português desta obra, em vez de *Justificação de um Matemático*, que seria uma escolha talvez considerada mais natural por bastantes pessoas, se justifica plenamente por o título ser uma referência clara à *Apologia de Sócrates*.

Matemática – Origens e Aplicações - Gueorgui Smirnov, Isabel Maria de Oliveira Rodrigues | Escolar Editora, 2006

Recensão por **Maria Pires de Carvalho**
[Departamento de Matemática Pura da Faculdade de Ciências do Porto]

"(...) este livro é muito bem-vindo. Alunos curiosos e docentes que queiram despertar o interesse sobre o que ensinam têm aqui ampla escolha de temas de matemática aplicada, introduzidos de modo leve e encadeado em conversa amena, por vezes até bem-humorada, com o leitor"

A maioria dos livros de divulgação matemática elege como objectivo a apresentação de uma amostra especialmente apelativa de contributos matemáticos, sublinhando o valor intrínseco das suas ideias essenciais e não a sua aplicabilidade em outros domínios mais ou menos tecnológicos. Ainda que possam ter muita qualidade científica e literária – e já passaram alguns desses por esta secção –, omitem por vezes aspectos relevantes do edifício matemático: a motivação exterior à matemática que está na origem de inúmeros conceitos e descobertas, as conexões surpreendentes da matemática com outras ciências, o uso da linguagem matemática e dos seus teoremas na resolução de problemas em contextos reais – que aliás muitos vêem como profanadores do espírito da ciência pura.

Nesse sentido, este livro é muito bem-vindo. Alunos curiosos e docentes que queiram despertar o interesse sobre o que ensinam têm aqui ampla escolha de temas de matemática aplicada, introduzidos de modo leve e encadeado em conversa amena, por vezes até bem-humorada, com o leitor. Cada capítulo é (mais ou menos) autónomo, começando por delinear um problema, particularizando parâmetros se conveniente, testando hipóteses na companhia de uma calculadora e terminando em apoteose com uma resolução elegante. Assuntos como o controlo de um satélite, o processamento de imagens, a dinâmica de populações, a difusão do calor ou o problema isoperimétrico são uma oportunidade bem aproveitada para introduzir métodos poderosos de aproximação e optimização, numa exibição aprazível e de invulgar qualidade do uso da matemática noutras áreas.

Cada exemplo prático é analisado cuidadosamente quanto à robustez do modelo e do conteúdo matemático que o valida; nenhum exige mais de uma hora a entender. Mas há um pressuposto para este sucesso: o leitor tem de dominar conteúdos de matemática e física que não são

frequentes no percurso académico dos alunos do nível secundário ou do 1º ano da universidade, aqueles para quem os autores declaradamente escreveram esta obra. Vejamos alguns exemplos que substanciam esta crítica.

– Depois de várias páginas sobre polinómios e séries de Taylor motivadas pela necessidade de "*calcular a função exponencial e outras funções*" (p. 26), lê-se que este é "*um método universal*" para mais adiante (p. 33) se afirmar que "*claro que as calculadoras não utilizam os polinómios de Taylor.*" Porquê? – indagará o leitor desapontado, sem encontrar resposta no que se segue.

– Na página 40 os autores avisam que irão procurar uma fórmula geral para a sucessão de Fibonacci e, para isso, sem mais explicações, buscarão progressões geométricas que satisfaçam esse tipo de relação de recorrência. Há boas razões para esta estratégia, mas não acredito que alguma delas seja conhecida dos alunos do secundário, que lerão aqui infelizmente apenas um (magro) rasgo de génio.

– Na página 48 diz-se que: "*Entre os valores de Arg z existe um que pertence ao intervalo $]-\pi, \pi]$.*" Não creio que se possa esperar que um aluno do secundário deduza com rigor esta afirmação.

– Na página 50 lê-se: "*Por indução obtemos a fórmula de Moivre*." Ora, não só não é usual pedir-se aos alunos do secundário que entendam demonstrações, como o método de indução está ausente dos programas desse nível.

– Na página 84 é prometida ao leitor "*uma resolução elementar do Problema Isoperimétrico (…).*" Mas, como se sabe, o argumento de Steiner aqui reproduzido é insuficiente e disso o leitor não é avisado, recebendo como tarefa completar detalhes que não estão ao seu alcance. Senão vejamos:

(a) Na página 85 lê-se: "*Sejam A e B dois pontos da fronteira do conjunto que dividem a curva em duas partes de perímetros iguais*." Que aluno do secundário saberá justificar com clareza esta afirmação?

(b) Logo de seguida os autores escrevem: "*Mostremos que um diâmetro do conjunto que tem área máxima, de entre todos os conjuntos de perímetro P, divide a área em duas partes iguais*." Afinal, onde foi provado que existe uma curva que engloba uma área máxima? Não pode esperar-se que um aluno do secundário ou sequer do 1º ano da universidade complete este dado da demonstração.

Mais adiante no livro (p. 104) os autores alertam para a questão da existência ou não de mínimos ou máximos, mas não vão além de uma analogia pouco inspirada, e até enganadora, com o teorema de Weierstrass sobre a existência de máximos de funções contínuas em intervalos compactos.

(c) O argumento usa (p. 87) a caracterização da circunferência que é descrita pelo Teorema do Arco Capaz. Ora, se é verdade que os alunos do secundário aprendem que a circunferência tem a propriedade aqui mencionada, poucos saberão que o recíproco também é válido e que, sendo "*a fronteira do conjunto de área máxima é formada pelos vértices dos triângulos rectângulos que têm como hipotenusa o mesmo segmento AB*", ela é necessariamente uma circunferência.

Todas estas imperfeições seriam de somenos importância se este livro apresentasse referências bibliográficas que o complementassem (e são inúmeras as boas obras disponíveis sobre os assuntos que compõem este livro), oferecendo ao leitor menos orientado um percurso mais firme através destes capítulos essenciais da matemática e suas aplicações.

Há ainda a assinalar alguns deslizes, dos que se costumam desculpar em textos de divulgação matemática apelando-se ao princípio de que aos leitores iniciantes na área é melhor não revelar as dificuldades para que não desanimem (ou, então, devem tentar deslindar sozinhos os aspectos mais delicados das questões). São de facto defeitos evitáveis, como estes dos primeiros capítulos:

– Em todas as instâncias em que se apela ao facto de uma função derivável num intervalo ter derivada nula nos pontos de mínimo ou máximo (como na pág. 89), esquece-se de mencionar que o ponto tem de ser interior para esta afirmação ser segura.

– Na página 22, a propósito da tangente ao gráfico de uma função, diz-se: "*É fácil ver que o declive desta recta é a derivada [da função] no ponto (…).*" Há alguma coisa a verificar? Não é apenas a definição de tangente? Ou está-se aqui a apelar à noção intuitiva (errada) que uma recta tangente a um gráfico num ponto é a que intersecta o gráfico apenas nesse ponto?

– Na página 25, sobre o método de Newton, os autores escrevem: "*Este método pode ser aplicado à resolução de equações do tipo* $f(x)=0$. *Basta que no ponto que resolve a equação, isto é, que verifica a condição* $f(\hat{x})=0$, *a derivada da função seja diferente de zero. Então para os valores de* x *que estão perto do ponto* $\hat{x}$ *é possível calcular o valor* $x-\dfrac{f(x)}{f'(x)}$ *e construir a sucessão*

$$x_{k+1}=x_k-\frac{f(x_k)}{f'(x_k)},\quad k=0,1,2,\ldots"$$

Esta afirmação é falsa; e mesmo que os autores tivessem em mente apenas funções com derivada contínua, não é esse o universo de funções que qualquer aluno do secundário ou do 1º ano da universidade já domina.

– A apresentação da resolução do problema da braquistócrona, por Johann Bernoulli, peca desde o seu início (p. 99) por supor que a curva mais rápida que se procura é o gráfico de uma função $y=y(x)$. Além disso, não são dadas razões válidas para a existência de uma tal curva, embora se aprecie o esforço de relacionar este problema com o da trajectória da luz em meio não homogéneo. Não fica assim claro que a curva encontrada seja a mais rápida entre todas as possíveis unindo os dois pontos considerados.

Dois últimos reparos de menor importância. Há aqui e acolá uma escolha menos avisada de notação (como nas páginas 28-29 ou no fim da 147), e o deselegante uso de $f(x)$ para referir a função f e o valor dela em x. Lamenta-se ainda a ausência nesta obra de um índice remissivo, coisa actualmente muito fácil de fazer mesmo com os mais modestos processadores de texto.

Que não se conclua daqui que este é um livro dispensável: a apresentação original e o conteúdo interessante por que os autores optaram fazem deste um dos melhores livros de divulgação matemática em português, cuja leitura e uso se recomendam. ■