

GONÇALO MORAIS CONVERSA COM ANDRÉ NEVES

André Arroja Neves é um matemático português que está atualmente no Imperial College, em Londres, e que se tornou famoso por, em conjunto com Fernando Marques do IMPA, ter demonstrado a então chamada Conjetura de Willmore. O seu percurso académico começou no Instituto Superior Técnico, onde se licenciou em 1999. Rumou posteriormente a Stanford, onde se doutorou em Matemática em 2005 sob orientação de Richard Schoen. Trabalha na área de Análise Geométrica e numa das suas passagens por Portugal, deu-me o privilégio do seu testemunho sobre a sua efervescente atividade matemática.

GONÇALO Vamos começar pelo teu percurso académico. Este começou pela licenciatura no Instituto Superior Técnico (IST). O teu trabalho final de curso foi, curiosamente, com o meu orientador de mestrado, o Professor Luís Barreira, e depois mudaste para Stanford. Como é que surgiu a ideia de ires estudar para os Estados Unidos (EUA)?

ANDRÉ No meu último ano no IST, um número enorme de professores que tinham estado a estudar nos EUA voltou para Lisboa. Estamos a falar, por exemplo, da Ana Cannas da Silva, que entretanto já saiu do IST, e do Miguel Abreu. Tal como o Luís Barreira, todos eles sugeriram que eu fosse fazer o doutoramento para os EUA. Concorri e fui aceite em Stanford. Tinha boas referências dessa universidade dadas pelo Miguel Abreu, que tinha acabado de voltar de lá. Além disso tinha curiosidade de conhecer a Califórnia. A minha ideia inicial era a de ir estudar Sistemas Dinâmicos e tinha duas referências a seguir, dois professores já na altura idosos: o Katznelson e o Ornstein, que tinha provado um teorema fortíssimo na área da classificação dos Sistemas Dinâmicos.

GONÇALO E o ambiente?

ANDRÉ Eu gostei bastante. Lá tem-se uma vida de *campus*, onde toda a gente que está lá tinha de morar no *campus*. Morar em São Francisco é relativamente longe e a universidade oferecia alojamento de forma que, ao fim de semana ou à sexta-feira à noite, havia sempre alguém com vontade de sair ou alguma festa. Acho que por ano eles têm dois mil alunos de doutoramento enclausurados no *campus*.

GONÇALO Ainda por cima, aquilo tem aquele aspeto de mosteiro...

ANDRÉ Sim, a arquitetura pretende imitar as missões espanholas...

GONÇALO E a transição?

ANDRÉ Não notei nada de extraordinário. Os meus colegas eram trabalhadores, competitivos e estavam todos extremamente motivados para fazer o doutoramento.



GONÇALO MORAIS
Instituto Superior
Engenharia, Lisboa
gmorais@adm.isel.pt



O meu *background* era menos sofisticado do que o dos meus colegas que vinham de Harvard, de Princeton ou do MIT. Tive de aprender coisas que eles já sabiam, mas isso nunca foi um obstáculo. Nunca me senti em desvantagem por vir do IST.

GONÇALO E o ambiente académico? Tão efervescente quanto se imagina?

ANDRÉ Completamente! Completamente! Aquilo que mais apreciei foi o facto de ter sido exposto a um conjunto de matérias em matemática que se fosse por minha livre iniciativa tal nunca teria acontecido, muito para além da minha área. Fiz cursos tão díspares como a Classificação de Superfícies Complexas, bastantes cursos em Geometria Algébrica e em Teoria de Números. Nenhuma destas matérias alguma vez usei na minha carreira de investigador. Isto foi excelente. Além disso, a matemática é ensinada para alunos de doutoramento, avançada o suficiente para os alunos poderem ir progredindo mas não tão avançada que faça com que os alunos se percam. Isto permite que uma pessoa fosse guiada e ao mesmo tempo bem seguida.

GONÇALO Depois foste para Princeton fazer um *postdoc*...

ANDRÉ Sim, estive como *postdoc* nos dois primeiros anos e depois eles gostaram do meu trabalho e fui promovido a *assistant professor*, tendo ficado lá mais dois anos, altura em que mudei para Londres, onde estou presentemente.

GONÇALO Princeton deve ser também um local maravilhoso para trabalhar...

ANDRÉ Sim, conheci montes de matemáticos e fui, mais uma vez, exposto a montes de matemática. Esse continuou a ser o traço mais importante. Muitos desses matemáticos eram, além disso, considerados brilhantes. Isso mostrou-me que, de facto, o mais importante na matemática são mesmo as ideias para lá de todo o formalismo. Em matemática, a parte técnica é tão gigantesca que uma pessoa pode fazer uma carreira unicamente manobrando expressões. No entanto, a parte da ideia é absolutamente crucial, sendo muitas vezes essa a parte mais simples e que qualquer pessoa pode, de facto, en-

tender. Claro que no fim há um formalismo grande para justificar tudo, mas, em Princeton, apercebi-me de que o fundamental é mesmo a ideia. Isso ajudou-me a nunca ficar atrapalhado pela parte técnica.

GONÇALO Há algum nome que queiras destacar?

ANDRÉ Existem muitos nomes. Por exemplo, fiz uma cadeira de Topologia com o Zoltán Szabo e aquilo de que mais gostei foi o facto de ele, em cada instante, estar sempre focado na ideia central da matéria que estava a explicar. A cadeira era sobre a resolução da conjectura de Poincaré para dimensão maior ou igual a cinco, e o facto de em cada momento se estar a explicar qual é a ideia central faz com que as coisas fiquem incrivelmente mais claras.

GONÇALO Quando chegaste a Londres tinham passado quatro anos da data do teu doutoramento. Como é que foi encetar a tua carreira de investigação?

ANDRÉ Isso foi a coisa boa de ter saído de Princeton. Estando lá, eu conseguia ter facilmente contacto com os maiores especialistas da minha área. Como já tinha adquirido a técnica, eles iam dando-me problemas e eu conseguia resolvê-los. Mas eu achava que estava a ser... *spoiled*...

GONÇALO Mimado...

ANDRÉ Isso... Toda a gente me dava problemas, eu era tecnicamente capaz e estava a conseguir fazer carreira dessa maneira. Quando mudei para o Imperial College, isso acabou e acho que foi uma coisa maravilhosa. Acho que foi a melhor coisa que me aconteceu, deixar de ter pessoas a sugerirem-me problemas e a guiarem-me na minha investigação e eu começar a fazer as coisas por mim. Ir por mim, escolher um problema em aberto e começar a tentar encontrar a solução foi fundamental para o desenvolvimento da minha carreira.

GONÇALO E depois aparece a Conjectura de Wilmore...

ANDRÉ Sim... Que foi um acidente. Eu já falava com o Fernando¹ há muitos anos. Quando fui para Inglaterra, começámos a ter interesse num tipo de problemas aparentemente abstrato em que se procura saber quais as superfícies mínimas que podemos construir num espaço

tridimensional. Da forma mais simplificada, Superfícies Mínimas podem ser entendidas a partir da ideia de geodésica. Dados dois pontos, uma geodésica é a linha que os une com menor comprimento. Dado um bordo, a superfície mínima é aquela que, para esse perímetro, minimiza a área. Nós estávamos academicamente a pensar que tipo de superfícies poderíamos construir, quais os métodos disponíveis...

GONÇALO Construir mesmo...

ANDRÉ Sim! Pensar de que forma consegues produzi-las. É um problema difícil, mesmo para o caso das geodésicas, saber como é que se pode construir uma geodésica fechada. Dado o fluxo geodésico, uma pessoa parte de um ponto e vai avançando, mas não sabe se consegue voltar ao ponto. A mesma questão coloca-se para superfícies mínimas. Localmente, é possível construí-la. Mas como poderemos construir uma superfície mergulhada que seja completa, suave e que tenha todas as propriedades necessárias? Curiosamente, o método é o mesmo



que se usa para construir geodésicas e que se deve ao Birkhoff, o chamado Minimax. Nós estávamos então a olhar para essa técnica, em que a nossa inspiração era olhar para o que o Birkhoff fez para construir geodésicas numa superfície qualquer.

Tudo isto é um assunto relativamente pouco estudado e havia um enorme conjunto de perguntas a que nós não conseguíamos responder. Dando um bocado de *background*, o Birkhoff resolveu o problema olhando para todas as curvas que unem dois pontos de uma variedade e reparou que, no espaço gigantesco formado por estas curvas, existe uma que não pode ser contraída num ponto. Tecnicamente, no espaço de todas as curvas há uma curva que não é contrátil. Uma coisa difícil de uma pessoa imaginar. Uma destas curvas no espaço das linhas sobre a esfera em \mathbb{R}^3 é fácil de dizer qual é: considera-se o equador e faz-se uma rotação de 180° desta linha. Acaba-se no mesmo equador, mas numa linha com a orientação contrária. No espaço de todas as curvas, isto que acabamos de fazer é uma curva e esta não é contrátil. Usando a Teoria de Morse, podemos acabar de

resolver o problema. Ora, o mesmo princípio funciona para superfícies em S^3 . Nesta variedade, as superfícies mínimas não são só o equador. Há também o toro de Clifford e a nossa pergunta era saber, visto que o equador corresponde a uma superfície não trivial, a que é que corresponderá o toro de Clifford? Parecia uma pergunta interessante e deveria ter uma resposta simples.

GONÇALO E não tinha...

ANDRÉ Não tinha de facto, mas compreendemos que se respondessemos a essa pergunta, resolveríamos a conjectura de Willmore. Usando Geometria Conforme, conseguimos imediatamente a resposta: tal como a existência do equador como superfície mínima corresponde à existência de uma curva a um parâmetro que não é contrátil, para o toro de Clifford existirá uma varieda-

¹Surgiram rumores nas vésperas do ICM 2014, de que Fernando Marques poderia vir a obter a Medalha Fields. Tal não se veio a confirmar.



de de dimensão cinco no espaço de todas as superfícies em S^3 que nós percebemos que não deve ser contráctil. Se conseguíssemos provar isto, resolveríamos a conjectura de Willmore. Aí a motivação para resolver o problema disparou. O que eu quero frisar é que, nestes problemas em que muita gente trabalha, geralmente quando alguém acha a solução é por acaso. Se houvesse uma solução dentro do conjunto de técnicas que normalmente é usado, já alguém o teria resolvido.

GONÇALO A partir desse momento a demonstração do problema foi linear ou ainda teve algum percalço?

ANDRÉ Nesse momento sabíamos que tínhamos uma abordagem nova para a conjectura de Willmore. Combinámos passar um tempo juntos para ver se era possível resolver o problema ou não. E, felizmente, o meu filho tinha nascido. A minha mulher tirou uma *maternity leave* de meio ano e decidimos ir todos para Stanford onde nos encontrámos com o Fernando. Estivemos lá de outubro a dezembro e todos os dias íamos avançando. E foi assim.

GONÇALO E quando se chega ao fim, qual é a sensação?

ANDRÉ Quando percebemos que essa família a cinco parâmetros não era contráctil, sabíamos que o problema já não iria fugir-nos das mãos. E nesse momento a sensação foi algo que nunca irei esquecer.

GONÇALO E à vossa volta as pessoas sabiam o que estavam a fazer?

ANDRÉ Não! Era algo totalmente *top secret*.

GONÇALO E a reação das pessoas quando souberam que tinham resolvido o problema?

ANDRÉ Um misto de estupefação e alegria. Tenho mensagens dos maiores matemáticos a agradecerem-nos e a darem-nos os parabéns pelo *accomplishment*, visto que vários matemáticos famosos tinham trabalhado no problema. Tenho uma especial do Yau, que foi medalha Fields, a dizer-me que foi das coisas mais bonitas que já leu em matemática.

GONÇALO E não há sempre aquela ponta de ceticismo quando se chega ao fim de uma coisa destas, aquela eterna questão “será que nós”...

ANDRÉ [Risos] Houve um bocado. É natural uma pessoa ficar paranóica com a ideia de encontrar um erro. No nosso caso, contudo, havia muitas coisas que batiam certo e por isso não havia nenhuma razão para crer que a demonstração não estivesse correta.

GONÇALO Pensas em voltar algum dia para Portugal?

ANDRÉ Penso que talvez daqui a uns anos. Com as modernas tecnologias de comunicação, a forma como se faz investigação em matemática mudou radicalmente. Agora, sempre que quero falar com os meus colaboradores faço-o através do Skype, algo que há dez anos seria impensável. Estar numa universidade com bons professores é importante para se manter atualizado. Mas hoje é possível estar num sítio remoto, não é impedimento para fazer matemática.

GONÇALO Curioso é que, apesar disso, embora a origem dos matemáticos hoje seja muito mais dispersa, a verdade é que no topo continuam a estar pessoas que trabalham, na grande maioria dos casos, nos EUA, em Inglaterra ou em França...

ANDRÉ É verdade. Eu, por exemplo, tenho uma situação privilegiada no sítio onde estou: tenho de dar um total de 30 horas de aulas por ano, dão-me imenso tempo livre para fazer investigação, para viajar, tenho bolsas de investigação para convidar pessoas, para organizar conferências, contratar alunos *postdoc*, e isso claro que ajuda na qualidade da investigação que uma pessoa faz. Num país em que haja dificuldades de financiamento, ou em que uma pessoa tenha de dar muitas aulas, é claro que é difícil ser-se tão criativo como quando se tem todo o tempo para pensar em matemática. Para fazermos boa matemática e para sermos criativos, temos de estar descansados. Na universidade onde estou, as disciplinas com mais alunos têm professores especialmente contratados para as lecionar. E repara que ensinar 200 alunos está longe de ser uma tarefa fácil.

GONÇALO André, foi um prazer ter falado contigo e muito obrigado por esta entrevista.

ANDRÉ Eu é que agradeço.