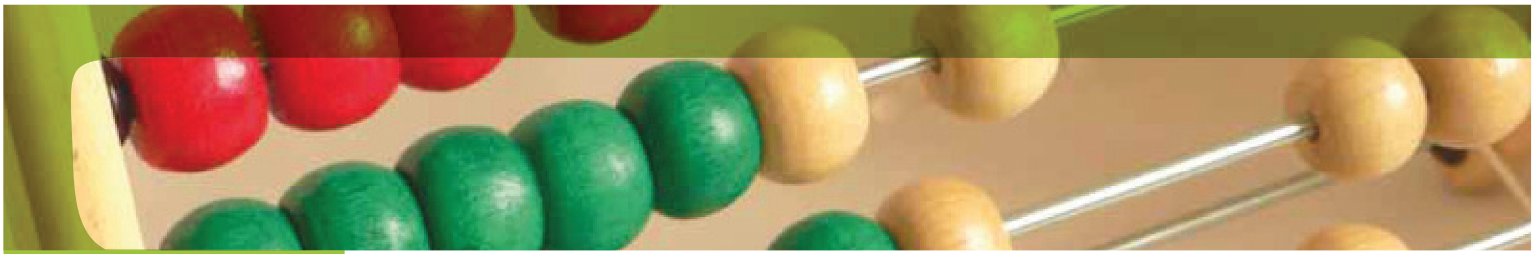


RECREIO

Jorge Nuno Silva
Universidade de Lisboa
jnsilva@cal.berkeley.edu

EXOMATEMÁTICA

Na última frase do capítulo 13 do mais recente livro de Jorge Buescu [1] pode ler-se "...como poderia ser a matemática de outro planeta." Buescu refere-se à descoberta pelo Ocidente da matemática desenvolvida pelo Japão durante o período de isolamento voluntário – o período Edo – entre 1603 e 1868. As verdades matemáticas são universais, mas a matemática produzida por diferentes grupos culturais pode ser bem variada e surpreender-nos.

Os *Sangaku* são problemas que eram tradicionalmente pendurados em templos japoneses no período referido. As ilustrações destes desafios são estranhamente apelativas. Reconhecemos imediatamente que se trata de geometria, as mais das vezes plana, e que se procura soluções elementares, no sentido técnico do termo "elementar" (não fazer apelo a conceitos matemáticos despropositadamente sofisticados). A possível utilização didáctica destes problemas é natural, dado o nível de conceitos envolvidos. Contudo, é bom ter presente que "elementar", em matemática, não significa "fácil"!

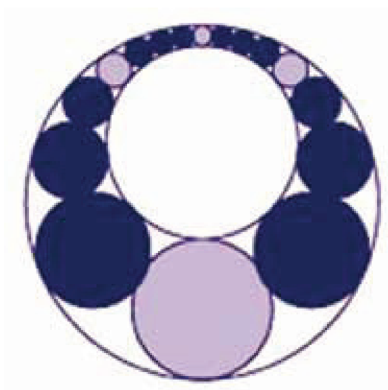
Fukagawa [3], um professor de matemática, vagueou pelo Japão procurando estes problemas no final do século XX. Uma incursão que teve o mérito de chamar a atenção geral para esta jóia do passado.

Em português, felizmente, dispomos de uma obra totalmente dedicada aos *Sangaku*, da autoria de Antonieta Constantino [2]. Esta especialista tem também publicado vários artigos sobre o tema nas páginas do *Jornal de Mathemática Elementar.*

São do livro de Antonieta Constantino os seguintes problemas. Nos dois primeiros sugerimos a utilização da transformação geométrica *inversão numa circunferência*. Esta transformação revela-se útil em muitos dos referidos problemas, nomeadamente quando surgem círculos e tangências...No terceiro, o recurso a uma transformação afim pode ajudar...

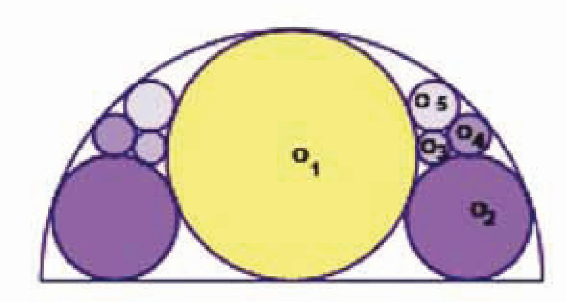
Entre duas circunferências não concêntricas (à esquerda) há uma cadeia de dezasseis círculos tangentes entre si e às duas circunferências. Se os raios destes círculos forem $r_1, \ldots, r_{16}$, mostre que

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_9} = \frac{1}{r_5} + \frac{1}{r_{13}}\,.$$



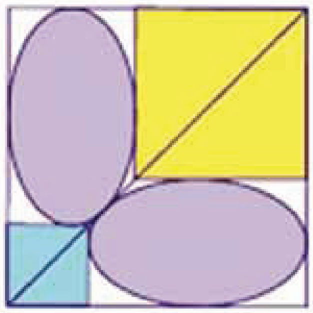
Com as tangências e a notação da figura, mostre que, se o raio da semicircunferência envolvente for r e os dos círculos O_i forem r_i, se tem

$$r_1 = \frac{r}{2}, r_2 = \frac{r}{4}, r_3 = \frac{r}{15}, r_4 = \frac{r}{12}, r_5 = \frac{r}{10}.$$



Num quadrado encontram-se duas elipses e dois quadrados, de acordo com a figura. Se os lados dos quadrados internos forem m, n, mostre que a área de cada elipse é

$$\frac{\pi}{2} mn.$$



REFERÊNCIAS

[1] Buescu, Jorge, *Casamentos e Outros Desencontros*, Gradiva 2011.

[2] Constantino, Antonieta, *Sangaku*, Ludus 2009.
http://www.readontime.com/ISBN=9789899587847 2

[3] Fukagawa H. & Pedoe, D.,"Japanese Temple Geometry Problems – Sangaku,"Winnipeg, Manitoba, Canada: Charles Babbage Research Foundation 1989.