



SE A MATEMÁTICA SE APLICASSE AO FUTEBOL

A beleza do futebol está no facto de muitas vezes ser imprevisível e, por exemplo, não ser possível aplicar-lhe a regra da transitividade.



HÉLDER PINTO
Instituto Piaget,
Insight e CIDMA-UA
helder.pinto@piaget.pt

No último Natal, o meu filho dizia-me que se “o futebol tivesse lógica”, o AVS SAD (que luta para não descer de divisão em Portugal) perderia apenas por 1-0 contra o todo-poderoso Bayern de Munique (que luta para ser campeão na Alemanha e para vencer a Champions League). O raciocínio era simples e lógico: se o AVS SAD empatou 1-1 com o Benfica e se o Benfica perdeu 1-0 com o Bayern, então o AVS SAD e o Benfica estariam ao mesmo nível e conseguiriam o mesmo resultado com qualquer adversário comum... Como bem sabemos, poucos apostariam o seu dinheiro num resultado tão escasso para o Bayern, dada a diferença de realidades entre estes dois clubes.

Mas, e se a transitividade fosse válida? Quantos jogos seriam desnecessários por já se saberem os resultados à partida? Observe os resultados na tabela 1, extraídos da Divisão de Honra, Série 1, Sub 8, temporada 2018-19, da Associação de Futebol do Porto, a qual é disputada por nove clubes. Verifique se já é possível determinar o campeão com estas duas jornadas realizadas. E as restantes posições também já estariam igualmente determinadas? Note-se que nestes raciocínios se considera, além da transitividade habitual (se A ganhou a B e se B ganhou a C, então A ganhará a C e, de modo semelhante, com os empates), outra “transitividade” subentendida: se A ganhou a B e B empatou com C, então A também ganhará a C.

Continuando com a questão das tabelas classificativas, já há muito tempo que não tínhamos um campeonato de

Tabela 1.

Jornada 1				
Leça do Balio	2	-	4	New Team
Infesta	2	-	3	Padroense
Salgueiros	2	-	0	Coimbrões
Panther Force	3	-	0	Serzedo
Jornada 2				
New Team	2	-	4	Infesta
Padroense	0	-	4	Salgueiros
Coimbrões	0	-	0	Panther Force
Serzedo	10	-	1	Benfica VN Gaia

futebol em que os três grandes estivessem tão juntos no topo da tabela classificativa. No final do dia 22 de dezembro de 2024, a tabela classificativa era a seguinte:

Clubes	Jogos	Pontos
1. Sporting	15	37
2. FC Porto	15	37
3. Benfica	14	35

Qual o clube em melhor posição na tabela anterior? Como todo o adepto sabe, a melhor posição é a do Benfica, pois tem menos um jogo disputado e, por isso, poderá ainda fazer 38 pontos. Esta situação aqui é fácil de observar, mas há tabelas classificativas mais complicadas, principalmente quando há um número ímpar de equipas no campeonato. Nos campeonatos profissionais é raro acontecer, mas noutros escalões e no futebol juvenil acontece muitas vezes, como se pode observar na figura 1, onde há três equipas que ainda não “folgaram”: o Arcozelo, o Pedroso e o Avintes. Como podemos comparar equipas com número diferente de jogos? Que outros tipos de tabelas classificativas poderiam ser criados para resolver problemas deste género? Como ficariam os seguintes clubes classificados nestas novas tabelas?

		P	J	V	E	D
1	AD Grijó	33	11	11	0	0
2	Valadares Gaia	30	11	10	0	1
3	SC Arcozelo B	24	12	8	0	4
4	Serzedo	23	11	7	2	2
5	FC Pedroso	23	12	7	2	3
6	Avintes	17	12	5	2	5
7	CD Candal	15	11	5	0	6
8	SC Coimbrões	15	11	5	0	6
9	Vila FC	14	11	4	2	5
10	S. Félix Marinha	12	11	4	0	7
11	FC Gaia	12	11	4	0	7
12	Fut. Benfica V. N. Gaia	12	11	4	0	7
13	Sport Canidelo B	10	11	3	1	7
14	Perosinho	4	11	1	1	9
15	Gulpihares FC	3	11	1	0	10

Figura 1.

Deixamos aqui ainda mais dois desafios, dos muitos que foram publicados sobre futebol por Mariano Mataix ([1], p. 28 e p. 37).

1. O Real, o Atlético, a Unión Deportiva e o Quebrantahuesos jogaram um troféu no qual cada equipa enfrentava cada uma das outras três numa única partida. Todos os encontros terminaram com resultados diferentes e a classificação foi a seguinte - ver tabela 2, (o torneio decidiu-se pela diferença de golos).

Tabela 2.

Clubes	Vit.	Emp.	Derr.	Golos marcados	Golos sofridos	Pontos
1. Real	1	1	1	4	2	4
2. Atlético	1	1	1	2	2	4
3. Unión Deportiva	1	1	1	3	4	4
4. Quebrantahuesos	1	1	1	2	3	4

Qual o resultado entre a Unión Deportiva e o Quebrantahuesos?

2. Quatro equipas participam num campeonato e jogam entre si uma única vez. Depois de se disputarem algumas partidas, a tabela 3 apresenta os resultados com os números substituídos por letras (os espaços em branco representam dados desconhecidos). Por outro lado, uma das letras está errada numa das vezes em que aparece (se é que esta letra errada aparece mais do que uma vez na tabela).

Tabela 3.

Clubes	Jogos	Vit.	Emp.	Derr.	Golos marcados	Golos sofridos	Pontos
A					d	h	t
B	x			t	t	d	
C	h	d		x	r	d	r
D				x	d	t	h

Qual a letra que está errada e qual deveria ser o seu valor? Note que neste problema se considera que a vitória vale dois pontos, como era antigamente, e que os clubes estão ordenados por ordem alfabética e não pelo número de pontos obtidos.

A MATEMÁTICA NAS NOTÍCIAS

1. Há séculos que não se assistia a nada assim

“Existem dois tipos de cigarras encontradas em grande número nos EUA: as cigarras anuais – surgem todos os anos – e as periódicas – surgem a cada 13 ou 17 anos. As cigarras periódicas têm um ciclo de vida longo. Após a eclosão, as cigarras periódicas imaturas, chamadas ninfas, passam 13 ou 17 anos no subsolo, alimentam-se de raízes, e depois emergem do solo e transformam-se em cigarras adultas.” [2]

A Natureza apresenta muitas vezes fenómenos com períodos bem definidos como, por exemplo, a aparição dos cometas. Nos animais e plantas, o ano costuma ser a medida mais recorrente (a maioria das árvores dá fruto uma vez por ano, etc.). Mas, como vemos na notícia acima, nem sempre é assim, existindo animais com ciclos mais longos, tal como acontece com estes dois tipos de cigarras. Dado que ambos os períodos são números primos, estes dois tipos de cigarras só se encontram a cada $13 \times 17 = 221$ anos, o que faz com que seja um fenómeno a que nem todas as gerações humanas têm possibilidades de assistir. Antes de 2024, como é referido na notícia, *“a última vez que foi documentada a emergência conjunta das duas ninhadas de cigarras periódicas nos EUA foi em 1803, durante a Presidência de Thomas Jefferson”*. E agora já nenhum de nós vai assistir novamente a este fenómeno... O que é capaz de ser bom, pois a eclosão conjunta, segundo os relatos, não é propriamente silenciosa!

2. É só mostrar as contas

*“O FC Porto divulgou esta semana o novo Portal da Transparência, uma promessa de André Villas-Boas, que mostrou, às claras e com uma comunicação simples, transferências, comissões e remunerações. Uma iniciativa de louvar, numa altura em que os adeptos se tornam cada vez mais exigentes em relação a contas. **Não por de repente todos gostarem de Matemática** ou serem especialistas em capitais próprios e resultados líquidos, mas porque já todos terão percebido que, sem uma gestão eficiente, não há resultados desportivos que resistam durante muito tempo – e o FC Porto que o diga.” [3]*

O negrito acima é meu e foi uma frase que me deixou a refletir. O mundo distópico em que viveríamos se todos passassem a gostar de matemática... Que implicações isto

teria? E se fôssemos ao extremo em que todos, não apenas gostassem, mas se dedicassem à matemática e “vissem” fórmulas matemáticas avançadas como Râmãnujan? Que avanços teóricos e tecnológicos seriam possíveis com tanta mão de obra a fazer matemática? Ora aqui está uma boa ideia para um filme de ficção científica! O problema é que muitas outras coisas práticas ficariam por fazer como, por exemplo, a agricultura, a pecuária, os transportes, a medicina, etc., o que nos levaria, com certeza, à extinção... Por isso, claro que queremos muito mais gente a gostar e a fazer matemática, mas, como em tudo, queremos-lo na medida certa!

3. Este cubo megalómano vai custar 46 mil milhões de euros, será a maior estrutura do mundo

“A ambição de criar construções colossais continua a ser uma marca da Arábia Saudita com o projeto do Mukaab, que promete ser a maior estrutura do mundo, se realizado conforme o planeado. Com impressionantes 400 metros de lado (sic), 396 metros de altura e 362 metros de largura, o Mukaab poderá abrigar até 20 edifícios Empire State.” [4]

Como os leitores concordarão comigo, e este parece-me ser o melhor local para fazer esta queixa, esta estrutura não é um cubo... 😊, pelo menos não na nossa definição matemática da coisa!

4. Casal ganhou 26 milhões na lotaria graças a truque matemático de três minutos

“Jerry Selbee, um reformado com uma licenciatura em Matemática, descobriu uma anomalia num jogo de lotaria do Michigan chamado Winfall. Ao contrário das lotarias normais, em que os jackpots são acumulados até serem reclamados, o Winfall tinha um mecanismo diferente: se o jackpot excedesse os cinco milhões de dólares sem vencedor, o prémio em dinheiro seria transferido para os vencedores dos escalões inferiores. Num cálculo que demorou apenas três minutos, Jerry descobriu que, ao comprar grandes quantidades de bilhetes, poderia garantir estatisticamente um lucro.” [5]

Histórias como esta são fascinantes, não só pela matemática envolvida, mas também pelo grau de organização e trabalho de equipa para montar toda a logística deste tipo de operações. Para se perceber a ordem de grandeza

dos montantes investidos, refira-se que este casal gastava, muitas vezes, mais de 600 mil dólares por jogo... Ou seja, a matemática demorou três minutos a fazer-se, mas colocar o plano em prática exigiu um trabalho árduo por parte deste casal (1% de inspiração que exigiu posteriormente muita transpiração!). Note-se que esta atividade não violou nenhuma lei nem prejudicou ninguém: “Apesar de terem encerrado o jogo, as autoridades reconheceram que as ações dos participantes foram benéficas para o Estado, gerando receitas significativas de impostos.”

E, para terminar esta secção, uma adivinha que ouvi no rádio: “Quando é que 10 com mais 10 não são 20, mas com mais 50 são 11?”

SOLUÇÕES DOS DESAFIOS PROPOSTOS NO NÚMERO ANTERIOR

A probabilidade de um jogador de ténis, que ganha um terço dos pontos ao seu adversário, ganhar um jogo é de $\frac{35}{243} \sim 0,144$ (como referido no número anterior, aproximadamente $\frac{1}{7}$). A explicação completa de como obter este valor pode ser encontrada em [6], pp. 15-23, e advém da seguinte fórmula (onde p é a probabilidade de o jogador vencer um ponto e $q = 1 - p$):

$$p^4 + 4p^4q + \frac{10p^4q^2}{1 - 2pq}.$$

Usando esta fórmula, conclui-se, com um pouco de paciência, que a minha probabilidade de ganhar um jogo (relembrando que eu ganhava 40% de pontos) era de apenas $\frac{10736}{40625} \sim 0,2643$.

Ainda em [6], p. 28, é possível encontrar a tabela e o gráfico da figura 2, que mostram as probabilidades de um jogador ganhar uma partida de três sets, supondo diferentes probabilidades de ganhar cada ponto, e donde se conclui facilmente que, ganhando “apenas” 40% dos pontos, era quase impossível eu ter alguma vez ganhado uma partida de ténis ao meu colega...

probability of winning	
point	match
0	0
0-1	0
0-2	10^{-22}
0-3	4.5×10^{-11}
0-4	4.4×10^{-4}
0-5	0-5
0-6	0.9995
0-7	0.9999
0-8	0.9999
0-9	1
1-0	1

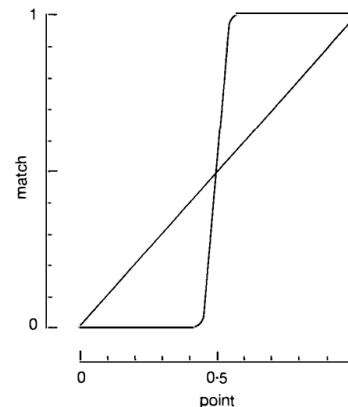


Figura 2.

Até ao próximo número do nosso Recreio!

REFERÊNCIAS

- [1] Mataix, M. (2008). *Em Busca da Solução*. RBA.
- [2] Câmara, I., *Visão Verde*, 18 de abril 2024; https://visao.pt/visao_verde/2024-04-18-ha-seculos-que-nao-se-assistia-a-nada-assim-biloes-de-cigarras-vao-emergir-nos-estados-unidos-este-ano
- [3] Pereira, C., *A Bola*, 13 de setembro 2024; <https://www.abola.pt/opinioes/noticias/e-so-mostrar-as-contas-fcporto-villas-boas-2024091210390198219>
- [4] n. d., *Executive Digest*, 3 de novembro 2024; <https://executivedigest.sapo.pt/noticias/este-cubo-megalomano-vai-custar-46-mil-milhoes-de-euros-sera-a-maior-estrutura-do-mundo-mas-ha-receios-que-seja-construido-com-sangue-saudita/>
- [5] n. d., *ZAP*, 25 de novembro 2024; <https://zap.aeiou.pt/casal-26-milhoes-lotaria-truque-matematico-643054>
- [6] Stewart, I. (1989). *Game, Set, and Math: Enigmas and Conundrums*. Basil Blackwell.