

A MATEMÁTICA DO LUAR, DE PLUTARCO A KEPLER

Que a iluminação da Lua é causada por reflexão da luz do Sol é hoje conhecimento comum. O fenómeno, contudo, não é evidente, e a sua explicação requer uma teoria formulada matematicamente que demorou séculos a impor-se e a tornar-se convincente.

No século I, Plutarco escreveu uma miscelânea (os *Moralia*, ou *Obras Morais*) onde incluiu um singular opúsculo intitulado “Sobre a Face Visível no Orbe da Lua”. Neste diálogo imaginado, um grupo de amigos discute a natureza da Lua e das suas manchas, a posição deste astro no Universo e demais assuntos relacionados. A tradição matemática não é ignorada: aí aflora o nome de Hiparco, o maior astrónomo grego anterior a Ptolomeu, aí se cita o “Sobre os Tamanhos e Distâncias do Sol e da Lua”, de Aristarco de Samos, aí se discute a primeira proposição da catóptrica euclidiana.

A páginas tantas, um dos intervenientes, Lúcio, coloca um interessante problema de ótica e astronomia que pode resumir-se assim: assumindo que a reflexão se faz em ângulos iguais e que os raios do Sol se refletem na Lua como num espelho, há pontos na superfície desta que teoricamente não deveríamos ver iluminados (ver fig. 1).

O problema, que ficou conhecido como o problema da meia-lua, é referido por outros autores, como Cleomedes (“Sobre os Movimentos Circulares dos Corpos Celestes”, 2.4.103), e permaneceu sem solução durante muitos séculos. Trata-se, afinal de contas, de determinar a constituição da Lua e explicar a natureza da sua iluminação. Terá a Lua uma natureza etérea, ou será semelhante à Terra? Terá uma superfície polida ou rugosa? Reflete a luz do Sol ou emite luz quando aquecida, tal como um pedaço de metal em brasa? Se a luz do Sol é refletida na Lua, como explicar que possamos ver metade do seu disco totalmente iluminado durante a fase de meia-lua?

Alguns autores sugeriram que a lei da igualdade dos ângulos de incidência e reflexão estaria errada. Outros, que a teoria da reflexão da luz do Sol na Lua estaria correta, devendo ser complementada de alguma forma. O mesmo Lúcio indica como, ao prosseguir o seu raciocínio (ver página seguinte).



BERNARDO MOTA
Universidade de Lisboa
bernardomota@campus.ul.pt

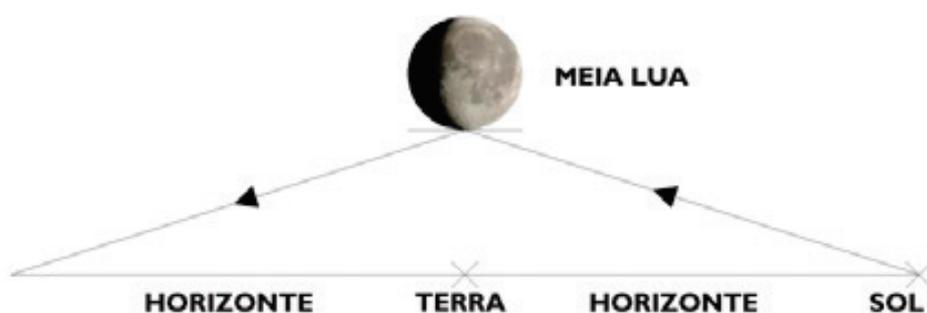


Figura 1: Plutarco, “Sobre a Face Visível no Orbe da Lua”, 929 F-930 A: uma interpretação possível.

“Admitamos, no entanto, por cortesia para com a tão amada geometria, que aquela lei é válida. Em primeiro lugar, é lícito pensar que se aplica apenas a espelhos perfeitamente polidos. A Lua, por sua vez, possui tantas irregularidades e rugosidades, que os raios provenientes de um corpo enorme embatem em relevos de considerável dimensão que recebem contrarreflexos e difusões de luz uns dos outros, refletindo e entrelaçando-se por toda a parte. A reflexão mistura-se com a própria reflexão, que chega até nós como se fosse refletida em muitos espelhos. Em segundo lugar, mesmo que assumamos que as reflexões na superfície da Lua se fazem em ângulos iguais, não é impossível que os raios, ao percorrerem um tão grande intervalo, sofram fraturas e deflexões, misturando e desviando a luz. Alguns provam mesmo, por meio de um desenho, que muitos dos raios [provenientes da Lua] chegam à Terra ao longo de uma reta traçada a partir da curvatura mais afastada de nós; contudo, não foi possível construir a figura geométrica enquanto falava e diante de tantos ouvintes.”

O primeiro argumento acrescenta, ao conceito de reflexão especular em superfícies planas, o conceito de reflexão difusa em superfícies rugosas. O segundo indica que a distância pode distorcer a direção dos raios enviados para a Terra, parecendo aludir a algum tipo de refração causada pela atmosfera da Terra. O argumento final não resolve a dificuldade principal, mas realça que a lei da reflexão, por si só, assegura *alguma* reflexão da luz do Sol na Lua. O texto sugere uma demonstração matemática, mas subtrai-a à nossa curiosidade. Kepler, que leu e comentou profusamente o opúsculo de Plutarco, supriu a lacuna com uma prova, que pode parafrasear-se assim (ver fig. 2): “Há sempre um ponto na meia-lua no qual a luz do Sol é refletida para a Terra. Una-se S, T e L (os centros do Sol, da Terra e da Lua); com centro L e raio LT, descreva-se um círculo; bisseste-se o arco CT em D; una-se D e L; I é o ponto procurado.”

Os parágrafos acima citados ilustram a complexa discussão milenar sobre a relação entre física e matemática, que ainda se mantém, e apontam para a existência de uma física-matemática na Antiguidade que hoje é habitual considerar não ter existido. Mais ainda, mostram como, na Antiguidade, a matemática era chamada a explicar o fenômeno da iluminação da Lua. Porém, nada disto é tão relevante como realçar a forma como Kepler reagiu ao texto de Plutarco, e que é representativa da forma como todos nós olhamos para a ciência antiga. Pensamos que ela incluía argumentos que se perderam e que temos de reconstituir a partir do nada. No entanto, se percorrermos os tratados antigos especificamente dedicados à catóptrica, encontramos demonstrações que podem ter servido para complementar os argumentos que surgem em tratados elementares de astronomia. Indicá-las fica para a próxima vez. Nesta folha de papel é impossível, pela tradicional razão em matemática: falta de espaço.

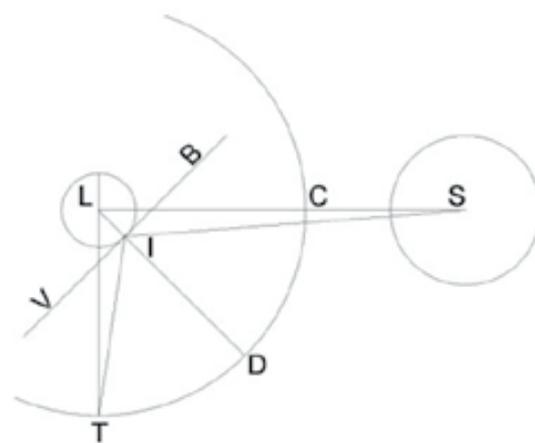


Figura 2: Plutarco, “Sobre a Face Visível no Orbe da Lua”, 930E: a interpretação de Kepler.

REFERÊNCIAS

O comentário de Kepler a Plutarco não se encontra traduzido para qualquer língua moderna. A edição de referência do original (escrito em Latim) é esta: W. von Dyck; M. Caspar (hrsg.), *Johannes Kepler. Gesammelte Werke*, vol. 11.2, München, Bayerische Akademie der Wissenschaften, 1993, pp. 410-436, esp. 418).

Eu próprio me entusiasmei com o texto de Plutarco e traduzi-o para português. A edição pode ser descarregada gratuitamente no endereço eletrônico seguinte: https://bdigital.sib.uc.pt/jspui/bitstream/123456789/36/3/sobre_a_face_visivel_no_orbe_da_lua.pdf.