



GONÇALO MORAIS
Instituto Superior de
Engenharia, Lisboa
gmorais@adm.isel.pt

GONÇALO MORAIS CONVERSA COM **CHARLES FEFFERMAN**

O Professor Charles Fefferman (ou Charlie como insiste em ser tratado) nasceu em 1949 em Washington D.C. e demonstrou desde cedo ser uma criança prodígio. Tendo começado a frequentar cursos universitários com 12 anos, formou-se em Matemática aos 17 anos e completou o doutoramento aos 20. Em 1978 foi um dos premiados com a Medalha Fields pelas generalizações para dimensões superiores de resultados clássicos de Análise Complexa, pelos seus trabalhos em Equações às Derivadas Parciais, Análise de Fourier e espaços de Hardy. Atualmente tenta compreender a natureza fundamental da turbulência e de que forma poderemos encontrar padrões na chamada Era da Informação. É uma pessoa simples e afável. Transcrevo aqui parte da agradável conversa que mantivemos.

GONÇALO É um prazer estar aqui consigo...

FEFFERMAN Obrigado! [Risos]

GONÇALO Começando talvez por um aspeto mais biográfico, poderia dizer-nos como é que começou o seu evidente fascínio pela matemática?

FEFFERMAN Quando era ainda muito novo, comecei a ler livros de divulgação científica que explicavam o funcionamento dos foguetes. Não fiquei minimamente satisfeito com as explicações aí dadas e procurei outras mais detalhadas num livro de física que encontrei na biblioteca municipal do sítio onde vivia. Não consegui perceber nada do que aí era descrito. O meu pai explicou-me que era natural que nada percebesse porque o livro tinha uma linguagem matemáti-

ca demasiado desenvolvida para um miúdo como eu, que na altura ia começar a frequentar o quarto ano da escola primária. Então perguntei-lhe se podia estudar matemática e ele comprou-me o livro de matemática do quarto ano. Eu li-o num dia ou dois. Ao meu pai pareceu-lhe estranho que eu lesse um livro, que habitualmente demorava um ano a ser lido, em dois dias. Fez-me algumas perguntas e ficou para ele claro que eu tinha compreendido perfeitamente o que estava no livro. Então comprou-me o livro do ano seguinte e a mesma coisa aconteceu repetidamente até ao momento em que estudei o equivalente ao curso de Análise dos primeiros anos da faculdade. Neste ponto, o meu pai conseguiu que um professor da Universidade de Maryland, o professor James Hummel, fosse meu tutor. Todos no Departamento de Matemática me apoiaram e se dedicaram imenso durante o meu percurso ao longo das várias disciplinas.

GONÇALO Que idade é que tinha nesse momento?

FEFFERMAN Deixe-me pensar... Julgo que teria uns 10 ou 11 anos... 11 anos talvez, visto que, com 12 anos, comecei a assistir aos cursos normais oferecidos pela universidade, ao mesmo tempo que continuava os meus estudos na escola secundária. Isto durou um ano ou dois, até ao momento em que os meus professores na universidade me disseram, a mim e aos meus pais, que esta situação era ridícula e que eu deveria ser um estudante universitário. Eles trataram de tudo para que tal fosse possível. Então, com 14 anos, entrei para a Universidade de Maryland onde me formei em Matemática, tendo depois rumado a Princeton, onde trabalhei com Professor Elias Stein, um professor e uma pessoa extraordinária, e sob a sua direção obtive o doutoramento, começando aí a minha carreira como matemático.

GONÇALO E alguma vez voltou aos foguetes?

FEFFERMAN Fiz os cursos normais de Física para caloiros e resolvi os problemas usuais que os alunos têm de resolver sobre foguetes. [Risos] A partir do momento em que comecei a estudar matemática, fiquei tão deslumbrado que nunca mais voltei a olhar para qualquer outra coisa.

GONÇALO E de que forma é que ter trabalhado com Elias Stein influenciou o modo como faz matemática?

FEFFERMAN Ele mostrou-me que, para qualquer problema, existe sempre uma maneira correta ou interessante de o abordar. Depois de descobirmos de que forma atacamos um problema, tudo o resto segue naturalmente até o resolvermos. Além disso, ele possui um otimismo contagiante. Mesmo que tivéssemos um problema muito difícil, para ele não importava, achava sempre que haveríamos de o resolver. Experimentar isto não tem preço e é algo que transportamos para o resto da vida.

GONÇALO Para si faz sentido a distinção entre Matemática Pura e Matemática Aplicada?

FEFFERMAN Não! Para mim existe uma matemática que é interessante e outra que não é assim tão interessante. Exis-



Com Charles Fefferman no ICMAT, Madrid.

tem problemas que motivam e outros que não. A distinção entre Matemática Pura e Matemática Aplicada é, na minha opinião, artificial.

GONÇALO Existirá talvez um processo evolutivo na matemática, em que uns ramos emergem e são esquecidos enquanto outros vingam e tornam-se centrais...

FEFFERMAN À partida, é virtualmente impossível saber o que irá ou não ser aplicado. Talvez o desenvolvimento mais importante da matemática no século XIX tenha sido a Álgebra

Linear, mas estou certo de que, se perguntasse a um matemático da altura qual o aspeto mais excitante da matemática, ele dificilmente apontaria essa área.

GONÇALO E quais são os problemas mais excitantes que tenta resolver neste momento?

FEFFERMAN Neste momento, interesse-me essencialmente por resolver pequenos problemas com vista a perceber a natureza da turbulência nos fluidos. É sempre difícil de prever, mas julgo que estamos talvez a um século de perceber este comportamento. Contudo, temos de dar os primeiros passos e começar a estudar casos mais simples onde algo se possa dizer. Mas estamos ainda longe de perceber aquilo que entendemos por turbulência.

GONÇALO E ganhou a Medalha Fields...

FEFFERMAN É verdade. Ganhei a Medalha Fields *a long time ago...*

GONÇALO O que é que mudou na sua vida depois disso?

FEFFERMAN Essencialmente, dá-me algum conforto. Ser um bom matemático significa trabalhar em problemas difíceis e por isso sentimos muitas vezes desalento por não sabermos por onde ir. E isto pode deprimir qualquer um. Nos momentos de depressão, posso dizer a mim próprio: “Que Diabo! Eu ganhei a Medalha Fields!” [Risos] Isto é o que de mais significativo mudou para mim depois desse momento. [Risos]

GONÇALO Estava à espera de ganhar?

FEFFERMAN Sabia que era um dos suspeitos óbvios. Mas estar à espera é talvez demasiado forte para o que sentia naquele momento. Existiam outros matemáticos com reais hipóteses de ganhar o mesmo prémio e com mérito equivalente. Mas o número de medalhas atribuídas é sempre reduzido e existem sempre uns que ficam de fora.

GONÇALO Ambos assistimos a uma conferência de Ingrid Daubechies, na qual ela demonstrou todo o poder das Wavelets. O Professor esteve na origem dessa revolução, pois

trabalhou na chamada Teoria de Paley-Littlewood. Isto permitiu estender as habituais noções de ortogonalidade a outros espaços, o que levou, entre outras coisas, ao desenvolvimento da Teoria das Wavelets com todo o manancial de aplicações conhecidas. Era para si expectável todo o impacto posterior do trabalho que na altura desenvolviam?

FEFFERMAN De modo algum! Acho que posso falar por todos os que na altura trabalhavam nessa área. Estávamos a trabalhar em algo profundamente puro e tínhamos a convicção de que, talvez dentro de um ou dois séculos, pudesse vir a ser de alguma forma aplicado, mas nunca num tempo tão imediato. Foi deslumbrante ver que esse trabalho gerou frutos nas aplicações.

GONÇALO E quando se apercebeu de que de imediato esse trabalho tinha aplicações tão fundamentais, qual foi a sua reação?

FEFFERMAN “UAU! Quem poderia dizer!” Tão simples quanto isto. [Risos]

GONÇALO Acha que a melhor forma de fazer matemática é pensar profundamente acerca dos problemas e depois *quem sabe?*

FEFFERMAN Acho que isso é absolutamente verdade. Existem muitas motivações para os problemas matemáticos e alguns dos mais interessantes vêm de problemas práticos. Outros têm uma origem diferente. É óbvio que se um problema tem origem numa questão prática, é natural que a solução tenha de imediato aplicação. Mas julgo que tanto as questões fundamentais como as grandes mudanças vêm de todos os lados. Julgo que o grande impacto que a matemática teve no mundo inteiro durante o século XX foi através do computador, e os desenvolvimentos primordiais deste tiveram origem em respostas matemáticas a problemas motivados pela filosofia. Por isso, *quem sabe?*

GONÇALO Hoje vivemos na chamada Era da Informação. Será possível prever a emergência de um método matemático para discernir padrões, no amontoado de dados que todos os dias nos cercam e que, de alguma maneira, nos confundem?



Charles Fefferman
com Gonçalo Morais.

FEFFERMAN Se eu posso prever o futuro? Não! [Risos] Mas nos últimos 15 anos tenho trabalhado num problema que está, de alguma forma, relacionado com isso e que trata apenas um aspeto do problema. Mas certamente que, pelo facto de estarmos cercados por dados, existe uma motivação natural para se fazer investigação fundamental nas próximas décadas. O que se tornará importante para lidar com esse oceano que nos cerca não podemos saber.

GONÇALO Poderia aprofundar um pouco mais acerca do problema de que falava?

FEFFERMAN Claro! Vamos supor que os nossos dados são pontos num espaço tridimensional. Num problema concreto, os dados podem estar em espaços de dimensão superior, mas ignoremos, por agora, esse facto. Então, dados os pontos que temos no nosso espaço tridimensional, de que forma podemos prever onde estarão os pontos futuros gerados pelo mesmo processo? Uma hipótese muito interessante, denominada *Manifold Learning Hypothesis*, diz que existe uma superfície suave no espaço considerado e que os pontos no futuro irão estar próximos dessa superfície. Se agora considerarmos, ao invés de um espaço tridimensional, um espaço de dimensão superior, esta mesma hipótese diz-nos que existirá o análogo a uma superfície nesse espaço onde estarão as observações futuras do processo gerador da informação. Podemos dizer se esta hipótese é verdadeira? Sendo verdadeira, poderemos

encontrar essa superfície? Poderemos descobrir essa superfície de uma forma computável? Estes são os projetos que me ocuparão no futuro.

GONÇALO E estas ideias são válidas mesmo no caso de os dados terem ruído?

FEFFERMAN Sim, mesmo no caso em que existe ruído.

GONÇALO E, assim, poder-se-á estabelecer uma ligação entre o mundo discreto dos dados e o mundo contínuo?

FEFFERMAN Conheço muitos matemáticos que estão a produzir resultados excelentes, mas saber se alguns desses resultados irão ter consequências práticas é algo a que não sei responder. Acho que nem no dia anterior a essa ligação ser feita conseguirei dizer se isso seria possível. Nem mesmo no dia a seguir! Talvez muitos dias depois já pudesse dizer alguma coisa acerca do assunto.

GONÇALO Nesse dia voltaremos a falar! Obrigado por esta conversa tão interessante e boa sorte para os problemas futuros!

FEFFERMAN Obrigado eu!

A deslocação ao ICMAT, em Madrid, foi patrocinada através do projeto PEst-OE/MAT/UI0297/2014