

Controlo biológico de pragas

Ana Cristina Silva

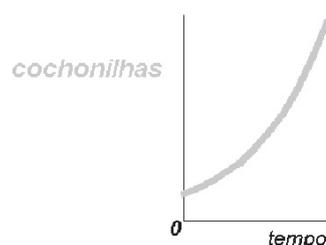
Associação Atrator*

Nativa da Austrália, a cochonilha australiana (*Icerya purchasi* Maskell) chegou à Califórnia (E.U.A.) em 1868, hospedeira de exemplares de acácias. Em cerca de dez anos tornou-se numa das pragas mais devastadoras dos citrinos naquela região. O carácter menos infestante da cochonilha e a boa convivência com outras espécies em terras australianas apoiaram a impressão de que ali o flagelo seria controlado por predadores naturais deste insecto - os quais, se introduzidos na Califórnia, poderiam conduzir à eliminação do problema. A prospecção na Austrália e Nova Zelândia levou os cientistas até à joaninha (*Rodolia cardinalis* Mulsant): alimentando-se de cochonilhas, a joaninha reduziu a população desse insecto a níveis não preocupantes e em 1888/89 a praga nos laranjais da Califórnia estava debelada.

Presas e predadores

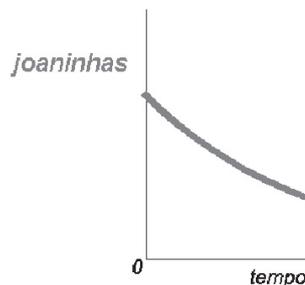
Recolhamos informações sobre estes dois insectos para entendermos este sucesso no controle da infestação. As joaninhas alimentam-se de cochonilhas que vivem de folhas e caules de certas plantas. Sem intervenção do exterior e na presença de alimento abundante, as cochonilhas reproduzem-se livremente e o seu número aumenta numa relação que é directamente proporcional ao número de exemplares existentes. Este dado sobre a evolução das cochonilhas com o tempo traduz-se pela equação

$\text{aumento do número de cochonilhas} = A \cdot \text{número de cochonilhas}$
onde A é uma constante real positiva.



As joaninhas são insectos carnívoros, vorazes na fase larvar e, sem ajuda exterior, tendem a esgotar as suas reservas de alimento, reduzindo conseqüentemente a sua taxa de reprodução. Este comportamento traduz-se, com o passar do tempo, numa diminuição do número de joaninhas a uma taxa directamente proporcional ao número delas, segundo a igualdade

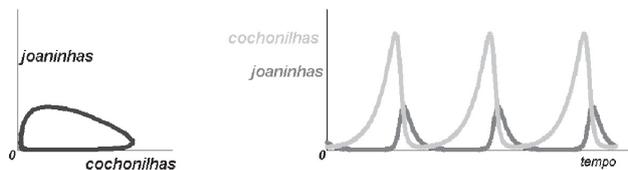
$\text{diminuição do número de joaninhas} = C \cdot \text{número de joaninhas}$
onde C é uma constante real positiva.



Associação Atrator: atrator@atrator.pt
<http://www.atrator.pt>

* Este trabalho foi realizado sob a orientação de Maria Pires de Carvalho, do Departamento de Matemática Pura da Universidade do Porto, no âmbito de uma Bolsa atribuída pela Fundação Calouste Gulbenkian para desenvolver um projecto de divulgação da Matemática no Atrator.

Mas a cadeia alimentar das joaninhas inclui as cochonilhas, por isso, as equações acima não são independentes. Os encontros entre estas duas espécies, tão mais prováveis quanto mais elementos houver de cada uma, beneficiam as joaninhas e prejudicam as cochonilhas. Esperamos, portanto, que o número de cochonilhas cresça quando há poucas joaninhas a ameaçá-las e que o número de joaninhas seja favorecido quando há muitas cochonilhas disponíveis como alimento. Daqui deverão resultar ciclos de variação periódicos ao longo do tempo.



No modelo que estamos a apresentar, idealizado por Lotka e Volterra, que admite, como todos, algumas simplificações, a contagem do número de encontros traduz-se, por razões probabilísticas, pelo produto do número de exemplares presentes de cada tipo de insecto. Se juntarmos todas estas informações sobre a evolução ao longo do tempo de cada espécie, obtemos as seguintes expressões para as suas variações:

$$\begin{aligned} \text{variação do nº de cochonilhas} = \\ = A \cdot \text{nº de cochonilhas} - B \cdot \text{nº de cochonilhas} \cdot \text{nº de joaninhas} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{variação do nº de joaninhas} = \\ = -C \cdot \text{nº de joaninhas} + D \cdot \text{nº de cochonilhas} \cdot \text{nº de joaninhas} \end{aligned}$$

onde B e D são constantes reais positivas. Analisemos em detalhe estas igualdades.

No que se segue, a letra t designa o tempo (variável real não negativa), $x(t)$ o número de presas (cochonilhas) e $y(t)$ o número de predadores (joaninhas) no instante t . Embora realisticamente x e y só admitam valores naturais, a sua grandeza permite-nos supor neste estudo que x e y são funções deriváveis com valores reais não negativos. As variações ao longo do tempo das funções x e y têm a sua

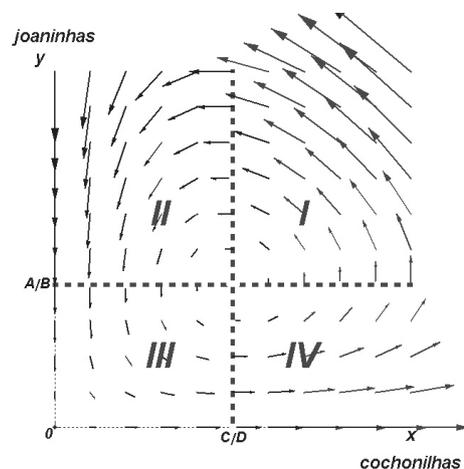
tradução analítica nas derivadas x' e y' e, portanto, as considerações que fizemos atrás formalizam-se no seguinte sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x' = Ax - Bxy \\ y' = -Cy + Dxy \end{cases}$$

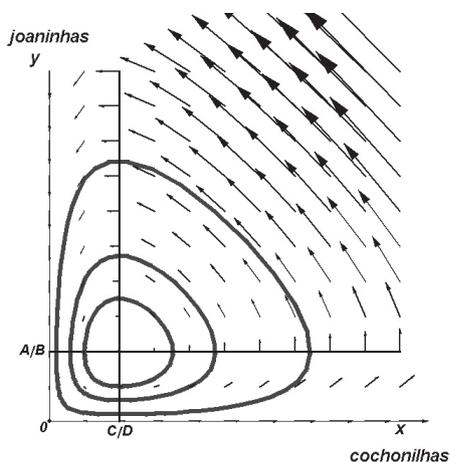
Pelo *Teorema de Existência e Unicidade* de soluções de equações diferenciais, para cada condição inicial $x(t_0)$, $y(t_0)$ existe uma curva $t \rightarrow (x(t), y(t))$ que verifica as duas equações do sistema. Contudo a demonstração deste teorema não é construtiva e, em particular, não sabemos determinar explicitamente esta curva-solução. Resta-nos, então, fazer uma análise qualitativa, com pistas que nos são sugeridas por integração numérica.

O sistema de equações diferenciais permite construir no plano um campo de vectores $V=(x',y')$ tal que, dado um ponto $Z=(x,y)$ do plano, o vector V é tangente neste ponto à curva-solução de condição inicial Z : V indica a direcção, o sentido e a intensidade de variação da curva-solução. Uma análise deste campo permite-nos identificar $(0,0)$ e $(C/D, A/B)$ como únicos pontos de equilíbrio e, restringindo o estudo ao primeiro quadrante, dividi-lo em quatro regiões onde as derivadas têm sinais diferentes.

Na região *IV* tanto os valores de x como os de y crescem estritamente com o tempo; na região *I*, os valores de x decrescem estritamente, enquanto que a função y cresce. Uma explicação biológica para esta variação é a



de que, com a abundância de cochonilhas e o reduzido número de joaninhas na região IV, estas têm condições óptimas para se reproduzir, atingindo valores tão elevados que, na região I, as cochonilhas exibem perdas consideráveis. Explicações análogas podem ser apresentadas para as restantes regiões.



Esta imagem do campo de vectores V sugere que as curvas-solução com condições iniciais próximas do ponto de equilíbrio $(C/D, A/B)$ se mantêm numa vizinhança deste ponto e circulam à volta dele. E podemos confirmar, para além disso, que são curvas fechadas. Isto indica-nos que as funções x e y são periódicas com o tempo, o que significa que as populações de joaninhas e cochonilhas recuperam as perdas e gerem equilibradamente as variações que resultam da sua relação na cadeia alimentar.

Agora que sabemos que as curvas-solução são periódicas (digamos de período T) podemos determinar os valores médios, durante um período, de x e de y pelas expressões (que se assemelham à da média aritmética de uma amostra finita)

$$\bar{x} = \frac{\int_0^T x(t) dt}{T} \quad \bar{y} = \frac{\int_0^T y(t) dt}{T}$$

Efectuando alguns cálculos - possíveis a partir do sistema de equações diferenciais apesar de não conhecermos explicitamente x e y como funções de t - obtemos $x=C/D$ e $y=A/B$.

O caso português

Portugal, com o crescente interesse pela horticultura e jardinagem no século XIX, foi também grande importador de flora australiana, incluindo as acácias cuja floração amarela abundante foi elogiada por poetas mas que hoje tanto afligem a floresta autóctone portuguesa. Não esteve por isso a salvo da vaga de espécies exóticas nocivas como a cochonilha. E o *Jornal Hortícola-Agrícola* de Dezembro de 1897 lança o primeiro alarme: «Os pequeninos seres, que os nossos olhos desarmados mal podem vêr, propagam-se tão numerosa e rapidamente que o vegetal não póde resistir aos seus continuos e formidaveis estragos. (...) A estes vem agora juntar-se mais um não menos de temer e que parece ter escolhido o nosso pobre Portugal como ponto de partida para a invasão na Europa, tendo já, no começo, feito prejuizos de valor no seu rapidissimo alastramento. Refiro-me à *Icerya purchasi* recentemente descoberta entre nós e que traz justamente alarmados os nossos agricultores (...). Entre nós foi assignalada a sua presença no sul, em começos de 1896, primeiramente nas *Acacia melanoxylon*, d'onde passou rápido para os pomares de laranjeiras e outras árvores de fructo, de uma larga área nos arredores de Lisboa.»

Sucedem-se comunicações sobre fórmulas mais ou menos saponáceas para a limpeza das árvores, mas o fracasso destas medidas paliativas exige preparativos mais enérgicos. «O tratamento que até agora parece ter dado melhor resultado é a emulsão de petroleo (...). Hoje, porém, a theoria moderna é destruir o parasita pelo parasita. Cada insecto tem, quer no reino animal, quer no reino vegetal, inimigos que encarniçadamente o destroem. Portanto, todo o estudo, todas as atenções em casos d'estes, devem tender à descoberta do inimigo a collocar frente a frente do ser que nos está causando largos estragos. (...) E é assim que nos Estados Unidos se verificou que as *Iceryas* são devoradas pela *Vedalia cardinalis*, insecto carnívoro que, no estado de larva, é um constante e infatigável devora-

dor das damninhas cochonilhas; (...) e, portanto, o que conviria, antes de mais nada, seria tratar de propagá-la, visto que já a temos entre nós, mandada vir da América do Norte.»

A boa notícia chega-nos pelo mesmo jornal em Agosto de 1899: «*Os leitores recordam-se de haveremos fallado, ha tempos, do ameaçador ataque da Icerya purchasi nos jardins e pomares dos suburbios de Lisboa, e lembram-se tambem de haveremos dito que haviam vindo da America algumas colonias de Vedalia cardinalis, espécie de Joaniinha, para combater aquelle parasita que levava diante de si não só as arvores fructiferas, mas tambem algumas das plantas de ornamento? Pois bem! Parece que as Vedalias desempenharam optimamente o seu papel e que as Iceryas estão a desaparecer.»*

O efeito dos insecticidas

Uma vez que, como vimos, a interacção presa-predador não elimina nenhuma destas espécies, mantendo-as pelo contrário em regimes periódicos de sobrevivência, os horticultores receberam com júbilo, em meados do século passado, a notícia do fabrico de um insecticida potente, o DDT (dichloro-diphenyl-trichloroetano) que, aplicado nas suas hortas, faria o milagre de exterminar todos os insectos. O DDT foi sintetizado em 1873 por Othmar Ziedler, mas as suas propriedades insecticidas só foram descobertas em 1939 pelo químico suíço Paul Hermann Müller, que foi por isso galardoado em 1948 com o Prémio Nobel da Medicina. Usado em contexto militar entre 1940 e 50, para combater mosquitos transmissores de doenças tropicais como a malária, febre amarela, tifo ou paludismo, o DDT permitiu erradicar, nos anos 50 do século passado, a malária da Europa e Estados Unidos. Nos países tropicais, a doença não só não desapareceu como ressurgiu com maior virulência pela resistência entretanto conferida ao mosquito pelo programa de desinfestação. O uso extensivo do

DDT, pesticida que destrói tanto presas como predadores, na horticultura data dos anos imediatamente posteriores à Segunda Guerra Mundial e teria sido evitado se o modelo de Lotka-Volterra fosse devidamente conhecido: o recurso intensivo a insecticidas para tratamento de árvores frutíferas favorece as presas que constituem neste caso a população que causa a praga. Vejamos porquê.

O ataque aos insectos faz naturalmente diminuir cada uma das espécies, tanto mais quanto maior for a sua intensidade P e o número de indivíduos de cada espécie. Assim, as variações x' e y' são, também, afectadas por uma parcela negativa, proporcional a Px e a Py , respectivamente:

$$\text{influência do insecticida nas cochonilhas} = -E P x$$

$$\text{influência do insecticida nas joaninhas} = -F P y$$

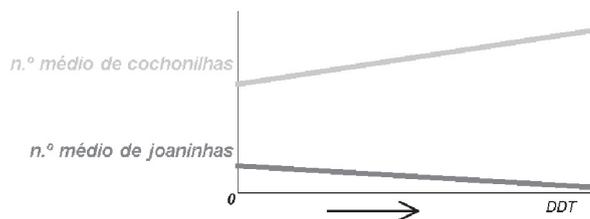
onde E e F são constantes reais positivas. O novo sistema de equações que regula a evolução do número de cochonilhas e de joaninhas é semelhante ao que estudámos anteriormente desde que $EP < A$, isto é, desde que a acção do insecticida seja moderada:

$$\begin{cases} x' = (A - EP)x - Bxy \\ y' = -(C + FP)y + Dxy \end{cases}$$

E portanto podemos afirmar que os valores médios para este novo sistema são

$$\bar{x} = \frac{C + FP}{D} \quad \bar{y} = \frac{A - EP}{B}$$

Eles traduzem o seguinte facto: aumentando P , que descreve o efeito do insecticida, o número médio de joaninhas diminui e o número médio de cochonilhas aumenta.



Com a resistência ao remédio entretanto adquirida por novas estirpes dos insectos, as doses de insecticida aplicadas nos anos 50 tiveram de aumentar consideravelmente,

começando a avolumar-se evidências de que o químico se teria alastrado em níveis preocupantes à cadeia alimentar das populações. Nos anos 60, a ambientalista Rachel Carson publica o livro *Silent Spring*, alegando que a toxicidade do DDT era demasiado elevada para a saúde pública e que causaria sérios revés na nidificação de muitos pássaros. O livro teve uma divulgação sem precedentes, havendo notícia do seu impacto em Portugal através da crónica de 1963, *Veneno*, do escritor João de Araújo Correia, onde se lê: «A escritora americana Raquel Carson publicou ultimamente um livro que é um grito de alarme contra um veneno que ameaça corromper a natureza inteira. Esse veneno, que se difunde no ambiente e se fixa nos tecidos vitais, é representado pelos insecticidas químicos modernos. Diz a senhora que os insectos, a poder de tempo, se adaptam a esses insecticidas e que o homem, entretanto, vai pateando. (...) A autora, que tem alma poética, imagina uma primavera em que não cantem aves, todas envenenadas pela ingestão de vermes envenenados. Primavera Silenciosa será a mais triste coisa que poderá sonhar poeta melancólico. Será, na marcha do tempo, um compasso de cemitério. (...) Ousamos pedir à benemérita Liga de Profilaxia que estude o problema, apure o que há de verdade e exagere no livro americano, para evitar que Portugal, ninho de rouxinóis, venha a conhecer Primavera Silenciosa.»

Como resultado desta campanha de aviso para os danos causados pelo DDT, este produto foi banido nos anos 70 como pesticida agrícola, sendo ainda hoje controverso o seu aspergimento regular em cidades densamente habitadas de países tropicais com índices elevados de doenças transmitidas por mosquitos.

Notícias recentes

A introdução de espécies exóticas, ainda que com o útil propósito de controlar de modo natural uma infestação,

tirando partido da relação que aqui se explicitou entre presas e predadores, evita o uso, que pode ser muito nefasto para o ambiente, de produtos químicos, mas pode ter também impacto relevante no ecossistema que se quer protegido. Disso dão conta alguns artigos da *Charles Darwin Foundation* nas Ilhas Galápagos, em <http://www.darwinfoundation.org>, que a cochonilha invadiu em 1982 e onde tem destruído ou colocado em vias de extinção muitas espécies nativas. Receios de que a introdução da joaninha nas Ilhas Galápagos poderia ameaçar a biodiversidade endémica destas ilhas, exigindo vigilância adicional na dispersão deste insecto, levou a uma análise detalhada dos riscos para a fauna e flora das ilhas; esta atestou em 2001 que a joaninha não se interessa por espécies das ilhas, não é tóxica para os pássaros que ali vivem nem compete pelos nichos de outros insectos; o relatório ao Parque Nacional das Galápagos recomendou por isso a sua utilização como o melhor meio para conter os efeitos da presença da cochonilha.

Bibliografia

O tema deste artigo inspira-se num comentário curto da referência [B], ali inserido a propósito do problema da diminuição de certo pescado durante a 1ª Grande Guerra e do estudo e conclusões, nesse contexto, do biólogo Umberto D'Ancona e do matemático Vito Volterra.

Os detalhes matemáticos aqui omitidos podem ser consultados na página <http://www.atractor.pt/mat/peixes> que expõe este assunto de modo interactivo.

[B] Braun, *Differential Equations and their Applications* (1983)

[C] João de Araújo Correia, *Pátria Pequena* (1977)

[J] *Jornal Hortícola-Agrícola* (1897-1899)