



ANTÓNIO MACHIAVELO
Universidade do Porto
ajmachia@fc.up.pt

O PEQUENO MISTÉRIO DO ALGORITMO DA DIVISÃO

Conhece o leitor as variações do algoritmo da divisão ensinado no primeiro ciclo? Sabe que não se aprende exactamente o mesmo procedimento em todos os países, mesmo na Europa? E que um livro escrito em Portugal há pouco mais de duzentos anos tem este algoritmo descrito de um modo um pouco diferente do usual?

A meio de uma aula prática de Cálculo Infinitesimal, que eu leccionava a alunos de Engenharia, como *teaching assistant* na Universidade de Cornell, nos EUA (já lá vão uns anos), precisei de fazer uma pequena divisão no quadro, a meio da resolução de um exercício. Quando terminei e encarei os alunos, estes estavam pasmados, com caras de assombro fixas na divisão que eu tinha feito. Um deles perguntou, atónito:

– *O que fez aí no quadro?*

Foi a minha vez de ficar perplexo. Por momentos interroguei-me, meio incrédulo, se aqueles alunos nunca teriam aprendido o algoritmo da divisão.

– *Simplesmente dividi este número por aquele* – respondi, com uma voz cheia de surpresa, apontando os números em questão.

– *É assim que se divide em Portugal?* - inquiriu o mesmo aluno, com espanto.

– *Não é assim que vocês dividem?* - retorqui eu, não menos espantado.

– *Não!* – exclamaram os alunos em coro.

Perguntei então como é que faziam, e um aluno mostrou-me algo como o que está representado no lado direito da figura 1.

$$\begin{array}{r}
 1457 \quad | \quad 19 \\
 127 \quad 76 \\
 13 \\
 \hline
 19 \quad | \quad 1457 \\
 \underline{-133} \\
 127 \\
 \underline{-114} \\
 13
 \end{array}$$

Figura 1: Duas maneiras de fazer a mesma divisão.

$$\begin{array}{r}
 \quad 0,00000252\&c. \\
 2853,43 \quad | \quad 0,007200000. \\
 \quad 14931454 \\
 \quad 0066426 \\
 \quad 0935
 \end{array}$$

Figura 2: A divisão na página 43 do livro de Anastácio da Cunha.

E foi assim que descobri, para minha grande surpresa, que os detalhes do algoritmo da divisão ensinado na primária não são universais! Há que concordar que as diferenças não são substanciais. São apenas maneiras ligeiramente diferentes de dispor as mesmas contas, que não passam de subtracções sucessivas feitas em bloco, usando as vantagens da numeração posicional, num caso fazendo-se as subtracções mentalmente, no outro explicitamente. Há, no entanto, uma pequena vantagem logística na disposição usada nos EUA: quando se efectuam divisões “com vírgulas”, ou seja, quando se calculam alguns algarismos da dízima correspondente à fracção envolvida na divisão, então a disposição da direita na figura 1 tem a vantagem de os zeros após a vírgula que se vão acrescentando ao dividendo não chocarem com a barra vertical que o separa do divisor.

Alguns anos mais tarde, a dar uma aula no Porto e com o propósito de distinguir a divisão em si do algoritmo usado para a efectuar, contei a história acima. Entre os alunos havia uma pessoa de origem chinesa que me informou que também tinha aprendido uma disposição semelhante à usada pelos meus ex-alunos americanos. Uma outra aluna, filha de pais imigrantes num país europeu do qual não me recordo agora (talvez Suíça), interveio nessa mesma aula para informar que também ela tinha aprendido o mesmo arranjo dos cálculos intermédios na divisão. Isto destruiu a ideia que eu tinha feito de que talvez a utilização do “outro” algoritmo fosse restrita aos países de influência britânica, que gostam de ser diferentes, com os seus estranhos sistemas de medidas e condução no lado errado da rua.

Uma rápida consulta à Wikipédia (em inglês), conduziu à página: http://en.wikipedia.org/wiki/Long_division

na qual se mencionam algumas das diferenças na disposição do algoritmo da divisão e que a “nossa” maneira é compartilhada pela Rússia e por países de influência francófona. No entanto, esta é uma página que não menciona fontes para as afirmações feitas, o que não inspira muita confiança quanto à exactidão do seu conteúdo.

Tudo isto me deixou a pensar: exactamente onde é que se fará como em Portugal? O que é que levou às diferenças? Acabei por esquecer o assunto até que, ao consultar o livro de Anastácio da Cunha “*Principios Mathematicos*”¹, escrito no final do século XVIII, deparei-me com a divisão que reproduzo na figura 2.

Afinal, em Portugal, em 1790, também se dispunham os cálculos com o dividendo e o divisor trocados relativamente ao que hoje se faz! O que é que terá levado à mudança? Este é um pequeno mistério que não consegui ainda desvendar. Fica aqui o desafio aos leitores de tentarem averiguar o que se terá passado. Talvez algum possa escrever um artigo interessante sobre este assunto para a *Gazeta*.

Um algoritmo de divisão em que o arranjo dos cálculos é radicalmente diferente do usual, e que foi usado durante séculos até, mais ou menos, ao século XVI, é conhecido por “divisão em galera”. É um algoritmo interessante que merece ser um pouco mais conhecido, sendo económico em gasto de papel e com algum encanto visual. Só para aguçar o apetite aqui fica o exemplo do resultado da divisão, por este método, de 888888000000888800000088888 por 99999000000099900000009999, dado por Niccolò Fontana, mais conhecido por Tartaglia, no seu “*General Trattato di Numeri et Misura*” (Veneza, 1556), e que deixa clara a razão de ser do nome deste algoritmo:

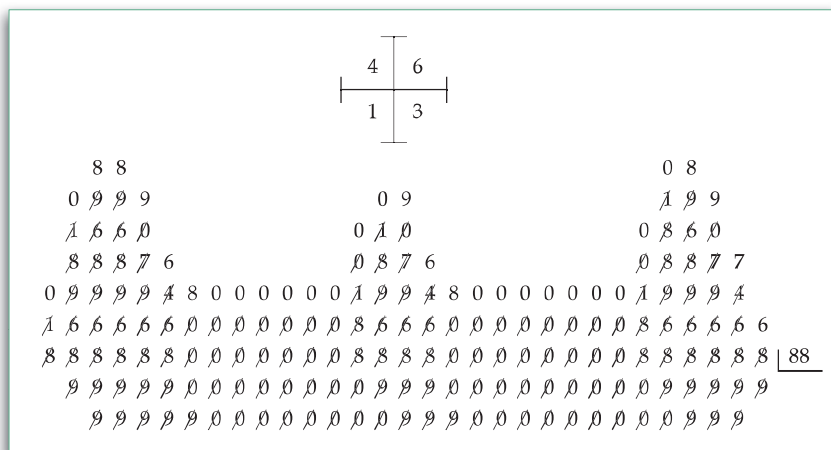


Figura 3: Resultado de uma divisão em galera.

¹ Reprodução fac-simile da edição publicada em Lisboa em 1790 feita pelo Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra em 1987.

A “vela” desta magnífica galera consiste na “prova dos sete”, que Tartaglia explica umas páginas antes no seu “Trattato”². Esta obra pode ser consultada no site ECHO (*European Cultural Heritage Online*), com o seguinte endereço, pesquisando “Tartaglia”, <http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de>.

A imagem reproduzida na figura 3 encontra-se na p. 35 do “Libro Secondo de La Prima Parte” (p. 84 do documento digital relativo ao vol. 1).

O leitor interessado em aprender a dividir em galera poderá começar por consultar a página http://en.wikipedia.org/wiki/Galley_division e, de seguida, consultar uma explicação detalhada em: <http://mathforum.org/library/drmath/view/61872.html>.

Para exemplos de ilustrações lindíssimas em livros antigos, de divisões em galera, ver o artigo “Mathematical Treasures”, no endereço <http://mathdl.maa.org/mathDL/46>, em especial os números 43 (“Opus Arithmetica” de Honoratus) e 58 (“Epitome Arithmetica Practica” de Clavius).

Os algoritmos que são usados nas máquinas de calcular e nos computadores são, esses sim, muito diferentes dos aqui referidos que, de facto, na sua essência, são bem mais iguais do que parecem à primeira vista; são algoritmos muito mais sofisticados e computacionalmente muito eficientes e rápidos. Mas isso é toda uma outra história que terá de ficar para uma outra vez.

²Agradeço à Maria do Céu Silva a preciosa ajuda neste ponto.



spm
SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA

tardes vila real de matemática

15:30 - Biblioteca de Vila Real
09 abril 2011
poliedros: uma história
com mais de 2000 anos
Luís Oliveira
Departamento de Matemática, FCUP

07 maio 2011
referendos, teoria dos jogos e o
teorema da impossibilidade de arrow
Luís Aguiar-Conraria
Departamento de Economia, Universidade do Minho

18 junho 2011
criptografia - a matemática
por um mundo mais seguro...
Luís Roçadas
Departamento de Matemática, UTAD

informações
Sociedade Portuguesa de Matemática
217 939 785 | www.spm.pt

UTAD
CENTRO DE MATEMÁTICA

UTAD
BIBLIOTECA MUNICIPAL

UTAD
Apoios: