

1.º PORTUGAL-ITÁLIA EM GeCla

Em 2009, o Atractor concluiu o DVD “Simetria – apresentação dinâmica”, desenvolvido ao longo de cerca de cinco anos, onde procurou transmitir, com forte apoio de imagens e animações especialmente criadas, as ideias-base dos métodos desenvolvidos por W. Thurston (1946-2012) para o estudo da simetria de frisos e de padrões duplamente periódicos no plano. Pouco tempo depois, deu início ao desenvolvimento de outro material interativo sobre o mesmo tema, mas desta vez dirigido a um público mais vasto.

A cada padrão ou friso está associado um carimbo só dependente da simetria desse padrão ou friso, que permite carimbar o plano, recriando assim todas as simetrias do padrão ou friso inicial a partir de um motivo-base sem simetria. Começemos por ver alguns exemplos, constituídos pelos quatro tipos de carimbos mostrados na figura 1: um cone rolando a pintar uma rosácea, um cilindro a carimbar um friso só com translações, uma tira de Moebius a pintar um friso com reflexões deslizantes e um triângulo retângulo isósceles com bordos espelhados a carimbar um padrão com reflexões no plano (podem ver-se mais imagens em [1]).

Por que são úteis os carimbos? É que, para contar os diferentes tipos de simetria, basta contar todos os “bons” carimbos. Uma explicação detalhada do que é um “bom” carimbo e de como se podem encontrar todos eles é também apresentada no DVD interativo, não exigindo dos seus utilizadores o conhecimento técnico necessário à leitura dos textos matemáticos originais. E, embora o Atractor não tenha visado com este DVD criar um instrumento didático para ser usado regularmente por alunos, algumas das suas secções podem ser

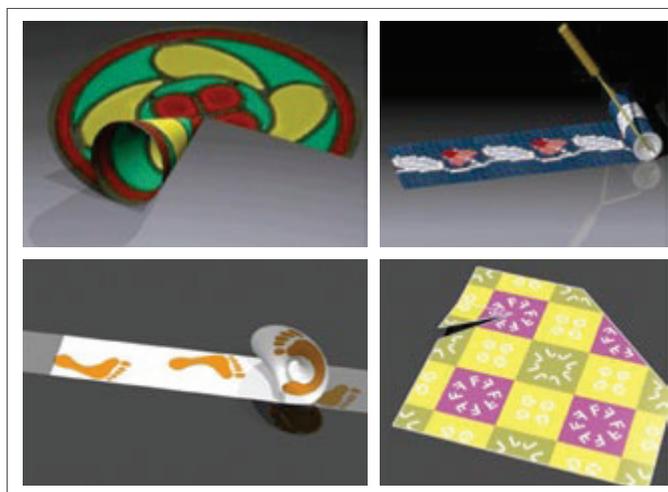


Figura 1

utilizadas com proveito por professores para transmitir ideias matemáticas importantes a alunos mais interessados.

Pouco tempo depois de iniciada a difusão do DVD, o Atractor começou o desenvolvimento de outro material interativo sobre o mesmo tema, que utiliza componentes do DVD mas é guiado por uma filosofia completamente dife-

rente: o programa deveria ser acessível e apelativo aos alunos de uma larga faixa etária e procuraria ser útil no estudo e na compreensão das questões de simetria entretanto introduzidas nos currículos escolares.

Esse novo programa – o GeCla [2] – foi a ferramenta usada num evento recente, que reuniu via Internet alguns alunos de uma escola portuguesa com outros de uma escola italiana, num torneio com contornos inéditos. E foram o sucesso do evento, a adesão e o entusiasmo dos alunos participantes, e a satisfação das professoras envolvidas, que nos levaram à escolha desta notícia como tema da coluna do Atrator no presente número da Gazeta, na esperança de que mais professores venham a manifestar interesse em tomar iniciativas análogas com os seus alunos.

Começaremos por descrever resumidamente o GeCla, antes de darmos mais alguns detalhes sobre o referido torneio. O GeCla tem um *gerador* (figura 2) que permite criar um desenho (abreviatura de friso/padrão/rosácea) após a escolha de um motivo sem simetria e de um tipo de simetria (indicado pelo respetivo carimbo). Por exemplo, partindo de **L** como motivo, para desenhar um friso que só admita translações, basta (e é necessário) escolher o carimbo cilíndrico: um cilindro ao rolar desenha exemplares do motivo obtidos por sucessivas translações uns dos outros (figura 3). O programa permite guardar o desenho obtido como ficheiro no formato jpg e nesse ficheiro o programa grava também, sob forma encriptada, informação sobre todas as simetrias do desenho. De modo semelhante, para desenhar uma rosácea ou um padrão bastará escolher, em vez do cilindro, outro carimbo correspondente ao tipo de simetria desejado. Por exemplo, com um triângulo isósceles com os dois lados iguais espelhados e fazendo esses lados um ângulo de 30° , obtém-se uma rosácea com seis reflexões e seis rotações (figura 4); com um triângulo retângulo isósceles (agora com os três bordos espelhados) obtém-se o padrão representado na quarta imagem da figura 1. Além do gerador, o GeCla contém um *classificador* (figura 5): a sua função é a de permitir uma pesquisa sistemática de todas as simetrias de um desenho e chegar, assim, à determinação do seu tipo de simetria e, portanto, do carimbo associado. Se o ficheiro do desenho que se pretende classificar tiver sido produzido pelo gerador do GeCla,



Figura 2



Figura 3

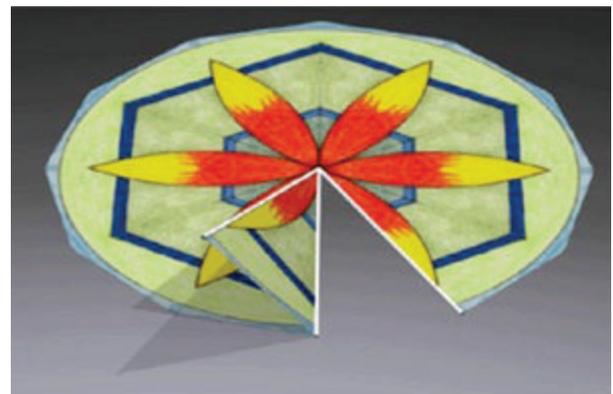


Figura 4



Figura 5

o classificador também é capaz de ler a informação encriptada que foi gravada ao gerar o desenho. Ele fica assim a conhecer todas as simetrias do desenho e o programa permite que essa informação seja útil ao utilizador sob uma forma que ele tenha previamente escolhido: em modo de *ajuda máxima*, o programa pode recusar imediatamente qualquer escolha que considere incorreta; no de *ajuda mínima*, pode deixar avançar todas as escolhas coerentes, dando apenas no fim um relatório de eventuais erros cometidos. Este aspeto é muito útil didaticamente: é natural escolher *ajuda máxima* no início da aprendizagem e, após alguma experiência, começar a reduzir o grau de ajuda.

E o que acontece se quisermos classificar um desenho obtido, por exemplo, fotografando uma parede de azulejos? Obviamente, neste caso o ficheiro não contém nenhuma informação encriptada sobre as simetrias e o classificador não pode ajudar nas escolhas do utilizador, exceto para exigir coerência na informação que lhe é transmitida. Mas, se o utilizador não marcar nenhuma simetria erradamente nem esquecer nenhuma, deduz corretamente qual o tipo de simetria e o correspondente carimbo. Numa situação como esta, um professor que esteja interessado em permitir que os seus alunos classifiquem, com ajuda do programa, o desenho da fotografia, pode sempre tornar a dificuldade: basta-lhe classificar corretamente o padrão (sem ajuda), guardar o motivo encontrado e tomar nota do carimbo.

Depois, usando o motivo guardado, pode gerar com o carimbo encontrado um novo desenho, que terá aspeto igual ao da fotografia original, mas agora o ficheiro conterá a informação encriptada sobre as simetrias existentes. Foi assim obtida a imagem que está a ser mostrada em fase de classificação na figura 5. Um aluno que venha a usar este novo ficheiro pode utilizar a ajuda do programa (ver figura 6) para classificar o desenho idêntico ao da fotografia e encontrar um motivo (ver imagens da figura 7). No portal do Atractor encontra-se uma grande variedade de desenhos, todos com informação encriptada sobre as simetrias existentes; alguns deles [3] foram obtidos a partir de fotografias pelo processo descrito.

Além do gerador e do classificador, cujos esquemas de funcionamento acabam de ser brevemente descritos, o programa comporta:

1. Uma secção que permite ao utilizador testar, por qualquer ordem e sem qualquer registo visando uma classificação do desenho, se uma dada isometria é ou não uma simetria do desenho (ver figura 8); constitui um auxiliar didático útil, sobretudo na fase inicial de aprendizagem, pois o aluno que se confronta com o problema de identificar as isometrias que conservam o desenho pode, com esta ferramenta, verificar facilmente a validade das conjeturas que a sua intuição lhe sugere.
2. Outra secção que permite a realização de uma competi-

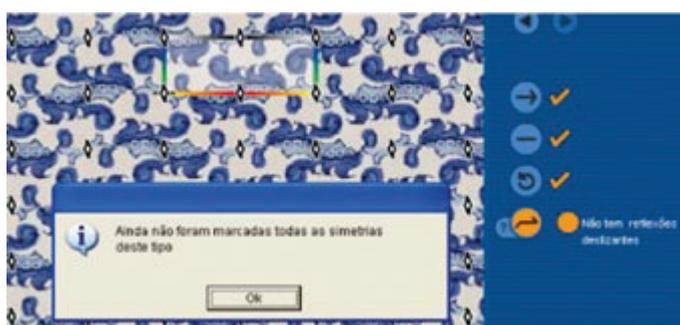


Figura 6



Figura 7

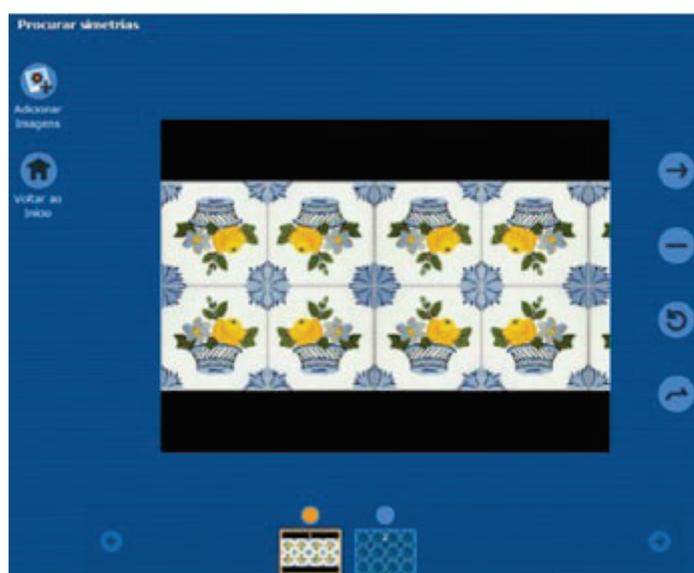


Figura 8



Figura 9

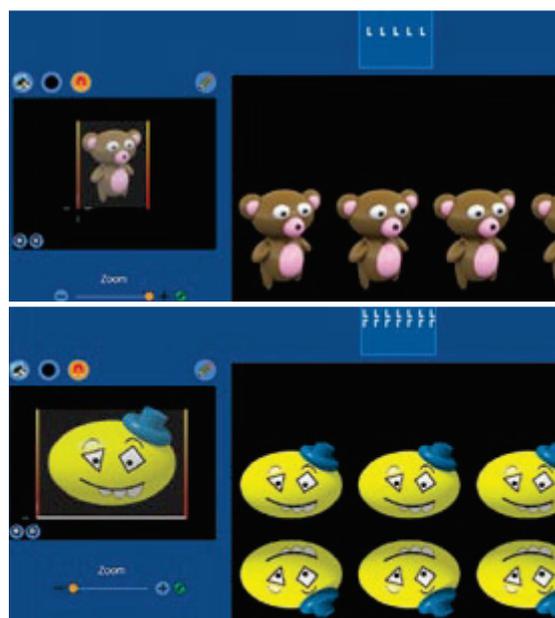


Figura 10

ção entre dois jogadores, durante a qual cada um gera um conjunto de desenhos, com motivos à sua escolha e utilizando diferentes carimbos, e depois tenta classificar os desenhos gerados pelo seu adversário; no final, o programa produz um relatório que indica quais as classificações corretas e quais as incorretas, apontando, para cada uma das incorretas, o primeiro erro cometido. O programa permite a escolha do número de desenhos a produzir por cada jogador e de uma gama muito variada de níveis de dificuldade. Uma vez feitas as escolhas, o programa gere a progressão do jogo até à sua conclusão. Uma versão própria para os mais jovens – o GeCla-mini (figura 9) – nem sequer permite optar pelos níveis mais avançados; além disso, tem uma apresentação e um conjunto de motivos feitos a pensar em faixas etárias mais baixas.

Vejamos um exemplo extremo, adaptado a alunos do 1º ciclo que nunca tiveram contacto nem com o programa nem com as questões de simetria. Com o GeCla-mini, e escolhido o primeiro nível de dificuldade na competição, cada jogador, na fase em que tem de gerar um desenho, dispõe de apenas duas opções: ou um friso só com translações (figura 10) ou um friso que tem apenas uma reflexão “horizontal” além das translações. Criados pelos dois jogadores vários frisos destes

dois tipos, na fase seguinte cada jogador tem, pois, apenas de descobrir quais os frisos gerados pelo adversário que “admitem uma reflexão horizontal”, o que é visualmente muito fácil (ver figura 11). Uma vez familiarizado com o funcionamento do programa a este nível mais elementar, é possível o jogador avançar para níveis seguintes, por exemplo com frisos admitindo também reflexões “verticais” ou rotações.

O GeCla tem presentemente instruções em quatro línguas (inglês, italiano e espanhol, além do português) e o Atractor tem conhecimento de que foi utilizado com sucesso em aulas em Portugal e em Itália. E foi precisamente de uma professora italiana que surgiu, em abril deste ano, a primeira proposta para a organização de uma competição com o GeCla via Internet, algo que é possível nas últimas versões do programa e de uma forma por ele inteiramente controlada. O Atractor divulgou esta proposta entre professores que tinham participado em sessões de trabalho sobre o GeCla organizadas pelo Atractor, alguns dos quais usam regularmente o programa com os seus alunos. Chegou a ser encarada a participação de uma escola cujos alunos conheciam o GeCla, mas problemas logísticos na escola, ligados também ao facto de já se estar demasiado perto do final do ano letivo, não permitiram que se concretizasse essa participação. O evento viria a ser garantido quase *in extremis* por uma professora que escolheu um grupo



Figura 11

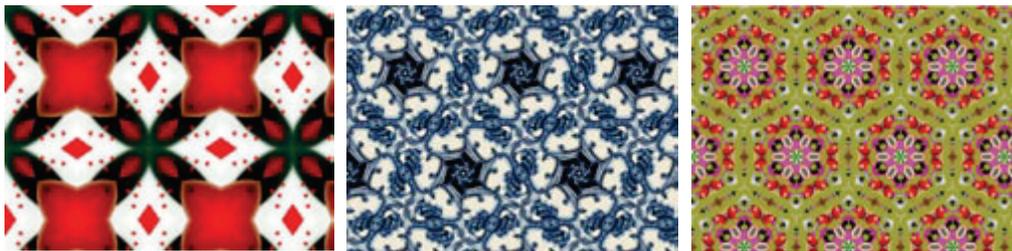


Figura 12

de alunos que não conheciam o GeGla mas manifestaram um enorme entusiasmo pela iniciativa. Em pouco mais de uma semana, houve que ensinar aos alunos o manuseamento do programa, mas, apesar das condições em que decorreu a preparação dos participantes portugueses, a iniciativa foi unanimemente considerada um enorme sucesso. As duas professoras, que ficaram muito contentes com o entusiasmo com que os respetivos alunos encararam a experiência e com a forma como ela decorreu, publicarão noutro local um relato detalhado. Para os alunos, o aspeto internacional do evento foi bastante valorizado e parece que o *chat* que o programa permite foi usado intensamente. Na figura 12 estão algumas das numerosas imagens geradas pelos alunos durante a competição.

Do ponto de vista do Atractor, não foi dada ênfase ao aspeto “competitivo” e os certificados passados (ver figura 13) apenas atestam a participação dos alunos.

Mas, naturalmente, não é surpresa que os participantes tendam a valorizar mais o aspeto de competição do que os organizadores...

As duas professoras fizeram previamente alguns testes para ensaiar as ligações e o Atractor esteve disponível para o apoio que lhe foi solicitado, como estará para iniciativas análogas que venham a ser tomadas no futuro, envolvendo uma ou mais escolas, a nível nacional ou internacional.



Figura 13

REFERÊNCIAS

- [1] <http://www.atractor.pt/publicacoes/entrada2.htm>
- [2] <http://www.atractor.pt/mat/GeGla>
- [3] <http://www.atractor.pt/mat/GeGla/im4.html>