Afinal, o Que São e Como se Calculam os Quartis?

Susana Fernandes e Mónica Pinto
Universidade do Algarve
sfer@ualg.pt e *martinsmonica.wix.com/matematica*

Sabia que existem vários métodos para o cálculo dos quartis? Se usar uma máquina de calcular, uma folha de cálculo e um programa estatístico para determinar os quartis de um mesmo conjunto de dados os resultados obtidos podem não coincidir. Conheça a diferença entre o método apresentado nos ensinos básico e secundário e o método apresentado no ensino superior.

INTRODUÇÃO

Imaginemos que queremos calcular os quartis de um conjunto de dados. Se consultarmos vários manuais de matemática do ensino básico e do ensino secundário e sebentas de estatística do ensino superior encontramos diferentes definições e fórmulas para o cálculo dos quartis, que algumas vezes conduzem a resultados diferentes. Se recorrermos a meios tecnológicos para determinar o valor dos quartis do mesmo conjunto de dados, usando uma máquina de calcular, uma folha de cálculo ou um programa estatístico, pode acontecer que fiquemos com mais algumas respostas diferentes. Afinal, o que são e como se calculam os quartis? Neste texto abordaremos a questão, considerando apenas dados discretos não agrupados. Salientamos que nos ensinos básico e secundário se ensinam formas de cálculo dos quartis distintas da apresentada no ensino superior, sem que seja referido que existem vários métodos para o cálculo dos quartis. Argumentamos que o método introduzido no ensino superior é preferível e apresentamos uma proposta de uniformização do cálculo dos quartis em todos os níveis de ensino.

QUARTIS – DEFINIÇÃO SIMPLES

Uma forma simples, mas pouco rigorosa, de definir os quartis é:

Definição 1: Quartis são os valores que dividem um conjunto de dados em quatro partes iguais.

Uma vez ordenado o conjunto de dados, o segundo quartil (Q_2), mais conhecido como mediana, é o valor central dos dados. Isto é, a mediana é o valor que divide o conjunto de dados em duas partes (metades) com igual número de elementos; a primeira metade com os elemetos do conjunto de valor não superior à mediana e a segunda metade com os dados de valor não inferior à mediana. Depois o primeiro quartil (Q_1) será a mediana da primeira metade do conjunto de dados e o terceiro quartil (Q_3) será, analogamente, a mediana da segunda metade do conjunto de dados. Consideremos, por exemplo, o conjunto de dados, já ordenado

$$\{x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 6, x_4 = 10, x_5 = 14, x_6 = 18,$$
$$x_7 = 21, x_8 = 25, x_9 = 29, x_{10} = 32\}.$$

Ao todo temos 10 elementos, logo, o valor central dos dados estará entre o quinto e o sexto elementos, isto é, entre $x_5 = 14$ e $x_6 = 18$. O ponto médio entre 14 e 18 é 16 e, por isso, considera-se $Q_2 = 16$. Este valor divide o conjunto de dados em duas metades: $\{x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 6, x_4 = 10, x_5 = 14\}$ e $\{x_6 = 18, x_7 = 21, x_8 = 25, x_9 = 29, x_{10} = 32\}$. Agora o primeiro quartil será o valor central do primeiro subconjunto. Este subconjunto tem um número ímpar de elementos, logo, o valor central é um elemento do subconjunto – o elemento $x_3 = 6$, logo $Q_1 = 6$. Da mesma forma, o terceiro quartil será a mediana do subconjunto $\{x_6 = 18, x_7 = 21, x_8 = 25, x_9 = 29, x_{10} = 32\}$ e, mais uma vez, como o número de elementos deste subconjunto é ímpar, o valor central é $x_8 = 25$, logo $Q_3 = 25$.

Consideremos agora o conjunto de dados

$$\{x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 6, x_4 = 10, x_5 = 14,$$
$$x_6 = 18, x_7 = 21, x_8 = 25, x_9 = 29\}$$

com nove elementos (usamos a letra n para representar o número de elementos do conjunto, neste caso $n = 9$). Como o número de elementos é ímpar, a mediana (segundo quartil) será o elemento central, isto é $Q_2 = x_5 = 14$. Até aqui, tudo bem. Mas agora como é que dividimos o conjunto de dados em duas metades? O elemento x_5 deve ser incluído em ambas as metades, em nenhuma das duas ou apenas numa delas? Esta incerteza origina diferentes métodos de cálculo dos quartis. Vejamos dois deles.

Método inclusivo: Quando o conjunto de dados tem um número ímpar de elementos, o elemento correspondente a Q_2 é incluído em ambas as metades do conjunto de dados para cálculo dos Q_1 e Q_3.

Usando este método as duas metades do conjunto de dados serão $\{x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 6, x_4 = 10, x_5 = 14\}$ e $\{x_5 = 14, x_6 = 18, x_7 = 21, x_8 = 25, x_9 = 29\}$ e então teremos $Q_1 = x_3 = 6$ e $Q_3 = x_7 = 21$. Repare-se que tendo o conjunto de dados n elementos, desta forma cada uma das metades terá $(n+1)/2$ elementos.

Método exclusivo: Quando o conjunto de dados tem um número ímpar de elementos, o elemento correspondente a Q_2 não é incluído em nenhuma das metades do conjunto de dados para cálculo dos Q_1 e Q_3.

Usando este método, as duas metades do conjunto de dados serão $\{x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 6, x_4 = 10\}$ e $\{x_6 = 18, x_7 = 21, x_8 = 25, x_9 = 29\}$ e então teremos $Q_1 = (x_2 + x_3)/2 = 4.5$ e $Q_3 = (x_7 + x_8)/2 = 23$. Repare-se que tendo o conjunto de dados n elementos, desta forma cada uma das metades terá $(n-1)/2$ elementos.

O processo de determinação de cada quartil inclui dois passos: primeiro, determinar a posição do quartil no conjunto de dados; segundo, calcular o valor do quartil. Quando o quartil coincide com um elemento do conjunto de dados, dizemos que a sua posição é um valor inteiro k, e neste caso o valor do quartil é imediato. Por exemplo, para o conjunto de dados inicial com 10 elementos, a posição de Q_1 é $k = 3$, logo o seu valor é $Q_1 = x_3 = 6$. Quando o quartil fica entre dois elementos dizemos que a sua posição é um valor não inteiro. Ainda neste conjunto de dados com $n = 10$, a posição de Q_2 é entre os elementos x_5 e x_6, pelo que dizemos que a sua posição é $k = 5.5$ e, neste caso, é necessário calcular o seu valor fazendo, por exemplo, a semi-soma dos valores dos elementos nas posições 5 e 6, isto é, $Q_2 = (x_5 + x_6)/2 = (14 + 18)/2 = 16$.

A posição dos quartis pode também ser calculada matematicamente. Todos os métodos determinam a posição da mediana (segundo quartil) da mesma forma. Considere-se um conjunto de dados ordenado com n elementos $x_1 \leqslant x_2 \leqslant x_3 \leqslant .... \leqslant x_n$.

A posição de Q_2 num conjunto de dados com n elementos é $(n+1)/2$.

n par		n ímpar		
Q_1	Q_3	Q_1	Q_3	
$k = \frac{n+2}{4}$	$k = \frac{3n+2}{4}$	$k = \frac{n+3}{4}$	$k = \frac{3n+1}{4}$	Método inclusivo
		$k = \frac{n+1}{4}$	$k = \frac{3n+3}{4}$	Método exclusivo

Tabela 1: Fórmulas para cálculo das posições de Q_1 e Q_3.

k inteiro	$Q_p = x_k$
k não inteiro $i < k < i+1$	$Q_p = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$

Tabela 2: Fórmulas para cálculo do valor de Q_p dada a sua posição k.

Já a forma de determinar a posição dos Q_1 e Q_3 no conjunto de dados varia consoante o método utilizado.

A Tabela 1 apresenta as fórmulas para cálculo das posições dos primeiro e terceiro quartis correspondentes aos métodos inclusivo e exclusivo.

Uma vez conhecida a posição dos quartis, a forma de cálculo do seu valor é igual em ambos os métodos. A tabela 2 apresenta a forma de calcular um quartil Q_p, dada a sua posição k no conjunto de dados.

Todos os manuais do ensino básico consultados ensinam a determinar os quartis usando o método exclusivo, de acordo com as indicações do Ministério da Educação e Ciência [1]. Começam por definir a mediana como o centro do conjunto de dados ordenado e depois definem o 1.º quartil como sendo a mediana dos dados que ficam à esquerda da mediana do conjunto de dados e o 3.º quartil como sendo a mediana dos dados que ficam à direita da mediana do conjunto de dados. Os manuais do ensino secundário consultados ensinam também o método exclusivo (embora a brochura de estatística do 10.º ano faça referência aos métodos inclusivo e exclusivo [4]), apresentando as fórmulas para determinação das posições dos quartis. Em nenhum manual dos ensinos básico e secundário encontrámos informação sobre a existência de outros métodos para o cálculo dos quartis. Quando no ensino superior se ensina outro método para o cálculo dos quartis (que algumas vezes conduz a valores distintos), os alunos reagem com alguma 'desconfiança' e confusão relativamente ao conceito de quartil.

Existem muitos métodos para o cálculo dos quartis, diferindo quer no primeiro passo do processo (determinação da posição dos quartis) quer no segundo passo do processo (cálculo do valor dos quartis). Quando a posição dos quartis no conjunto de dados não é um inteiro, os métodos inclusivo e exclusivo calculam a semissoma dos valores dos elementos do conjunto de dados mais próximos da posição do quartil. Métodos há que arredondam a posição do quartil, sendo este sempre igual a um elemento do conjunto de dados, e existem métodos com formas de arredondamentos distintas. Outros métodos optam por fazer interpolação dos valores dos elementos mais próximos da posição do quartil. Por exemplo, imaginemos que a posição do quartil é 2.85. Fazendo interpolação, o valor do quartil seria dado por $0.85 \times x_2 + 0.15 \times x_3$. O leitor interessado encontrará no artigo [3] a descrição de 15 métodos para o cálculo de quartis, assim como a equivalência entre alguns deles e as respetivas referências.

Mas, então, qual será o melhor método para calcular os quartis? Depende do uso que deles queremos fazer.

QUARTIS VISTOS COMO ESTIMADORES

No ensino superior interessa-nos olhar para os dados como valores observados de uma dada população e, neste sentido, o conjunto de dados é uma amostra de observações e as medidas calculadas com base na amostra são vistas como estimativas de parâmetros da população subjacente (assume-se que a amostra é aleatória e representativa da população em estudo – neste texto não abordaremos o assunto da recolha/construção de uma amostra válida). Ora, a forma de calcular os quartis nos ensino básico e secundário, embora muito intuitiva, não fornece um bom estimador para o parâmetro da população correspondente (ver, por exemplo, [2] pág. 87). Para perceber de que parâmetros falamos, interessa aqui introduzir o conceito de percentil (ou quantil). Considere-se X a variável aleatória discreta que representa a característica da população em estudo. Percentil populacional de proporção p (ou de percentagem $100p\%$) é o valor P_p tal que $P(X \leqslant P_p) \geqslant p$ e $P(X \geqslant P_p) \geqslant 1-p$. O primeiro quartil é, pois, o percentil de proporção 0.25, isto é, o valor $P_{0.25}$ tal que a probabilidade de a variável X tomar um valor não superior a $P_{0.25}$ é, pelo menos, 0.25 e simultaneamente a probabilidade de a variável X tomar um valor não inferior a $P_{0.25}$ é, pelo menos, 0.75. Analogamente, o terceiro quartil é o percentil de proporção 0.75 (75%) e o segundo quartil (mediana) é o percentil de proporção 0.5 (50%).

Quem é que nunca ouviu a mãe de uma criança pequena comentar 'O meu filho está no percentil 95 da altura'? O que isto significa é que, considerando todas as crianças portuguesas com a mesma idade do filho da senhora, pelo menos, 95% dessas crianças terão uma altura não superior à altura do filho da senhora e simultaneamente, pelo menos, 5% dessas crianças terão uma altura não inferior à altura do filho da senhora. Dada uma amostra representativa da população descrita pela variável aleatória X, estimamos a probabilidade de a variável assumir um valor não superior a determinado valor x pela proporção de valores não superiores a x na amostra, isto é, estimamos a função de distribuição de X pela função de distribuição cumulativa dos valores da amostra. Assim uma definição rigorosa e geral para todos os percentis amostrais será:

Definição 2: Percentil amostral de proporção p – P_p – é o valor tal que a proporção de valores da amostra não superiores a P_p é, pelo menos, p e simultaneamente a proporção de valores da amostra não inferiores a P_p é, pelo menos, $1-p$.

Chamamos aqui a atenção para o facto de, ao adotar o método exclusivo para o cálculo dos quartis, que produz valores de quartis que não respeitam esta definição, as metas curriculares do ensino básico optam por pedir apenas que os alunos saibam reconhecer que, pelo menos, 75% dos dados da amostra é não inferior ao primeiro quartil e, pelo menos, 75% dos dados da amostra é não superior ao terceiro quartil, induzindo uma definição dos quartis pouco rigorosa e também pouco intuitiva ([1] OTD8 1.4 pág. 72).

Baseado na definição 2 surge um método para o cálculo dos percentis de uma amostra que muitas vezes se designa por método CDF, do inglês, *cumulative distribution function*. O leitor interessado encontrará no artigo [3] a demonstração de que o método CDF produz sempre um percentil de acordo com esta definição.

Método CDF: Dada uma amostra com n observações, se np é um valor inteiro, então $P_p = (x_{np} + x_{np+1})/2$; se np não é um valor inteiro, seja k a parte inteira de np, então $P_p = x_{k+1}$.

Este método produz um bom estimador para o percentil populacional, mas tem a desvantagem de não ser nada intuitivo. Os métodos inclusivo e exclusivo referidos anteriormente, embora intuitivos, além de não produzirem bons estimadores, têm também a desvantagem de não ser generalizáveis ao cálculo de outros percentis que não os quartis.

PROPOSTA PARA UNIFORMIZAÇÃO DO CÁLCULO DOS QUARTIS EM TODOS OS CICLOS DE ENSINO

Como dissemos na introdução deste texto, o facto de ensinarmos ao longo dos vários ciclos de ensino formas diferentes de calcular os quartis que em certas situações conduzem a valores distintos, sem que logo de início se refira que existem diferentes métodos para o fazer, é desconfortável para os alunos e confunde-os, o que em nada contribui para a aquisição do conceito e dá origem a uma certa desconfiança relativamente à estatística. Argumentamos que tal é evitável e divulgamos uma forma mais intuitiva do método CDF, passível de ser ensinada nos ciclos básico e secundário do ensino português. Voltemos à noção intuitiva de que os quartis dividem uma amostra com n observações em quatro partes iguais. Ora, ao fazer a divisão inteira de n por 4 ou o resto dá 0 ou dá 1 ou dá 2 ou dá 3. Isto é, dado n o número de observações da amostra, existe um m inteiro não negativo tal que ou $n = 4m$, ou $n = 4m + 1$, ou $n = 4m + 2$, ou $n = 4m + 3$. Podemos então determinar as fórmulas para a posição dos primeiro e terceiro quartis segundo o método CDF de acordo com o resto da divisão inteira de n por 4 da forma explicitada

	$n = 4m$	$n = 4m+1$	$n = 4m+2$	$n = 4m+3$
Q_1	$k = \frac{n+2}{4}$	$k = \frac{n+3}{4}$	$k = \frac{n+2}{4}$	$k = \frac{n+1}{4}$
Q_3	$k = \frac{3n+2}{4}$	$k = \frac{3n+1}{4}$	$k = \frac{3n+2}{4}$	$k = \frac{3n+3}{4}$

Tabela 3: Fórmulas para cálculo das posições de Q_1 e Q_3 com o método CDF.

na Tabela 3.

Note-se que as fórmulas são iguais nos casos em que o resto da divisão inteira de n por 4 é 0 ou 2, isto é, quando o n é par. Alternativamente, podemos organizar a tabela para n par e ímpar, considerando dois casos para n ímpar – um quando o resto é 1 e outro quando o resto é 3, como mostra a Tabela 4.

	n par	n ímpar	
		$n = 4m+1$	$n = 4m+3$
Q_1	$k = \frac{n+2}{4}$	$k = \frac{n+3}{4}$	$k = \frac{n+1}{4}$
Q_3	$k = \frac{3n+2}{4}$	$k = \frac{3n+1}{4}$	$k = \frac{3n+3}{4}$

Tabela 4: Fórmulas para cálculo das posições de Q_1 e Q_3 com o método CDF – apresentação alternativa.

Note-se que a posição da mediana (segundo quartil) continua a ser dada por $(n+1)/2 = (2n+2)/4$, para todos os valores de n.

Uma vez conhecida a posição dos quartis, a forma de cálculo do seu valor é igual ao apresentado para os métodos inclusivo e exclusivo na Tabela 2. Isto é, quando a posição do quartil é um número inteiro, o seu valor é igual ao da observação nessa posição na amostra; no caso de a posição do quartil não dar um número inteiro, o valor do quartil será dado pela semissoma das observações mais próximas dessa posição não inteira.

Repare-se que no caso em que $n = 4m + 1$, as fórmulas para o cálculo da posição dos quartis com o método CDF coincidem com as fórmulas do método inclusivo e, no caso em que $n = 4m + 3$, as fórmulas do método CDF coincidem com as fórmulas do método exclusivo. Assim, uma forma intuitiva de apresentar o método CDF ao alunos dos ensinos básico e secundário será o de, definindo os quartis como as medianas das metades inferior e superior da amostra, apresentar a problemática que surge no caso de n ser ímpar – incluir ou não a mediana da amostra nas duas metades a considerar para cálculo dos quartis – e indicar o uso do método inclusivo quando n a dividir por 4 dá resto 1 e o uso do método exclusivo quando n a dividir por 4 dá resto 3.

No artigo [3], o autor sugere que, definindo os quartis como as medianas das metades inferior e superior da amostra e apresentada a problemática de incluir ou não a mediana da amostra nas duas metades no caso de n ser ímpar, se apresente a solução de, quando n ímpar, incluir ou não a mediana da amostra nas metades inferior e superior da amostra por forma a que o número de elementos das metades também seja ímpar. Esta forma de apresentação do método CDF evita a referência ao resto da divisão inteira, o que poderá ser preferível no ensino básico.

Assim, por exemplo, para uma amostra com $n = 5$ observações (note-se que a divisão inteira de 5 por 4 dá resto 1), por exemplo $\{x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 6, x_4 = 10, x_5 = 14\}$, a mediana será $Q_2 = x_3 = 6$ e as metades a considerar irão incluir a mediana, sendo $\{x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 6\}$ e $\{x_3 = 6, x_4 = 10, x_5 = 14\}$, o que conduzirá a $Q_1 = x_2 = 3$ e $Q_3 = x_4 = 10$. Já para uma amostra com, por exemplo, 7 observações (note-se que a divisão inteira de 7 por 4 dá resto 3), por exemplo

$$\{x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 6, x_4 = 10, x_5 = 14, x_6 = 18, x_7 = 21\},$$

a mediana será $Q_2 = x_4 = 10$ e as metades a considerar não incluirão a mediana, sendo $\{x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 6\}$ e $\{x_5 = 14, x_6 = 18, x_7 = 21\}$, o que conduzirá a $Q_1 = x_2 = 3$ e $Q_3 = x_6 = 18$.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nas metas curriculares do ensino básico justifica-se a escolha do método exclusivo para cálculo dos quartis pela sua simplicidade e pelo facto de este ser o método programado na grande maioria das calculadoras ([2] pág. 89). Nas atividades de carácter investigativo na área de organização e tratamento de dados, certamente o computador será um suporte tão ou mais utilizado do que as calculadoras, e quer as folhas de cálculo quer os programas estatísticos apresentam, por defeito, o cálculo dos quartis por métodos que não o exclusivo. É, pois, por isso importante que o professor esteja ciente deste facto quando decidir usar algum destes recursos. Como ilustração apresentamos na Tabela 5 os resultados obtidos no cálculo dos quartis de conjuntos de dados de dimensões 4, 5, 6 e 7. Usámos duas calculadoras, uma Texas e outra Casio, vulgarmente usadas por alunos dos ensino básico e secundário; duas folhas de cálculo, o Excel da Microsoft e uma folha de cálculo de livre acesso – o LibreOffice, presentes na maioria dos computadores pessoais dos alunos de todos os níveis de ensino; dois programas estatísticos introduzidos na maioria das disciplinas de estatística nos primeiros anos dos cursos do ensino superior, o SPPS e o R (de acesso livre); e ainda o sítio da Internet WolframAlpha (*http://www.wolframalpha.com/*), autodenominado uma ferramenta computacional do conhecimento, onde é possível não só procurar informação como também realizar cálculos (e produzir gráficos), na área da matemática e em muitas outras áreas. Os programas estatísticos SPSS e R, assim como o sítio da Internet Wolfram Alpha implementam dois métodos distintos para o cálculo dos quartis, dependendo da 'funcionalidade' selecionada (na realidade, se alterarmos a opção definida por defeito na função *quantiles* do R, podemos obter qualquer um de nove métodos distintos para o cálculo dos quartis, conforme indicado no manual de instruções do programa [5]).

	$n = 4$ {1, 3, 6, 10}			$n = 5$ {1, 3, 6, 10, 14}			$n = 6$ {1, 3, 6, 10, 14, 18}			$18n = 7$ {1, 3, 6, 10, 14, 18, 21}		
	Q_1	Q_2	Q_3	Q_1	Q_2	Q_3	Q_1	Q_2	Q_3	Q_1	Q_2	Q_3
Método exclusivo calculadora Casio calculadora Texas	2	4.5	8	2	6	12	3	8	14	3	10	18
SPSS (*weighted average*)	1.5	4.5	9	2	6	12	2.5	8	15	3	10	18
Método inclusivo R (*boxplot.stats*) SPSS (*Tukey's hinges*)	2	4.5	8	3	6	10	3	8	14	4.5	10	16
Microsoft Excel LibreOffice R (*quantiles*)	2.5	4.5	7	3	6	10	3.75	8	13	4.5	10	16
Método CDF	2	4.5	8	3	6	10	3	8	14	3	10	18
Wolfram Alpha (*quartiles*)	2	4.5	8	3.5	6	8	3	8	14	3.75	10	17
Wolfram Alpha (*quantiles*)	1	**3**	6	3	6	10	3	**6**	14	3	10	18

Tabela 5: Valores de quartis obtidos em diferentes suportes tecnológicos.

Quanto a nós, o método CDF é o mais indicado para introduzir o cálculo dos quartis de amostras (com poucos elementos repetidos), uma vez que é o único que produz sempre resultados de acordo com a definição rigorosa dos quartis. Ainda que o método CDF venha a ser o método de cálculo dos quartis adotado em todos os ciclos de ensino, as máquinas de calcular, as folhas de cálculo e os programas de estatística continuam a calcular os quartis por outros métodos, que muitas vezes produzirão valores diferentes. É, pois, importante que desde muito cedo se apresente aos alunos a noção de que existem diferentes métodos para o cálculo dos quartis.

BIBLIOGRAFIA

[1] A. Bivar, C. Grosso, F. Oliveira, M.C. Timóteo, "Metas Curriculares do Ensino Básico – Matemática", Direção-Geral da Educação, Ministério da Educação e Ciência, 2013. (Portal da DCE *www.dgidc.min-edu.pt/index.php?s=noticias\&noticia=396).*

[2] A. Bivar, C. Grosso, F. Oliveira, M.C. Timóteo, "Metas Curriculares do Ensino Básico – Matemática, Caderno de Apoio 3.º Ciclo", Direção-Geral da Educação, Ministério da Educação e Ciência, 2013. (Portal da DCE *www.dgidc.min-edu.pt/index.php?s=noticias\&noticia=396).*

[3] E. Langford, "Quartiles in Elementary Statistics", *Journal of Statistics Education*, Vol. 14, Nº.3, (2006). *www.amstat.org/publications/jse/v14n3/langford.html.*

[4] M.E.G. Martins, C. Monteiro, J.P. Viana, M. A. A. Turkman, "Brochuras de Matemática para o Secundário – ESTATÍSTICA 10.º Ano", Ministério da Educação, Departamento do Ensino Secundário, 1997. (Portal da DCE *www.dgidc.min-edu.pt/outros-projetos/index.php?s=directorio\&pid=148)*

[5] R Project, "R Documentation", *www.r-project.org* (*Other/manuals, help pages and News/R-patched/reference/packages/stats/quantile*)

SOBRE AS AUTORAS

Susana Fernandes é professora auxiliar no Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia na Universidade do Algarve e membro fundador do Centro de Estudos e Desenvolvimento da Matemática no Ensino Superior. Licenciou-se em Estatística e Investigação Operacional e fez o mestrado em Investigação Operacional na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. É doutorada em Investigação Operacional pela Universidade do Algarve.

Mónica Pinto é licenciada em Matemática (ramo científico) pela Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra e mestre em Ensino da Matemática no 3.º ciclo do ensino básico e no ensino secundário pela Universidade do Algarve. Nos últimos doze anos tem-se dedicado ao ensino da matemática lecionando no centro de estudos ExpliAlgarve, em Faro.