



JOSÉ CARLOS SANTOS
Universidade
do Porto
jcsantos@fc.up.pt

PAUL WOLFSKEHL E O ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT

O Prémio Wolfskehl foi criado para quem conseguisse demonstrar o último teorema de Fermat. Iremos ver a história de quem o criou e porquê.

Em 1621, foi publicada a primeira tradução para latim da *Aritmética* de Diofanto, um matemático que viveu em Alexandria no séc. III a.C. Um problema que surge naquele livro é o seguinte: como é que se pode escrever um quadrado perfeito como soma de dois quadrados perfeitos? No caso no qual o quadrado é 16, a solução que Diofanto dá consiste em $16 = (16/5)^2 + (12/5)^2$. Como se pode ver, Diofanto não estava interessado somente em soluções inteiras.

Cerca de 15 anos após a publicação desta tradução, Pierre de Fermat escreveu (em latim) na margem do seu exemplar, ao lado do problema atrás mencionado, que “É impossível escrever um cubo como soma de dois cubos, uma quarta potência como soma de duas quartas potências ou, mais geralmente, uma potência de grau superior a dois como soma de duas potências do mesmo grau.” Acrescentou ainda que dispunha de uma demonstração maravilhosa deste facto e que a margem era demasiado pequena para a conter.

A fama de Fermat foi crescendo com o passar dos anos e, em meados do séc. XVIII, este era o único enunciado dele que não estava demonstrado nem refutado. Passou a ficar conhecido como “último teorema de Fermat”, embora, como é óbvio, não fosse um teorema, visto que não estava demonstrado.

Será que Fermat tinha realmente uma demonstração? O mais provável é que ele tenha acabado por se aperceber de que não. A favor desta ideia temos o facto de Fermat ter mencionado a diversos correspondentes, como desafio, o seu teorema nos casos específicos dos expoentes 3



Figura 1. Pierre de Fermat

e 4 (veja-se [5, pp. 13 e 24]), mas nunca o caso geral. Mas Fermat demonstrou que uma quarta potência nunca se pode escrever como a soma de uma quarta potência com um quadrado perfeito, de onde se deduz que uma quarta potência não pode ser escrita como soma de duas quartas potências. Resulta daqui que, para demonstrar o último teorema de Fermat, basta fazê-lo para expoentes primos. A partir de meados do séc. XVIII, diversos matemáticos (tais como Euler, Legendre ou Dirichlet) demonstraram o teorema para vários expoentes. A partir de meados do séc. XIX, surgem tentativas, por parte de Sophie Germain

e de Ernst Kummer, de demonstrar o teorema de uma só vez para conjuntos de expoentes, e não apenas para expoentes isolados. E também houve bastantes tentativas falhadas de demonstrar o teorema em toda a generalidade. É atribuída ao historiador Howard Eves a afirmação segundo a qual “O último teorema de Fermat distingue-se particularmente por ser o problema matemático que levou à publicação do maior número de demonstrações erradas” (veja-se [3, p. 591]).

Falemos agora de Paul Wolfskehl (veja-se [1]). Este nasceu em 1856 e era o mais novo dos dois filhos de um banqueiro. Licenciou-se em Medicina em 1880 (o retrato que se pode ver aqui foi tirado por esta altura), mas começou então a revelar sintomas de esclerose múltipla, o que o levou a mudar de carreira. Estudou Matemática (tendo tido Kummer como professor) até 1883 e tornou-se professor na Universidade Técnica de Darmstadt a partir de 1887, tendo parado de dar aulas em 1890, ao ficar totalmente paralisado. Faleceu em 1906 e deixou no seu testamento 100.000 marcos como prémio a ser atribuído a quem conseguisse demonstrar o último teorema de Fermat.¹

Porque é que Paul Wolfskehl criou este prémio? Ele não deixou nenhum documento a explicar a sua decisão. O que é certo é que a família o convenceu a casar-se, por precisar de apoio contínuo, coisa que ele fez em 1903. No entanto, o casamento correu muito mal e logo em 1905 Paul Wolfskehl alterou o seu testamento, acrescentando-lhe o prémio atrás descrito. Conjetura-se que isto foi feito para reduzir o dinheiro que seria herdado pela sua viúva.

Há uma hipótese alternativa, que foi divulgada por Philip J. Davis em [2, cap. 1]. Davis, por sua vez, ouviu-a do matemático ucraniano Alexander Ostrowski. Segundo esta teoria, Paul Wolfskehl teria querido suicidar-se por causa de uma paixão não correspondida. Tratou então de tudo de uma maneira sistemática. Colocou todos os seus assuntos em ordem e decidiu o método, o dia e a hora do suicídio. Naquele que deveria ser o seu último dia de vida, foi à sua biblioteca e começou a folhear um artigo de matemática. Aconteceu tratar-se de um trabalho de Kummer sobre o último teorema de Fermat e Wolfskehl ficou com a impressão de que havia um erro de lógica ali e ficou horas e examiná-lo. Quando finalmente se convenceu de que afinal não havia qualquer erro, a hora prevista para o suicídio já tinha passado. O resultado deste estudo do último teorema de Fermat foi um interesse renovado na matemática e a decisão de continuar



Figura 2. Paul Wolfskehl

a viver. Teria sido esta sequência de eventos que o teria levado a criar o prémio.²

A entidade encarregada de gerir o prémio foi a Academia de Ciências de Göttingen, a qual divulgou as regras relativas ao prémio em julho de 1908 (podem ser vistas em [4, §I.7]). O prémio só estaria em vigor até 13 de setembro de 2007 e, para ser atribuído, teria de ser publicado numa revista científica e a atribuição só teria lugar dois anos após a publicação.

O valor do prémio era muito elevado, o que atraiu um grande número de propostas de demonstração do teorema. Só no primeiro ano após a criação do prémio, a Academia de Ciências de Göttingen recebeu 621 dessas supostas soluções e estima-se que, no total, tenha recebido mais de 5000. As supostas soluções eram (desde que cumprissem os critérios fixados para o prémio) enviadas para o Instituto de Matemática da Universidade de Göttingen, onde eram examinadas por um assistente. Após isso, o autor do texto recebia um comentário, onde o erro ou os erros da suposta demonstração eram expostos.

Quando o matemático brasileiro Paulo Ribenboim estava a redigir o seu livro [4], escreveu ao doutor Schlichting, do instituto atrás referido, a pedir informações

sobre o prémio. Este respondeu-lhe dizendo, entre outras coisas, que³

“Chegam cerca de três a quatro cartas com propostas por mês que contêm muito material divertido e curioso tal como, por exemplo, uma enviando-me a primeira metade da solução e prometendo o resto caso eu lhe pagasse 1000 marcos adiantados. Ou outro que me prometeu 10% dos lucros que ele iria ter das publicações e das entrevistas que iria dar à rádio e à televisão após se ter tornado famoso, desde que eu o apoiasse agora; caso contrário, ele ameaçava enviar a solução a um departamento de matemática na Rússia, privando-nos assim da glória de o termos descoberto. Por vezes, alguém surge em Göttingen e faz questão de ter uma conversa pessoal. Quase todas as “soluções” estão escritas num nível muito elementar (usando noções de matemática do Ensino Secundário ou talvez alguns artigos mal digeridos de Teoria dos Números), mas podem, no entanto, ser muito difíceis de compreender. Socialmente, os autores são frequentemente pessoas com formação científica mas com uma carreira falhada, que tentam encontrar sucesso com uma resolução do problema de Fermat. Mostrei alguns dos manuscritos a médicos, os quais diagnosticaram esquizofrenia aguda.”

Em 1993, o matemático britânico Andrew Wiles anunciou ter demonstrado o último teorema de Fermat. Depois disso, foi descoberta uma afirmação não justificada na demonstração, mas o próprio Wiles, com a ajuda de um antigo aluno, acabou por provar o que faltava e, finalmente, a demonstração foi publicada em 1995 (veja-se [6]). Consequentemente, Wiles recebeu o prémio Wolfskehl dois anos depois, em 1997, ou seja, dez anos antes de o prémio deixar de poder ser atribuído.

De facto, pode dizer-se que Andrew Wiles ganhou todos os prémios que é de esperar que um matemático possa ganhar, exceto o mais famoso, que é a medalha Fields. O motivo pelo qual não recebeu este último foi porque, pelo respetivo regulamento, é preciso ter-se, no máximo, 40 anos de idade a 1 de janeiro do ano no qual a medalha é atribuída. Como Wiles nasceu a 11 de abril de 1953, só poderia, no máximo, receber a medalha na edição de 1994. Mas nessa altura o hiato na demonstração ainda não tinha sido colmatado e, na edição seguinte, que teve lugar em 1998, Wiles já ultrapassara o limite de idade.

E quanto ao valor monetário do prémio? Inicialmente era muito elevado, mas depois, com a hiperinflação que houve na Alemanha no período entre as duas guerras mundiais, o seu valor desceu bastante. Apesar disso, de todos os prémios monetários atribuídos a Andrew Wiles, houve somente um (curiosamente chamado Prémio Wolf) de valor mais elevado do que o montante recebido por ele no âmbito do Prémio Wolfskehl (aproximadamente 30 000 libras esterlinas).

Isto encerra a história do Prémio Wolfskehl. Poderia pensar-se que também encerraria a história das tentativas de demonstrar o último teorema de Fermat, mas não é esse o caso. Continua a haver amadores que propõem supostas demonstrações elementares do teorema, talvez convencidos de que redescobriram a demonstração perdida de Fermat. Mas é um facto que a demonstração de Wiles é muito complexa e é natural que se tente encontrar uma mais simples. É bem possível que um dia se consiga fazer isso.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Klaus Barner, “Paul Wolfskehl and the Wolfskehl Prize”, *Notices Amer. Math. Soc.* **44**(10), pp. 1294–1303, 1997
- [2] Philip J. Davis; William G. Chinn, *3.1416 and All That*, Birkhäuser, 1985
- [3] Thomas Koshy, *Elementary Number Theory with Applications*, 2nd edition, Academic Press, 2007
- [4] Paulo Ribenboim, *13 Lectures on Fermat’s Last Theorem*, Springer-Verlag, 1979
- [5] Paulo Ribenboim, *Fermat’s Last Theorem for amateurs*, Springer-Verlag, 1999
- [6] Simon Singh, *A solução do último teorema de Fermat*, Re-logio d’Água, 1997

¹ Simon Singh, *The Wolfskehl Prize: The History Behind the Most Famous Prize in Mathematics*, <https://simonsingh.net/media/articles/maths-and-science/the-wolfskehl-prize/>

² Veja-se também *Uma moça formosa, o último Teorema de Fermat e o Prémio Wolfskehl*, de Arnaldo Gunzi, <https://ideiasesquecidas.com/2021/11/15/uma-moca-formosa-o-ultimo-teorema-de-fermat-e-o-premio-wolfskehl/>

³ Convém levar em conta o facto de que esta carta foi escrita em 1974.