

Notas sobre la verdad y su evolución en la historia de la matemática

por **Eduardo H. del Busto**
La Plata — Argentina

ADVERTENCIA

Cuando mis alumnos leen el párrafo que, sobre la noción de verdad, traen los Éléments d'histoire des mathématiques de N. Bourbaki, manifiestan muy serias dudas.

A mi parecer, la no acostumbrada lectura de otros temas, impide a los jóvenes ubicarse dentro de una cuestión como ésta de la verdad, cuyos planteos y replanteos abarcan todo el desarrollo cultural de la humanidad. Por eso he querido dedicarles las notas que siguen, donde me propongo simplemente reseñar algunas de las más importantes concepciones sobre la materia, a fin de ofrecer a los estudiantes siquiera una idea de la complejidad de la cuestión, e incitar a los más curiosos a proseguir la indagación.

Una de las dificultades mayores con que he tropezado es la inexcusable referencia a la escuela polaca de Tarski. Tenía yo que ser breve y claro; pero el nivel de los trabajos respectivos no me permitía alcanzar ambas condiciones simultáneamente. Atendiendo a ello, he optado por señalar unos pocos puntos de la concepción semántica de verdad y, para lo demás — que es mucho — me he limitado a una referencia bibliográfica, donde el propio Tarski resume de manera no formal los principales resultados que ha obtenido con relación a la definición de verdad.

1. La verdad como realidad y la verdad de los enunciados. La concepción aristotélica.

Una de las primeras razones que nos conducen a hablar acerca de la verdad, es la verdad, es la distinción entre ilusorio y real.

Los gauchos de Hudson se ponían serios si se relataban cosas que ellos consideraban reales (luces malas, fantasmas, aparecidos), y se molestaban cuando les contaban cosas que ellos consideraban irreales (como la existencia de palacios de cristal). El hecho fortuito de que tomaran por ciertas las fantasías y por falsas las realidades — como a nosotros nos ha de pasar, sin darnos cuenta — no significa que no tuviesen inconscientemente criterios para discriminar entre unas y otras, según tácitas definiciones y acuerdos.

Los primeros filósofos griegos se empeñaron por aclarar la diferencia, y, entendiendo sin titubeos que verdadero y real eran términos sinónimos, reconocieron que lo real es aquello que tiene la virtud de permanecer. De ahí que, para ellos, lo verdadero es lo que *es*; no lo que *está siendo*. Por tanto, de las cosas que existen o que son, decían que eran reales o verdaderas; de las que no existen o que no son, decían que eran ilusorias o falsas.

A poco que se abonde, la distinción no se ve muy clara. No faltará quien afirme hoy que lo único real es el estar siendo, pues el ser aquí y ahora no se da nunca... De cualquier modo, la antigua concepción que identifica verdad con realidad deviene un capítulo estrictamente filosófico, que ha sido encarado bajo los epígrafes de verdad transcendental, o verdad metafísica, o verdad ontológica y escapan a nuestra incumbencia.

A partir primordialmente de Aristóteles, los griegos empezaron a estudiar la verdad

en un acepción diferente. La verdad no sólo puede enfocarse por el lado de la realidad, sino, y éste es el punto novedoso, la verdad aparece también como una propiedad, no ya de las cosas, sí de algunos *enunciados*; justamente, de los enunciados llamados verdaderos. Caracterizando debidamente aquella propiedad que torna verdaderos a algunos enunciados, esperamos obtener la nueva acepción de verdad, que soslaya el problema de la verdad transcendental y que quizás es útil para el matemático.

Tratar de la verdad como propiedad de algunos enunciados, impone, empero, un cúmulo de consideraciones especiales. O bien se admite que la verdad implica conocimiento y, en tal caso, se está ante un problema de *gnoseología*; o bien se considera que la verdad es una simple relación entre el juicio y la cosa juzgada, y, en este sentido, se estudia la verdad como relación *lógica*; o bien, en fin, se ve que la verdad es una relación entre signos o nombres, y, en estos respectos, se la llama *verdad nominal*.

La concepción aristotélica de verdad (*Metafísica*, E 4) es la que considera a la verdad como relación lógica.

ARISTÓTELES dice:

... «lo verdadero es la afirmación de la composición real del sujeto y del atributo, y la negación de su separación real; lo falso es la contradicción de esta afirmación y de esta negación».

En otros términos, si yo afirmo de lo que es, que es, y de lo que no es, que no es, estoy diciendo verdad; si afirmo de lo que no es, que es, y de lo que lo es, que no es, estoy diciendo falsedad.

Los ejemplos más claros y conocidos los ha dado TOMÁS de AQUINO en los *Comentarios* sobre ARISTÓTELES. Dice:

«El hombre es animal, es verdadero;

«el hombre no es animal, es falso;

«el hombre es asno, es falso;

«el hombre no es asno, es verdadero».

De acuerdo con el esquema aristotélico, los juicios precedentes son verdaderos o falsos, no por los objetos en sí, sino por lo que la mente juzga acerca de la relación que en dichos juicios se establece. Así, para reafirmar la acepción de verdad lógica como distinta de la verdad ontológica, ARISTÓTELES explica (*Metafísica*, E 4):

«Lo falso y lo verdadero, en efecto, no están en los objetos (como si el bien fuese lo verdadero y el mal en sí lo falso), sino en el pensamiento; porque

«lo verdadero y lo falso no existen en el pensamiento como esencias o naturalezas simples».

(Constituyen, pues, diríamos hoy, relaciones lógicas).

Ahora bien ¿cuándo decide el pensamiento afirmar o negar la relación establecida en el enunciado? En otras palabras, ¿cuándo afirmo yo que la *nieve es blanca* es un enunciado verdadero?

He aquí una cuestión delicada.

Los filósofos medievales que se inspiraron en ARISTÓTELES de Estagira, especialmente TOMÁS de AQUINO (1224 ? a 1247), aseveraban que la verdad es el *acuerdo del pensamiento con su objeto*; la falsedad, por ende, es el desacuerdo entre el pensamiento y el objeto pensado. Esto significa algo a primera vista descorazonador: el enunciado la *nieve es blanca* es verdadero... si y sólo si la nieve es blanca... Acuerdo entre el pensamiento y el objeto pensado.

Aparte de lo que acabamos de explicar, si la verdad es un acuerdo y la falsedad un desacuerdo en esa correspondencia entre objeto pensado y sujeto pensante, ¿cómo saber si el acuerdo o el desacuerdo existen cuando el enunciado pertenece al pasado o al futuro; es decir, cuando el objeto no se halla ante nosotros?

Acaso ¿es siempre posible verificar el acuerdo o desacuerdo entre objeto y sujeto?

Además, si la misma realidad es conocida a través de nuestros pensamientos, ¿cómo establecer en última instancia si hay esa correspondencia o si no la hay, puesto que la correspondencia, a su vez, debe ser pensada? Y si a esto se agrega, como nos lo enseña la psicología, que es posible creer absolutamente en la verdad de nuestro pensamiento aun cuando éste sea falso, debemos aceptar que, aunque experimentemos a veces el *sentimiento* de certeza, ello no es garantía del acuerdo o del desacuerdo objeto pensado — sujeto pensante.

También a veces el hombre experimenta el *sentimiento* de la opinión — algo así como una certeza menor — que no descarta la posibilidad del error; y a veces experimenta el *sentimiento* de la duda, porque ignora si lo que piensa es verdadero o falso. Certeza, opinión, duda, por ser sentimientos, son estados subjetivos. ¿Puede la verdad hallarse subordinada a lo subjetivo?

Ha habido quienes aceptaron la pura subjetividad de la verdad, llegando a consecuencias imaginables acerca del mundo y del papel que en él desempeñamos.

Otros, en cambio, han tratado de descubrir algún carácter objetivo, propio de la cosa pensada o de la manera en que es pensada, para determinar el fundamento objetivo de la certeza. Así nace el concepto objetivo de verdad, extremando el cual puede llegarse — aunque no necesariamente — a la idea de verdad absoluta, cara a varias concepciones e ideologías.

De cualquier modo, llamamos *evidencia* a aquello que provoca en nosotros el sentimiento de certeza.

Según los aristotélicos y escolásticos, pues, la evidencia surge, como hemos dicho, del *acuerdo* entre objeto pensado y sujeto pensante. El tratamiento clásico de la teoría del acuerdo (o de la correspondencia) no parece eficiente y contiene circularidades inadmisibles. La moderna escuela polaca por un lado,

y la concepción marxista por otro, han reasumido el punto de vista del acuerdo y lo han expuesto de manera menos controvertible al parecer.

2. La verdad como praxis.

De la escuela polaca nos ocuparemos más extensamente en el párrafo 9, 4.º); de la marxista necesitamos señalar algunos puntos muy bien comentados por A. SCHAFF en *La teoría de la verdad en el materialismo y en el idealismo*, Lautaro, Bs. As., 1964.

En primer lugar, el análisis marxista sostiene la unidad entre pensamiento y lenguaje. No cabe distinguir sino artificialmente entre verdad de un juicio y verdad de un enunciado afirmativo; es decir, se rechaza la instancia «idealista» de la realidad ontológica de los juicios como entes ideales, y se rechaza asimismo la instancia «nominalista» de la separación entre el acto mental del juicio y el acto verbal de su proposición.

En segundo lugar, el análisis marxista vincula la verdad con la praxis. La praxis es una actividad *social* del hombre, históricamente condicionada, que se halla dirigida a la modificación de la realidad objetiva. El hombre, ser social, no se queda contemplando el mundo para interpretarlo; el hombre, ser social, movido por la praxis, modifica el mundo.

La praxis es una actividad social que tiene fin en sí misma. Son verdaderos los juicios cuando son compatibles con la praxis; cuando son útiles a la praxis. Pero, entiéndase bien, un juicio es útil porque es verdadero. El marxista tiene una concepción objetiva de la verdad; el pragmatista, en cambio, sostiene que un juicio *me* resulta verdadero porque es útil para *mí*; tiene una concepción subjetiva de la verdad. El marxista se apoya en la praxis, actividad social, objetiva.

De esto último no debe inferirse que el

marxismo proponga una teoría de la verdad absoluta. Todo lo contrario, ya que, como lo afirma Lenin :

«la verdad es proceso. Partiendo de la idea subjetiva el hombre alcanza la verdad objetiva a través de la praxis».

En otros términos, de acuerdo con los marxistas, la praxis nos otorga la evidencia.

3. Descartes y Spencer.

De muy diferente manera había pensado RENÉ DESCARTES (1596 a 1650), cuando sentó el siguiente criterio de verdad; criterio llamado cartesiano o de la evidencia:

es evidente lo claro y sencillo.

Pero, ¿acaso no sabemos que, por hábito, llegamos a creer claros y sencillos muchos conceptos que no son claros ni sencillos para la mayoría?; y ¿acaso no nos muestra la historia de la ciencia multitud de errores que, en su época, fueron considerados como verdades claras y sencillas?

El filósofo inglés HERBERT SPENCER (1820 a 1903), comprendiendo la debilidad del criterio cartesiano, definió lo evidente como *aquello cuyo contrario es imposible de concebir.*

Peregrina afirmación que nada ayuda, pues ¿quién o qué nos asegura que no tengamos una capacidad deformadora del concebir, a punto tal que aquello que nos parezca evidente no sea precisamente lo absurdo? Incluso autores hay que tienen por cierto que todo lo que pensamos es pura absurdidad.

Por lo visto, parece muy difícil fundamentar el criterio de la verdad en una definición de lo evidente.

4. La autoridad competente. Crítica de Pascal.

Muchos filósofos medievales y otros de inspiración eclesiástica han defendido el cri-

terio de autoridad o competencia. Según este criterio, de naturaleza objetiva,

es verdadero todo enunciado confirmado por autoridad competente.

Constituyen autoridades competentes: los textos antiguos, las afirmaciones de los especialistas, los preceptos tácitos o explícitos de una ideología⁽¹⁾, etc.

Las primeras y más conocidas objeciones al criterio de autoridad competente fueron brillantemente expuestas por BLAISE PASCAL (1623 a 1662), y son cuatro. Primera objeción: este criterio nos conduce a la ceguera mental, por cuanto nos insta a admitir aun aquello que no vemos por nosotros mismos. Segunda objeción: este criterio presupone que aquellos que han adquirido jerarquía de autoridad competente, han alcanzado la verdad por algunas vías que no son accesibles a nosotros, y, por tanto, nosotros somos inferiores a ellos. Tercera objeción: este criterio es peligroso ya que nada nos garantiza que aquellos a quienes se les concede el privilegio de la autoridad, no hayan incurrido, a su vez, en el error. Cuarta objeción: este criterio impide el progreso de los conocimientos humanos, o bien lo restringe a quienes son capaces, por don especial envidiable, de tornarse autoridades competentes.

En conocidos escritos, PASCAL se refiere al criterio de autoridad y lo critica en detalle; pero especialmente citable es el *Traité du Vide*. No obstante, las famosas cartas *Provinciales* son, en muchos aspectos, testimonio dramático de la lucha de PASCAL contra el principio de autoridad competente, ejercido por jesuitas con relación a la teoría de la gracia divina. Clama PASCAL:

(1) Entiéndese aquí por *ideología* el conjunto de ideas, concepción del mundo o doctrina, característicos de un grupo o clase social. La ideología es una suerte de filosofía menor, a la que nos adherimos casi atávicamente, sin reflexión sistemática y por imperio de las circunstancias; porque, como dijo MARX, la ideología está asociada a la condición social.

«Si lo que digo no sirve para daros luz, «servirá al pueblo. Si allá se callan, las piedras hablarán. El silencio es la mayor persecución; jamás los santos se han callado... «Si mis cartas son condenadas en Roma, lo «que yo en ellas condeno está condenado en «el cielo... La Inquisición y la Sociedad (jesuítica): las dos plagas de la verdad...»

El 6 de setiembre de 1657 el Papa Alejandro VII condenó las cartas *Provinciales* de BLAISE PASCAL, el matemático eminente y la caña pensante de la humanidad.

5. Lionardo y el criterio experimental.

Mucho antes, LIONARDO DA VINCI (1452 a 1519) había alzado también su protesta contra el criterio de autoridad competente, y también había luchado contra él. En efecto, se opuso a hombres cuyo prestigio intelectual nadie osaba poner en duda, como el médico y alquimista alemán PARACELSUS (1493 a 1541); se mofó de opiniones sustentadas por personalidades influyentes, por ejemplo, se burló de la nigromancia y de la alquimia; acusó a «quienes mantienen el engaño de la tonta muchedumbre» y se rió de los que sostenían la posibilidad del móvil perpetuo.

Todo esto significaba una audaz rebelión contra la autoridad...

Es que LIONARDO da VINCI preconizaba un nuevo criterio de verdad, el *criterio experimental*:

es ciertamente verdadero aquello que la experiencia confirma.

Para LIONARDO, la experiencia es un diálogo entre el hombre y la naturaleza: el hombre interroga y la naturaleza responde. Los juicios formulados acerca de los fenómenos naturales no se sustentan con simples argumentaciones, sino con experimentos; no con solas razones, sino con hechos.

«Aunque la naturaleza comience con la

«razón y termine con la experiencia, nosotros «— dice LIONARDO — debemos seguir el camino inverso: comenzar por la experiencia «y con ella investigar la razón».

Tan fundamental estima la experiencia para descubrir la razón, que no vacila en anteponerla a cualquier argumentación por más trivial que parezca. Así, por ejemplo.

«Si una libra de peso hunde en la tierra «una barra de una onza, dos libras de peso ¿ «qué efecto harán sobre la misma barra, en «la misma tierra y en el mismo tiempo?». «LIONARDO recomienda: Haz la prueba». Haz la prueba varias veces, decimos hoy.

Todavía antes, en el siglo XIII, el más luminoso de la Edad Media, el propio ROGER BACON (1214 a 1292) ya había llamado la atención sobre el criterio experimental. Si bien es cierto que no había reconocido la supremacía de lo empírico como lo proclamaría LIONARDO dos siglos después, ROGER BACON reclamó para la experiencia un papel predominante, a extremos de considerarla como una técnica o un método para el aprendizaje inductivo; sobre todo, respecto de algunas cuestiones controvertibles por vía puramente argumental.

La observación y la experimentación, como factores del método científico, fueron adquiriendo cada vez mayor predicamento por obra de aquellos sabios que revolucionaron la ciencia y, con ella, el mundo en que vivimos.

Usando observación y experimentación, el cúmulo de conocimientos aumentó en forma explosiva y quedaron seriamente socavados los cimientos de aquel criterio de la autoridad competente.

6. El drama de Galileo. Nueva crítica a la autoridad.

Pero otra cosa más vino a degradar también este criterio de la autoridad competente. En efecto, por fuerza de circunstancias hu-

manas (demasiado humanas) el principio de autoridad competente había pasado a ser, simplemente, el principio de la autoridad: el poder por encima del saber; justificar en vez de juzgar. Había nacido la profesión de la conveniencia: qué cosas deben decirse, qué cosas no deben decirse, cuándo es oportuno, cuándo no lo es. Y entonces apareció una caterva de intelectuales genuflexos, sumidos en falacias deplorables, prefabricando preceptos afines a ciertas ideologías, que no son sino enmascaramientos de la realidad.

Con razón había de escribir MARX, que «las ideas dominantes en una época, son las ideas de la clase dominante».

En el mundo contemporáneo, en nuestros días, hoy mismo, están vigentes muchos enmascaramientos, y acaso de algunos de ellos no nos damos cuenta todavía...

No vamos a intentar siquiera hacer la historia de las mentiras, porque nuestro tema es la verdad o el error; no la mentira. La mentira es la manifestación contraria de lo que se piensa. Pero no hemos de callar un elocuente episodio de la Historia de la Ciencia: el drama de GALILEO GALILEI (1564 a 1642), una triste lucha de creencias e quizás de enmascaramientos.

GALILEO creyó que no había otro camino para descubrir la realidad natural, que la observación y la experimentación. La Iglesia de entonces creía que la verdad absoluta se halla en las Escrituras. Sostener una hipótesis que contradijese a las Escrituras y someterla a pruebas empíricas, era tolerable para el Santo Oficio; pero pretender — como osaba GALILEO — que esa hipótesis contradictoria de las Escrituras fuese además reflejo directo de la verdad absoluta, era intolerable para la autoridad eclesiástica. Por eso el fundador de la ciencia moderna recibió pena de cárcel por un término que quedó a discreción del tribunal, fue obligado a retractarse y padeció el castigo de rezar semanalmente, durante tres años, los siete salmos penitenciales.

Había tenido la temeraria idea de sostener, como *verdad absoluta*, que el Sol y no la Tierra, ocupaba el centro del sistema planetario y, aún más, que la Tierra se movía...

Había sido la autoridad simple disfrazada de autoridad competente, apoyada en un libro considerado como tal.

LUTERO, em 1539, había procedido en forma similar a la Inquisición, en otra cuestión de mecánica celeste. Al emitir un juicio sobre COPÉRNICO, LUTERO dijo:

«El loco quiere deshacer todo el arte de la astronomía; mas, como dicen las Sagradas Escrituras, JOSUÉ ordenó al sol que se «detuviera, no a la Tierra».

Transcendemos un poco el nivel de lo anecdótico si estas historias nos permiten comprender el choque entre el criterio de autoridad y el criterio de la observación y consecuente experimentación. Ambos criterios fueron considerados, respectivamente por un bando y por otro, como los únicos valederos para descubrir la verdad absoluta. A nadie se le había ocurrido entonces distinguir entre *realidad* y *explicación de la realidad*. Planteado el litigio, venció de momento no quien poseía a su alcance la verdad, sino quien dominaba los métodos de la contundencia.

El criterio experimental, en virtud del cual es verdadero lo confirmado por la experiencia, posee la indudable ventaja de que se apoya en el sujeto. Pero, digámoslo sin mayor dilación, no constituye la ansiada panacea.

Es un criterio muchas veces vago y otras, equivoco. Hay experiencias mal realizadas, mal enfocadas, que inducen al error.

Por otra parte, aún cuando se lo limitase o definiese con absoluta precisión, el criterio experimental sería insuficiente. Serviría para verificar las verdades de hecho, no las verdades de razón. No serviría, pues, para establecer las verdades matemáticas; porque no son fácticas, como todos lo sabemos.

7. Consentimiento universal y sentido común.

Pasemos rápida revista a otros criterios de verdad.

Según el teólogo y filósofo francés FELICITÉ — ROBERT de LAMMENAIS (1782 a 1854), *es verdadero todo juicio confirmado universalmente por la humanidad.*

Es el *criterio del consentimiento universal.*

Ahora bien, de inmediato observamos que el consentimiento no se logra necesariamente en estado de certeza; las más de las veces se funda en la *opinión* mayoritaria. Y debe reconocerse, incluso, que el campo sobre el cual tiene opiniones la mayoría no es suficientemente extenso.

Además, ¿por qué lo que puede saberse por consentimiento universal no puede saberse tal vez individualmente, aun antes de que el consentimiento se produzca? La Historia está plagada de ejemplos.

THOMAS REID (1710 a 1796) y WILLIAM HAMILTON (1778 a 1856) formularon el *criterio del sentido común*:

es cierto todo juicio conforme al sentido común.

Ante todo, aclaramos que este WILLIAM HAMILTON es el filósofo escocés, enemigo de la matemática; y no debe confundirse con el talentoso inventor de los cuaterniones. Por otro lado, debemos admitir que no sabemos bien qué cosa es el sentido común; que hay multitud de casos en que el sentido común no es infalible; y que, en general, no es fácil distinguir entre hábito y sentido común. Los mercaderes de la publicidad hacen «maravillas» con esta confusión, mintiendo...

8. La razón suficiente de Leibniz. La no contradicción.

Respecto de las verdades de razón y sin tener en cuenta para nada lo fáctico, es famoso el *criterio o principio de razón enun-*

ciado por GOTTFRIED WILHEM LEIBNIZ (1646 a 1716):

Es verdadero todo aquello que tiene razón de ser o que es la razón de ser de algo.

He aquí tres ejemplos del uso que hizo LEIBNIZ del principio de razón; ejemplos que permiten ahondar el alcance y significado que le otorgó el filósofo.

a) *La nada no existe.* ¿Por qué? Tiene que haber algo en vez de la nada, ya que el ser es *superior* al no ser.

b) *El vacío no existe.* En efecto, si el vacío existiese habría que hallar la razón que determine por qué hay en el universo partes ocupadas y partes vacías. Y dicha razón no puede estar en el vacío mismo, ya que es vacío.

c) *La materia no es extensión pura.* En efecto, si fuese solamente extensión, no vemos razón alguna de por qué la materia está en el lugar A más bien que en el lugar B.

Advertimos que el criterio de razón es un principio metafísico. No es un principio psicológico; pues nada nos impide formular juicios sin razón suficiente.

CHRISTIAN WOLFF (1679 a 1754), discípulo de LEIBNIZ, es el inventor del criterio de verdad denominado *principio de contradicción*.

Es ciertamente verdadero todo juicio que no puede ser negado sin contradicción.

WOLFF lo consideraba un principio *ontológico*; pero posteriormente ha sido tenido y enunciado como principio lógico:

No, a la vez, p y no p (donde p es un enunciado).

Desde el punto de vista ontológico, el principio de contradicción ha sido cuestionado, porque — y esto lo sostiene la dialéctica — la misma realidad es contradictoria: tesis, antítesis, síntesis, y, dentro de esta síntesis, el germen antitético, indefinidamente...

Desde el punto de vista de los lógicos, el principio de no contradicción ha sido inter-

pretado antes como *axioma evidente por sí mismo*; después, como *postulado convencional* que sirve para *hablar* de la realidad.

9. Recapitulación. La coherencia y la compatibilidad. La escuela polaca de Tarski.

Se impone a esta altura de la discusión, un resumen de algunos conceptos que deben quedar en claro. La palabra *verdad* está sujeta a cuatro acepciones principales:

1°) Si nos referimos a lo verdadero como realidad, estamos tratando la *verdad transcendental*. Y esta materia pertenece directamente a la Filosofía, especialmente a la Metafísica.

2°) Si nos referimos a la verdad en cuanto se halla en el intelecta, diremos *verdad gnoseológica*. Ahora bien, la Gnoseología o teoría del conocimiento, también pertenece a la Filosofía; pero no pertenece necesariamente a la Metafísica.

Si bien es cierto que preguntar por el conocimiento equivale a preguntar por la realidad (y en esta pregunta entra la Metafísica), no es menos cierto que varios importantes capítulos de la teoría del conocimiento (posibilidad del conocimiento, fundamento del conocimiento, formas del conocimiento) pueden encararse y desarrollarse sin plantear previamente la cuestión transcendente. O sea, es posible describir la función cognoscitiva y determinar sus propiedades, sin preguntarse acerca de la esencia del conocimiento.

3°) Si nos referimos a la verdad como si se tratase exclusivamente de una conformidad entre signos, diremos *verdad nominal*.

Desde este punto de vista, por ejemplo, decir que el enunciado «la nieve es blanca» es verdadero, equivale tan sólo a afirmar que el signo «nieve» es conforme al signo «blanco». Portanto, aseverar que una sucesión de signos (un enunciado, una oración) es verdadera o

es falsa, importa afirmar, respectivamente, que existe conformidad o que no la existe entre los signos que tornan significativa a dicha sucesión.

La presunta conformidad entre signos nos rememora, por analogía, la tesis de JOACHIM (*La Naturaleza de la Verdad*), donde se define la verdad como una *coherencia sistemática*.

La coherencia se refiere a los enunciados y no a los hechos, y establece una coparticipación entre cada enunciado y todo el discurso; pero hay que reconocer que la tal coparticipación puede existir sobre la base de convenciones que no reflejan lo fáctico. Por ejemplo, si se ha convenido en que todo lo que sube no pesa, el enunciado «el humo no pesa» es coherente con la convención. Coherente; pero, en otro nivel, no cierto.

La condición de *compatible* que se exige a los enunciados de la matemática, equivale a una coherencia entre los teoremas y los postulados; coherencia que debe ser demostrada pero que, una vez demostrada, no es garantía sino de sí misma: las afirmaciones matemáticas no reflejan la verdad transcendental, sino la coherencia sistemática con las convenciones admitidas.

Los pragmatistas de diverso cuño echan mano de la *verificación*, y creen que ningún enunciado puede ser tenido por verdadero si no ha sido verificado. Los neopositivistas, más sutiles, sostienen que no es posible verificar enunciados, sino tan sólo es posible verificar el significado de las palabras; es decir, podemos verificar que « x » es el nombre de la cosa x . La verdad nominal.

4°) Los miembros de la escuela polaca, a la cual nos hemos referido brevemente al principio de este trabajo, han reconocido la enorme dificultad de definir la verdad en general o de establecer criterios de verdad inobjetables.

ALFRED TARSKI se propuso hallar una *definición satisfactoria* de la verdad; entendiéndolo por «Satisfactoria» una definición adecuada

y formalmente correcta. Para que la definición sea *adecuada*, desiste de tratar la verdad como realidad y se limita a describir los caracteres de las *oraciones verdaderas*, porque refiere la verdad no a las cosas, sino a los enunciados, como ARISTÓTELES.

Pero los enunciados, a su vez, están directamente vinculados al *lenguaje* en que se expresan; y algunos enunciados ciertos en un lenguaje, son falsos o carecen de sentido en otro lenguaje.

Por tanto, la verdad de los enunciados está relacionada con el lenguaje específico.

Un *lenguaje específico* es aquél que cumple requisitos muy severos, como el de determinar sin ambigüedad el conjunto de palabras significativas, el de enumerar sin excepción los términos indefinidos, el de establecer las reglas de definición, el de explicitar las oraciones que han de aceptarse como axiomas, y el de poner de manifiesto las reglas de inferencia que serán usadas en el discurso correspondiente.

Estos requisitos reducen a unos pocos los lenguajes específicos; aunque, no obstante, esos pocos lenguajes específicos tienen, en general, importantes aplicaciones. Así el lenguaje de la matemática y el de la física teórica.

En disciplinas donde se logra establecer el lenguaje específico, encuentra ALFRED TARSKI que puede llegarse a una definición adecuada de la verdad de los enunciados permitidos por dicho lenguaje. Pero en las disciplinas cuyos lenguajes no son específicos, el mismo problema resulta vago e impreciso. Aún así, cabe en ellos la posibilidad de intentar la solución aproximada; es decir, se sustituye el lenguaje no específico por otro lenguaje específico que difiere de aquél «tan poco como sea posible», y luego se realizan ajustes sucesivos... Se nota en esto una actitud pragmática: si lo cierto no alcanzas, conténtate con lo idóneo...

Además de adecuada, la definición de verdad, según TARSKI, ha de ser correcta formalmente. La condición de correcta es indis-

pensable para evitar, entre otras cosas, las paradojas o antinomias. Por ejemplo, cuando me pregunto si la expresión

yo miento

es verdadera, no debo quedar enredado en una maraña de contradicciones...

El análisis de TARSKI conduce a este resultado: la definición adecuada y correcta de verdad de enunciados tiene lugar sólo en el dominio de lenguajes específicos. Pero para hablar de verdad de enunciados hacen falta *dos* lenguajes: el lenguaje específico de lo que se habla (llamado *lenguaje objeto*) y el lenguaje específico con que hablamos del primer lenguaje. Este segundo lenguaje se llama *metalenguaje*.

Todo esto, que implica una larga y prolija discusión, constituye la *concepción semántica de la verdad*; en la cual TARSKI y su escuela vienen trabajando arduamente desde tiempo atrás. Su fundamento histórico es la concepción aristotélica; mas los importantes logros — hay que saberlo — han exigido delimitar el problema originario, retacearlo, encuadrarlo y precisarlo prolijamente; en particular, trasladando la cuestión de fondo a una nueva problemática: la semántica.

Quien desee enterarse mayormente de la tesis de la brillante escuela polaca, haría bien en estudiar, por lo menos, el opúsculo de ALFRED TARSKI, *La concepción semántica de la verdad y los fundamentos de la semántica*, Nueva Visión, Bs. As., 1972, donde, aparte de una autorizada introducción al tema, se mencionan y discuten las principales objeciones formuladas a la concepción semántica, y se indica la bibliografía más adecuada.

Una de las dudas que se vienen manifestando con mayor frecuencia acerca de la concepción semántica de la escuela de TARSKI es ésta: ¿La noción de enunciado verdadero es *importante* en las disciplinas matemáticas? ¿Desempeña algún papel de valor en la metodología de la matemática? ¿No es acaso

mucho más útil y fecunda la noción de enunciado *comprobable*?

Las respuestas son todavía materia de polémica.

*

* *

10. La noción de verdad en la historia de la matemática.

¿Cuál es la noción de verdad que prevalece en la matemática?

Un enfoque histórico nos conduce a una respuesta atinada. Como obra de la cultura que es, la matemática refleja a grandes rasgos la evolución de la humanidad.

Los griegos, con quienes se inicia la matemática propiamente dicha, habían heredado — no cabe duda de ello — la cultura oriental. Mas la herencia fue reelaborada y asimilada según una tan peculiar manera de ser, que lo hecho por los griegos tiene visos de enorme originalidad.

Propensos a discutir y a razonar, a disputar y a controvertir, descubrieron falacias o paralogismos (recuérdese a ZENÓN de Elea) que los obligaron a tomar serias precauciones para guiar el recto discurrir. Así es que inventaron reglas lógicas para ordenar los razonamientos y, en lo que a matemática atañe, convinieron en aceptar ciertos *elementos* que después se llamaron *axiomas*.

Por lo común, los axiomas adoptados eran aquellos que resistirían a una serie de pruebas; pruebas experimentales o, mejor dicho, sensoriales, y pruebas netamente dicursivas o lógicas. Algunos pocos axiomas que por su enunciado no se toleraban con los datos de los sentidos, pero cuya eficiencia se verificaba no obstante, eran aceptados a regañadientes y por excepción. Esto ocurrió palmariamente con el llamado quinto postulado de EUCLIDES (el de las paralelas), por cuanto su admisión exigía una experimentación repetida un nú-

mero infinito de veces, para convalidar una sensación visual opuesta a lo que el axioma obligaba a aceptar.

Salvo, pues, lo excepcional, los griegos emplearon contemporáneamente dos criterios de verdad:

- a) el criterio experimental,
- b) el criterio de no contradicción.

Apresurémonos a destacar dos circunstancias históricas interesantes. Primera, que los matemáticos griegos no expusieron explícitamente dichos dos criterios; pero que los usaron. Segunda, que el criterio de no contradicción fue considerado por ellos como definitivo para fundamentar las verdades de razón; en cambio el criterio experimental — cuando era empleado conscientemente — parecía una especie de criterio auxiliar y provisorio, una técnica para la búsqueda. Así pues, cada vez que ARQUÍMEDES (287 ? a 212) se vale del criterio experimental como de un método heurístico, declara que es necesario hallar la demostración del resultado por vía racional, pues de otro modo no accedería al plano matemático cabal.

En EUCLIDES, el criterio es decididamente demostrativo; aunque, sin darse cuenta, entremezcla verdades de razón y verdades fácticas sin justificativo racional; lo cual es buen indicio como para sospechar de que el criterio experimental subyacía en las mentalidades griegas más especulativas.

PLATÓN lo explicaba en la *República*. Quienes se ocupan de la matemática — nos dice — suponen algunas cosas conocidas (como lo par y lo impar, como las distintas especies de ángulos) y, a partir de ellas proceden ordenadamente (o sea, proceden lógicamente) a hallar otras proposiciones. Esas «cosas conocidas» de que nos habla PLATÓN, tenían por lo general su fundamento en la intuición sensible.

El lúcido panorama que N. BOURBAKI ofrece en los *Eléments d'histoire des mathématiques*, nos muestra que la matemática

griega dio a sus cultores una sensación de seguridad y de certeza. Los griegos terminaron otorgando *confianza* a los axiomas y a los teoremas de ellos deducidos. Tan grande confianza como la que tuvieron los físicos teóricos del siglo pasado, en los principios de la Física clásica. Los matemáticos griegos no concibieron la posibilidad de cuestionar las reglas de razonamiento ni los postulados que formularon; excepto, acaso, aquéllos cuyo enunciado implicara una operación al infinito. De modo que, alentados por la eficacia de sus métodos, no cuestionaron la legitimidad de los resultados que obtuvieron o sistematizaron racionalmente. De su eficacia les venía la *evidencia*.

Durante la Edad Media tampoco se cuestionó básicamente a la matemática griega. Pero esto ocurrió por otros motivos.

El criterio de verdad predominante en la Edad Media — salvo las excepciones que hemos mencionado antes y que constituyen algo así como puntos aislados — fue el criterio de autoridad competente; en particular, autoridad de los antiguos (es decir, de los maestros griegos). Por tanto, no se ponía en duda lo afirmado por los principios o por los postulados matemáticos heredados del mundo cultural helénico. A lo sumo se trabajaba en los enunciados, con el prudente propósito de aclararlos y completarlos, a fin de que la «verdad» implícita en ellos se manifestase mucho mejor.

La Edad Media aceptó la matemática griega como testimonio de autoridad; por lo menos hasta que adviene el Renacimiento.

En los tiempos de este gran movimiento cultural no se cuestiona, en realidad, la verdad de la matemática griega; pero se empieza además a advertir muy nítida y *explícitamente* un conjunto de ideas cuyas consecuencias son de trascendencia histórica. Indiquemos tres:

1) No hay diferencia esencial entre los *objetos* de la matemática y los *objetos* de las

ciencias naturales. Por eso los renacentistas sostienen que la matemática comprende otras disciplinas, como la mecánica, la náutica, la filosofía natural (física), etc.

2) Los objetos de la matemática como los de las ciencias naturales, son conocidos por intuición sensible y por razonamiento;

3) No hay razón para poner en duda al razonamiento, siempre y cuando se lo use *correctamente*, es decir, de acuerdo con los cánones y normas aceptados desde la Antigüedad.

La verdad matemática y la verdad física van de la mano. Lo afirmaría con lucidez GALILEO GALILEI, al aseverar que *el mundo es un libro escrito con caracteres matemáticos*.

No quería sostener con esto que el mundo es pitagóricamente matemático; no. Sino que el lenguaje con que el mundo se expresa a los sabios que lo indagan, es el lenguaje de la matemática.

La concepción renacentista, optimista y promisoría, siguió vigente hasta fines del siglo XIX: como si dijéramos, hasta ayer. BLAISE PASCAL, RENÉ DESCARTES, GOTTFRIED WILHEM LEIBNIZ y todos los matemáticos y físicos que les sucedieron, creyeron en esa concepción. La mayoría de las personas de nuestros propios días también creen en ella; pero los matemáticos del siglo XX piensan de modo diferente.

Ya en tiempos de GAUSS, de LOBATCHEVSKY y de BOLYAI, cuando surgen con vigor las geometrías no euclidianas, los matemáticos — mal que les pesara — comenzaron a cuestionar aquella idea de la casi identificación entre objetos matemáticos y objetos naturales. La cuestionaron y la abandonaron en muchos casos.

Como consecuencia de la severa revisión de los fundamentos de la matemática toda, a la que dio lugar la aparición de las nuevas geometrías, las cosas cambiaron sustancialmente. Los axiomas dejaron de ser enunciados de propiedades absolutas que a la mente

no le cabe sino aceptar; pasaron a ser convenciones, afirmaciones un tanto arbitrarias, cuyo fin no es otro que el de marcar un inicio al razonamiento deductivo. Pese a la tenaz resistencia de grandes pensadores, la gran mayoría se siente incapaz de exigir acuerdo entre la realidad sensible y la matemática; y, entonces ésta deviene una especie de juego de abalorios, con reglas de juego muy claramente enunciadas; pero, no obstante, si se manifiesta un solo acuerdo entre el mundo físico y algunos resultados matemáticos, ese acuerdo no constituye sino un maravilloso hecho, un enigma, cuyo misterio no compete al matemático develar.

Las ideas renacentistas se habían venido abajo. La mayoría de los matemáticos las dejaron de lado lentamente; algunos lo hi-

cieron con manifiesto pesar. HENRI POINCARÉ — tan grande como GAUSS — se preguntaba todavía cuál de las geometrías era la mejor; RIEMANN lanzó la idea de averiguar cuál geometría quedaba *confirmada* por la experiencia. Sin embargo, esa pléyade de jóvenes que reconocen en DAVID HILBERT el numen inspirador, ya no se preguntan aquellas cosas; al contrario, las consideran cuestiones vanas...

Así irrumpe en la Historia el siglo XX. Siglo, paradójicamente, el de mayor aplicación de la matemática, y aquél donde los objetos de la matemática se han independizado de los objetos sensibles. Siglo, en fin, donde el problema de la verdad se ha convertido, en buena parte, en la concepción semántica de la verdad.