Paulo Saraiva
Universidade
de Coimbra
psaraiva@fe.uc.pt

O OFÍCIO MATEMÁTICO DE CONJETURAR

Formular e demonstrar conjeturas são tarefas centrais do labor matemático aos mais diversos níveis.

Logo na introdução da entrevista à matemática Claire Voisin (ver rubrica *Matemáticos na Primeira Pessoa* do presente número), pode ler-se que o seu nome está indubitavelmente ligado a diversas conjeturas, como a de Kodaira, a de Hodge e a de Green. Para quem não é especialista em Geometria Algébrica, é natural que tais nomes nada digam. No entanto, a curiosidade do leitor levá-lo-á a ficar minimamente elucidado acerca daquelas conjeturas, ao mesmo tempo que descobre que a segunda faz parte da lista dos sete Problemas do Milénio (com prémio atribuído pelo Clay Mathematics Institute). O que é seguramente percetível a qualquer um é a dedicação imensa, de anos, implícita na tarefa quotidiana de abordar os problemas subjacentes a tais conjeturas, o estudo necessário para dominar as ferramentas ou construir outras que eventualmente, um dia, permitam solucioná-las… ou refutá-las.

Formular conjeturas é algo inerente à investigação em matemática (e às ciências, em geral). Estas "proposições provisórias" podem resultar, por exemplo, da constatação de regularidades ou padrões ao lidar com objetos matemáticos, ou da tentativa de adaptar resultados conhecidos a novos contextos. Neste sentido, a construção de conjeturas e a tentativa de as "resolver" assume uma importância central no desenvolvimento da matemática. Além de constituírem um estímulo à investigação, frequentemente, novas áreas de estudo ou o aprofundamento de outras já existentes resultaram do esforço de muitos em torno destes desafios. Entre a formulação do conhecido Último Teorema de Fermat e a sua demonstração, por Andrew Wiles (o qual se apaixonou desde tenra idade por este resultado), passaram mais de três séculos. No seu excelente trabalho, Wiles foi beneficiário dos desenvolvimentos notáveis na teoria algébrica dos números (com Niels Abel, Sophie Germain e Ernst Kummer). A sua demonstração, finalmente aceite em 1995, combina técnicas matemáticas tão complexas como formas modulares, curvas elípticas e representações de Galois (entre outras), as quais ainda não tinham sido criadas ao tempo de Fermat. Considerações análogas poderiam certamente ser feitas a propósito de conjeturas ainda hoje não solucionadas, como a Hipótese de Riemann.

Tentar provar ou refutar uma conjetura implica seguramente desenvolver capacidades de pensamento crítico e de raciocínio lógico, características tão valiosas em matemática como em muitos outros campos. Este é um aspeto a destacar, entre outros motivos, pelas suas implicações pedagógicas. Simples enunciados numéricos, algébricos ou geométricos, permitem que o estudante se confronte com problemas que o levam a formular hipóteses e a explorá-las com recurso a diversas estratégias, técnicas e ferramentas matemáticas, e a avaliar as consequências da sua aplicação. Ao longo deste processo, o estudante aprende a lidar com naturais bloqueios nos momentos em que não há progressos, assumindo então o professor um papel fundamental, ao fornecer estímulos e pistas que o levem a ultrapassar uma eventual falta de confiança e a persistir, tentando abordagens alternativas. Desta forma, contribui-se para a estruturação do pensamento, ao promover a passagem do raciocínio intuitivo para o formal. Em última análise, experiências que impliquem formulação, formalização e prova de conjeturas têm o potencial de, num ambiente de aprendizagem baseada na descoberta, levar o estudante a *pensar como um matemático.*