0 E^{-2}$$

$$(12) \quad R = R_0 \frac{n}{\sin n} \quad \text{ou} \quad R = R_0 \cdot E$$

on en déduit:

$$(13) \quad \frac{dR}{R} = \frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{dE}{E}$$

$$(14) \quad \frac{dR}{R} = -\frac{1}{2} \frac{d\rho}{\rho}$$

et par comparaison:

$$(15) \quad \frac{d\lambda}{\lambda} = -\frac{1}{2} \frac{d\rho}{\rho}$$

La relation (15) montre l'existence d'un champ matériel centripète dû au gradient de densité, et opposé au champ géométrique centrifuge. Elle annonce la relation (35) ci après.

8 — Action concordante des deux champs sur le spectre

L'équation dimensionnelle d'une masse en fonction de la longueur et du temps s'écrit:

$$M = L^3 \cdot T^{-2} \quad \text{ou} \quad ML^{-3} = T^{-2}$$

ce qui montre que la densité est homogène à l'inverse carré d'une fréquence:

$$(17) \quad T^{-2} = [\rho].$$

Comme la densité de l'hypercarte décroît du centre à la surface antipode, les fréquences vont en décroissant à partir du centre et s'annulent sur la surface antipode.

Ainsi le champ matériel centripète, et le champ géométrique centrifuge, bien qu'opposés, agissent sur les raies spectrales dans le

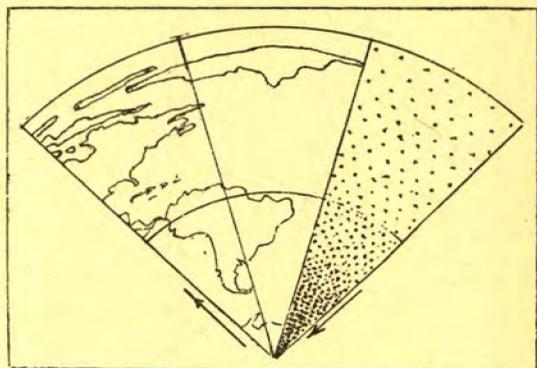


Fig. 3 — Le Champ géométrique centrifuge et le Champ matériel centripète

même sens, ce qui prouve que le décalage est un effet du second ordre, donc gravitationnel.

En effet, sans déformation, pas de champ de gravitation, pas de gradient de densité, pas de décalage. Mêmes conclusions de SCHWARZSCHILD.

Ainsi, l'analyse de l'hypercarte met en évidence, *déformés par la projection*, les deux

champs géométrique et matériel des équations de la Relativité généralisée. (Fig. 3).

L'Observation confirme ces déductions.

9 — Diametres apparents

Dans l'espace euclidien, le diamètre angulaire (α) d'un objet de diamètre linéaire (d) décroît avec la distance $D = nR$ et tend vers zéro :

$$(e) \quad \alpha = d / nR.$$

Il en va tout autrement sur la surface terrestre où le diamètre (β)

$$(f) \quad \beta = d/R \sin n$$

commence par décroître, passe par un minimum pour $n = \frac{\pi}{2}$ et croît ensuite. L'angle apparent est le même pour deux valeurs supplémentaires de la distance polaire (n). Par comparaison on tire :

$$(g) \quad \frac{\beta}{\alpha} = \frac{n}{\sin n} \quad \beta > \alpha.$$

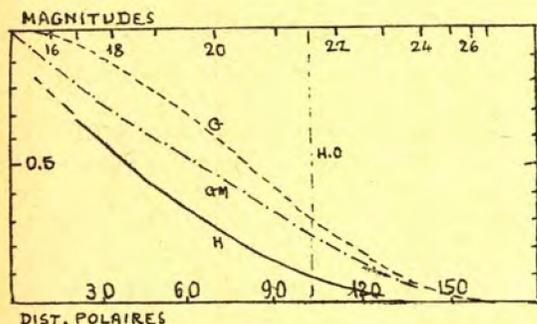


Fig. 3a — La densité

1° — En fonction de la distance polaire (en bas)

G Sous l'action du champ géométrique seul

$$(\rho = \rho_0 E^{-2}) \quad (\S 7)$$

GM — sous l'action combinée des 2 champs

$$(\S 12) \quad \alpha = 1/4$$

2° — En fonction de la magnitude (en haut)

H La densité observée (§ 19)

HO — Horizon optique $n = 104^\circ$

Le diamètre apparent est plus grand sur la sphère que sur l'hyperplan. Avec une dimension de plus, ces résultats s'étendent à l'hypercarte (conservation des angles au centre).

Conséquence: La photométrie classique n'est plus valable en espace courbe. La mesure des distances qui s'en déduit en est gravement affectée.

9a — Remarque

Si la magnitude ne dépendait que du diamètre apparent seul, elle serait stationnaire au voisinage de la sphère équatoriale.

L'Observation doit montrer cet effet (v. § 20).

10 — Mesure des distances

Elle est faite à partir de relations telles que les suivantes établies dans un espace euclidien :

$$(25) \quad m - M = 7,57 - 5 \log_{10} D_1$$

$$(26) \quad I_\Delta = I_d \cdot \frac{d^2}{\Delta^2}.$$

Les distances D_1 croissent exponentiellement $D_1 = 100,2^{(m-M)+cte}$.

Mais l'Univers tel que nous voyons n'est pas euclidien. Les distances D_2 , limitées à πR sont systématiquement plus courtes que les distances D_1 . Les corrections à venir ne peuvent être que des diminutions infirmant la Loi de HUBBLE. (v. § 11).

La mesure des distances, très difficile, reste un problème ouvert.

10a — Correction aux magnitudes

Elle est donnée généralement sous la forme simple $\Delta m = B \frac{d\lambda}{\lambda_0}$. De la Loi de POGSON

$$\Delta m = -2,5 \log \left(1 + \frac{dW}{W} \right) \quad \text{et de (15)}$$

$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dW}{W} = 2 \frac{d\lambda}{\lambda}$ qui entraîne la correction double, on obtient en développant $\log\left(1 + \frac{2d\lambda}{\lambda}\right)$ et en se limitant au premier terme :

$$(28) \quad \Delta m = -2,17 \frac{d\lambda}{\lambda_0} \dots$$

Mais (28) est purement théorique ; la matière obscurante intervient et HUBBLE, lié à l'observation, employait $B = 2,94$.

Question difficile, partie de la précédente.

11 — Relation décalage-distance

Le champ géométrique centrifuge est caractérisé par la relation

$$(29) \quad 1 + \frac{d\lambda}{\lambda_0} = \frac{n}{\sin n} = 1 + \frac{n^2}{6} + \dots$$

A l'action de ce champ se superpose celle de même sens du champ matériel. Le décalage $d\lambda/\lambda_0 = \varphi(n)$ qu'il produit dépend du gradient de densité. La courbe (G) (fig. 3a) montre que la fonction $\varphi(n)$, nulle à l'origine croît avec un maximum pour $n = 70^\circ$, décroît ensuite et s'annule pour $n = \pi$. Mais le décalage est lié au potentiel ; mettons en évidence la fonction $\varphi(n)$ en écrivant le potentiel par rapport au centre, d'une couche mince de rayon nR_0 , d'épaisseur $R_0 dn$ de masse (m) :

$$(29a) \quad \frac{m}{nR_0} = 4\pi\rho_0 R_0^2 dn \cdot \frac{\sin^2 n}{n}.$$

La fonction cherchée est $\sin^2 n/n$ et nous pouvons poser :

$$\frac{d\lambda}{\lambda_0} = \frac{\sin^2 n}{n} = n - \frac{1}{3}n^3 \dots$$

quitte à vérifier que la relation (30) correspond bien à l'Observation ; c'est le cas : Voyez ci-après : Densité apparente (§§ 12 et 19).

Mais ces deux champs ne sont pas indépendants ; posons donc

$$(30) \quad 1 + \frac{d\lambda}{\lambda_0} = \frac{n}{\sin n} + \alpha \frac{\sin^2 n}{n}$$

α étant un coefficient que l'observation précisera. La relation (14) suggère $\alpha = 1/2$. J'ai essayé aussi $\alpha = 1/4$.

Aux petites distances, le second terme, prépondérant, commande un décalage proportionnel à la distance. Aux grandes distances, ce terme s'évanouit, et le champ géométrique l'emporte. Cette relation donne des distances angulaires affranchies des corrections de BAADÉ et SANDAGE. Points extrêmes :

$$\begin{array}{l} \text{Virgo} \quad \frac{d\lambda}{\lambda_0} = 0,00413 \quad \alpha = \frac{1}{4} n = 0^\circ 93 \\ N 30 295 \quad \quad \quad 0,4614 \quad \quad \quad = 67^\circ \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \alpha = \frac{1}{2} n = 0^\circ 43 \\ \quad 48^\circ 5. \end{array}$$

Dans le 1er cas (1/4) cette dernière n'est que 73 fois plus éloignée que VIRGO, contre 114 d'après HUBBLE.

Dans le second cas la Loi de HUBBLE est toujours valable.

12 — Explication de la Loi de Hubble

Les courbures des composantes $n/\sin n$ et $\sin^2 n/n$ s'opposent. La courbe composée est à peu près rectiligne jusqu'à $n = 60^\circ$ ($\alpha = 1/4$) et jusqu'à $n = 90^\circ$ pour $\alpha = 1/2$. Elle se relève ensuite.

Ainsi s'explique la Loi de HUBBLE qui n'est qu'une Loi limite.

Les distances obtenues sont inférieures à $\frac{\pi}{2}$ ce qui est conforme aux observations, et les diamètres apparents vont toujours décroissant. Ainsi nous observons l'hypercarte dissymétrique :

Sans déformation, pas de décalage spectral (v. § 8).

12 a — Densité apparente

Si le champ géométrique était seul, les relations (11) et (29) donneraient pour le décalage en fonction de la densité (ρ) et en supposant $\rho_0 = 1$

$$(29a) \quad 1 + \frac{d\lambda}{\lambda_0} = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \quad 0 < \rho < 1$$

(ρ) est alors, sans dimension, un simple coefficient de déformation de l'espace. Il joue le même rôle que le coefficient (γ) du ds^2 de SCHWARZSCHILD (voir ci après § 13). Mais

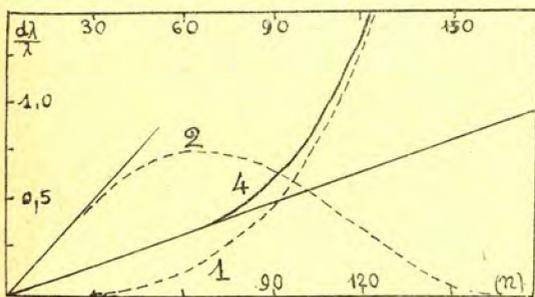


Fig. 4 — Le décalage en fonction de la distance
 1 — Champ géométrique seul
 2 — Champ matériel seul
 4 — La courbe composée (fonction 31)
 avec $\alpha = 1/4$

L'observation ayant conduit à écarter la relation (29) pour adopter (31), l'intuition invite à poser

$$\frac{n}{\sin n} + \frac{1}{4} \frac{\sin^2 n}{n} = \frac{1}{\sqrt{\rho_1}}$$

(ρ_1) serait alors la densité apparente sous l'action combinée des deux champs Géométrique et Matériel (Courbe GM de la Fig. 3a).

Si les observations (dénombrement de galaxies par HUBBLE et ses successeurs) parviennent à atteindre la densité apparente (ρ_1) en profondeur, la mise en graphique de (ρ_1) en fonction de la distance polaire doit faire apparaître la courbe GM tournant sa concavité vers le haut. (Voir ci après § 19).

12 b — Vitesse de la Lumière (Voir ci après § 13)

La vitesse radiale de la Lumière, sous l'action du champ géométrique centrifuge seul, est donnée par (49)

$$(49) \quad c = c_0 \frac{\sin n}{n}$$

ou, tenant compte de (11), $c = c_0 \sqrt{\rho}$.

En l'écrivant sous la forme $c_1 = c_0 \sqrt{\rho_1}$ elle tient compte des deux champs et la relation (31 a) peut s'écrire (31 b)

$$(31b) \quad \boxed{1 + \frac{d\lambda}{\lambda_0} = \frac{1}{\sqrt{\rho_1}} = \frac{c_0}{c_1}}$$

Cette relation reflète exactement le sentiment de l'un des astrophysiciens les plus féconds et les plus originaux de notre époque le Dr. ZWICKY qui écrit :

« — Le déplacement universel vers le rouge est provoqué par un retard gravitationnel de la Lumière, interprétation qui d'ailleurs semble lier quantitativement le phénomène de la masse d'inertie de la matière au taux de rougissement ».

RAYON ET DENSITE DE L'UNIVERS

13 — Recherchons une relation entre le rayon de l'Univers et sa densité en nous servant précisément du décalage gravitationnel interprété comme une chute libre sur le point antipode.

La sphère antipode jouant le rôle d'un centre d'attraction géométrique, tout se passe comme si la masse entière de l'Univers s'y trouvait répartie. Supposons ce champ seul. Le mouvement qui suit est donc purement virtuel.

Un point mobile P_1 abandonné sur l'hypercarte à quelque distance du centre des coordonnées, s'éloigne d'un mouvement accé-

léré. Il atteindra l'antipode en A_1 avec la vitesse limite (c) Fig. (6).

Un point P_2 parti de même, mais dans la direction opposée, atteint l'antipode en A_2 avec aussi la vitesse (c). P_1 et P_2 se rencontrent sur l'hypersphère; ils se rencontrent aussi sur l'hypercarte, car, la surface limite représentant le seul point antipode, A_1 et A_2 coïncident. A_2 peut être reporté en A_1 sur l'hypercarte prolongée au delà de π (v. § 3).

Le point P_2 paraît alors venir de l'«extérieur» de l'hypercarte sous l'action du champ matériel centripète. Mais alors, le problème des deux corps est applicable, et l'action de

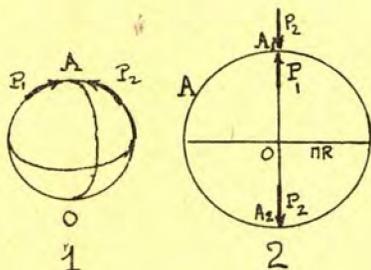


Fig. 5 — Réf. parag. 13 et 14
1: L'hypersphère
2: L'hypercarte

l'Univers sur P_2 la même que si toute sa masse était concentrée au point O.

Le point P_2 tombant de l'infini sur l'hypercarte et atteignant la surface limite avec la vitesse (c), cela veut dire que πR , rayon de l'hypercarte est aussi son rayon gravitationnel.

Le théorème des forces vives donne alors :

$$(34) \quad c^2 = \frac{2kM}{\pi R} \quad \text{d'où} \quad (34a) \quad R_0 = \frac{2k}{\pi c^2} M$$

On peut aussi écrire le coefficient (γ) du ds^2 de SCHWARZSCHILD : Il est nul sur la surface antipode :

$$\gamma = 1 - \frac{m}{r} = 1 - \frac{2kM}{c^2 \pi R} = 0$$

même résultat.

En remplaçant M par sa valeur $2\pi^2 R_0^5 \rho_0$ on obtient :

$$(35) \quad R_0^2 = \frac{c^2}{4\pi k \rho_0}$$

Les relations (34a) et (35) expriment l'équilibre statique réalisé sur l'Univers Hypersphérique.

14 — Equilibre et stabilité de l'Univers Hypercarte

De la relation (34) on tire aisément

$$(37) \quad \frac{kM^2}{\pi R} - \frac{1}{2} Mc^2 = 0.$$

Exacte cette fois — c'est la relation de PASCUAL JORDAN, exprimant l'équilibre dynamique réalisé sur l'Hypercarte. Cette relation s'éclaire vivement en permutant les observateurs O et A : La masse de l'Univers se trouve alors répartie sur la surface antipode (O). Son potentiel par rapport à (A) est $\frac{kM}{\pi R}$ et son énergie potentielle de gravitation :

$\frac{kM^2}{\pi R}$. Tous les points matériels com-

posant la masse M étant animés de la vitesse virtuelle (c), l'énergie cinétique totale est égale à l'énergie potentielle de gravitation qui est essentiellement négative. L'équilibre de l'Univers est donc stable : Autrement comment se serait-il formé ?

C'est aussi la vision prophétique de MACH inversant audacieusement son expérience.

15 — Déviation des raions lumineux

La déviation d'un rayon lumineux rasant la surface du Soleil a été donnée par EINSTEIN (1911-16) :

$$(38) \quad \alpha = \frac{4km}{c^2 r}$$

Or la relation (34a) donne sans peine :

$$(39) \quad 2\pi = \frac{4kM}{c^2 R}.$$

Interprétation : La masse de l'Univers est telle que tout photon émis est dévié de 2π et ne peut quitter l'Univers hypersphérique qui garde toute son énergie.

16 — Masse et densité de l'Univers

La présente théorie donnant les distances polaires (n) et l'Observation — tant bien que mal — les distances linéaires D_2 , on a :

$$R = \frac{D_2}{n} \text{ et par suite } M = \frac{\pi c^2}{2k} \cdot R.$$

Le densité (ρ_0) s'en suit immédiatement par la relation (35). Toute la masse de l'Univers y concourt, donc les masses obscures. Les déterminations directes de (ρ_0) donnent en général des nombres plus faibles : On pourrait hasarder : Il y aurait dans l'Univers autant de masses obscures que de masses brillantes.

17 — Vitesse de la Lumière — *Sous l'action du champ géométrique seul.*

Sur l'hypercarte, pour un déplacement radial du centre (0) au point $M(n)$, appliquons la relation (35) que nous écrivons :

$$(39b) \quad R^2 \rho = A c^2 \text{ avec } A = \frac{1}{4\pi k}.$$

L'échelle radiale étant euclidienne, R reste la constante R_0 .

La densité (ρ) seule varie. Nous écrivons donc :

au point (0) :

$$R_0^2 \rho_0 = A c^2$$

au point $M(n)$

$$R_0^2 \rho_0 \frac{\sin^2 n}{n^2} = A c^2$$

et par comparaison

$$(49) \quad c = c_0 \frac{\sin n}{n}.$$

Ainsi la vitesse radiale de la Lumière va en diminuant avec la distance et s'annule sur la sphère antipode. Une intégration montre qu'elle met un temps infini pour y parvenir ; en effet :

$$(49) \quad c = \frac{dn}{dt} = c_0 \frac{\sin n}{n}$$

$$\text{on tire } t = \frac{1}{c_0} \int_0^\pi \frac{n}{\sin n} \cdot dn = \infty.$$

17 — Le ciel noir

Le fond du ciel est noir parce que la surface antipode, centre de gravitation projectif, est une barrière (de potentiel) infranchissable ; rien ne peut en émaner, rien ne peut y parvenir. Enoncé dès Nov 1909 à l'Ecole Navale, en disant de la surface antipode. «C'est le mur de notre prison».

18 — Comparaison avec la Relativité

On y rencontre la relation (34a). Tous les résultats ci-dessus s'inscrivent naturellement dans cette théorie. Et inversement, la relation (34a) s'écrivant :

$$R c^2 = \frac{2k}{\pi} M$$

montre que si l'Univers évolue à masse constante, la vitesse de la Lumière tend vers zéro quand R augmente indéfiniment. C'est la caractéristique d'un centre de gravitation : la sphère antipode. Pareillement le rayon gravitationnel du Soleil est donné par $c^2 = \frac{2km}{r}$.

Mais la relation relativiste (34a) s'écrivant $c^2 = \frac{2kM}{\pi R}$ la comparaison montre que πR

est le rayon gravitationnel de L'Univers sous sa forme projective de l'Hypercarte, indépendamment de la démonstration du paragraphe 13. La présente théorie est de bout en bout parallèle à la théorie de la Relativité.

18 a — Résultats numériques (Réf. § 11)

1° Cas de $\alpha=1/4$ — En adoptant pour Virgo la distance de 55.10^6 a/l on trouve pour l'Univers $R = 3500.10^6$ a/l $M = 7.10^{55}$ cgs $\rho_0 = 0,97.10^{-28}$ cgs.

Une mesure directe de NEYMAN-SCOTT-SHANE (1953) donne $\rho_0 = 0,5.10^{-28}$.

On pourrait hasarder: Il y aurait dans l'Univers autant de masses obscures que de masses brillantes.

2° Cas de $\alpha = 1/2$ — L'Univers est plus grand $R = 4900$ moins dense $\rho = 0,5$ — La relation décalage/distance est linéaire jusqu'au voisinage de $n = 90^\circ$.

Ces résultats numériques sont essentiellement transitoires en raison de la difficulté et de l'imprécision des mesures de distances et surtout de densité.

a/l = année-lumière.

COMPARAISON AVEC L'OBSERVATION

19 — Densité apparent observée (§ 12 a)

Les dénombrements de HUBBLE et de ses successeurs donnent pour chaque magnitude, jusqu'à $mg = 21$ le nombre des galaxies comptées sur les clichés, en regard du nombre théorique dans un Univers euclidien.

Les chiffres avancés pour les magnitudes supérieures (22,23...) sont des extrapolations. (Encycl. Britan. 1960 — Art Nebula).

De ces données j'ai pu déduire la densité apparente (ρ) (Fig. 3 a).

Cette figure est tracée pour le cas $\alpha = 1/4$. En ordonnées la densité (ρ/ρ_0) allant de 0

à 1 — En abscisses euclidiennes (en bas) les distances polaires — En abscisses non euclidiennes (en haut), les magnitudes correspondantes calculées d'après les relations.

$$\log \left(c \cdot \frac{d\lambda}{\lambda} \right) = 0,2m + 1,16$$

et la relation (31) avec $\alpha = 1/4$.

La densité observée, courbe H va en décroissant rapidement avec la distance. Ainsi

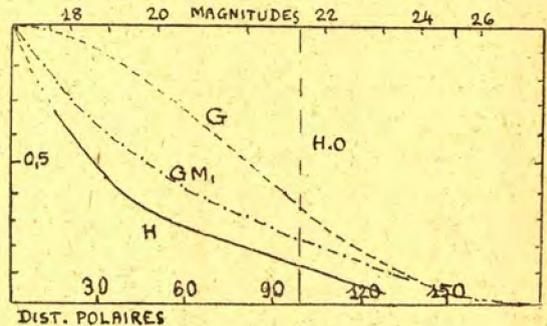


Fig. 3b — La densité

- 1° — En fonction de la distance polaire (en bas)
 G — Sous l'action du champ géométrique seul
 ($\rho = \rho_0 E^{-2}$) (§ 7)
 GM — Sous l'action combinée des deux champs
 (§ 12) $\alpha = 1/2$
- 2° — En fonction de la magnitude (en haut)
 H La densité observée (§ 19)
 HO = Horizon optique $n = 93^\circ$

qu'il était annoncé (12 a) elle présente sa concavité vers le haut. Elle se situe au dessous de la courbe GM montrant ainsi l'existence de matière obscurante en proportion croissante avec la distance.

Cas de $\alpha = 1/2$ — La figure est modifiée, mais le résultat est le même. La courbe représentative H(1/2) de la densité observée se situe toujours au dessous de la prédiction (courbe GM(1/2)).

La conclusion ne change pas: Il y a de la matière obscurante en proportion croissante avec la distance (Fig. 3 b).

En égard au caractère sommaire de ma documentation et de mon raisonnement, je ne puis dire la présente théorie confirmée sur ce point; mais la question se trouve posée aux astrophysiciens.

20 — Sphere equatoriale (Réf. § 9)

Les photographies montreraient aux extrêmes distances un nombre excessif de nébuleuses par rapport à la prédiction. Explication:

1° — Cas de $\alpha = 1/4$ — On voit sur la figure 3a que si l'échelle des distances polaires est euclidienne, celle des magnitudes correspondantes (en haut) ne l'est pas. Et la bande comprise entre ($mg = 20 \ n = 70^\circ$) et ($mg = 22 \ n = 111^\circ$) représente (0,425) de la Masse de l'Univers. Cette bande est à cheval sur la sphère équatoriale au voisinage de laquelle le diamètre apparent est stationnaire, la magnitude ne variant alors que sous la seule action du décalage spectral.

2° — Cas de $\alpha = 1/2$ — L'explication précédente est renforcée: l'échelle des magnitudes n'est plus la même; et la même bande

($mg = 20 \ n = 51^\circ$) ($mg = 22 \ n = 107^\circ$) s'étend sur 51° contre 41° dans le cas précédent, soit (0,553) de la Masse de l'Univers (Fig. 3b).

CONCLUSION

Basée sur la théorie des cartes géographiques, édiflée en marge des Cours de l'Ecole Navale, la présente théorie est simple et vérifiable. Elle a prévu la Récession des Nébuleuses, elle en rattache encore aujourd'hui la cause à une projection instinctive. Elle en explique en détail le mécanisme. Elle se prête à de nouvelles observations.

Je ne présente pas la projection de G. POSTEL comme une solution exacte, mais comme une approximation heureuse, éclairant les accès d'un problème difficile.

BIBLIOGRAPHIE

- J. BECQUEREL, *Exposé élémentaire de la théorie d'Einstein* (1922) (Payot).
 P. COUDERC, *L'Expansion de l'Univers*, (1950), Presses Universitaires de France.
 EV. SCHATZMAN, *Origine et Evolution des Mondes*, (1957), Albin Michel.

Nota sobre quasigrupos subtractivos

por José Morgado

Introdução

Numa nota recentemente publicada em *Gazeta de Matemática* ([1]), define-se *quasigrupo subtractivo* como um grupoide $\langle G, . \rangle$ (1) que verifica as seguintes condições:

(1) Um grupoide $\langle G, . \rangle$ é o par constituído por um conjunto não vazio G e uma aplicação $.$ de $G \times G$ em G . A imagem do par $(a, b) \in G \times G$ é representada por $a . b$ ou simplesmente ab .

Por $ab . c$ designamos o elemento $(a . b) . c$.

J1: Existe em G um elemento i — *identidade direita* — tal que $ai = a$, para todo $a \in G$.

J2: $ab . c = ac . b$, quaisquer que sejam $a, b, c \in G$.

J3: $a . bc = c . ba$, quaisquer que sejam $a, b, c \in G$.

J4: $aa = i$, para todo $a \in G$.

Trata-se, na verdade, de um quasigrupo, porque cada uma das equações

$$ax = b \text{ e } ya = b$$