



## PAR-DE-TŪṢĪ: ENTRE A ASTRONOMIA ÁRABE E A COPERNICIANA

Neste artigo comparamos brevemente o par-de-Tūṣī de Copérnico e o de Naṣīr al-Dīn al-Tūṣī, apresentando ao leitor elementos de uma controvérsia historiográfica que tem ganhado grandes dimensões nas últimas décadas.

Existe uma polémica em torno das teorias astronómicas de Nicolau Copérnico. Publicadas em 1543, propunham uma alternativa à astronomia ptolemaica, que pretendia descrever os movimentos celestes de uma forma não só matematicamente precisa, mas também coerente com os princípios de filosofia natural. Dito de outra forma, estas teorias pretendiam descrições matemáticas que obedecessem às várias restrições aristotélicas, e em especial à de que nos céus só poderiam existir movimentos circulares uniformes. *De revolutionibus orbium coelestium* marcou, principalmente por esse motivo, uma nova forma de fazer astronomia sem precedentes numa Europa renascentista do século XVI. Na tradição árabe medieval, no entanto, foi encontrada uma forma de astronomia cujas teorias se assemelhavam bastante às de Copérnico. Desde essa descoberta – há pouco mais de 60 anos – tem-se desenrolado uma polémica em torno das teorias copernicanas: Terá o astrónomo polaco tido acesso a fontes astronómicas árabes antes de publicar o seu trabalho?

A equivalência com a tradição árabe não está, contudo, igualmente presente em todo o trabalho de Copérnico.

Pelo contrário, ela é evidente sobretudo nas teorias e nos modelos que descrevem os movimentos dos planetas e da Lua. Esses modelos, por sua vez, são compostos por um conjunto de círculos, ou pequenos mecanismos, que possuem determinados movimentos e se encaixam de determinada forma. O par-de-Tūṣī é um desses pequenos mecanismos e é em torno dele que se tem desenrolado uma parte da polémica mencionada em cima. Introduzido para garantir um movimento retilíneo a partir de dois circulares uniformes, Copérnico descreveu-o e aplicou-o nos seus próprios modelos de uma forma bastante semelhante à do astrónomo Naṣīr al-Dīn al-Tūṣī. Desde que esse facto foi apontado, o mecanismo tem sido comparado e analisado sistematicamente para argumentar quer a favor quer contra a hipótese de Copérnico ter tido acesso a fontes astronómicas árabes. Nesse sentido, e com o objetivo de apresentar ao leitor uma parte da polémica historiográfica, o que se propõe com este artigo é uma pequena descrição dessa comparação do par-de-Tūṣī em Copérnico e Naṣīr al-Dīn al-Tūṣī, tal como ela tem sido apresentada por alguns historiadores.

### O QUE É O PAR-DE-TŪṢĪ?

O par-de-Tūṣī é um mecanismo de dois círculos cujo objetivo é produzir um movimento retilíneo, a partir de dois circulares uniformes. Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī introduziu-o em vários dos seus trabalhos ao longo do século XIII porque, consoante o contexto em que o utilizava, o mecanismo ganhava formas ou configurações que variavam entre si.

A versão mais conhecida do Par-de-Tūṣī – à qual Jamil Ragep chamou de versão retilínea matemática – foi introduzida em 1261 no *al-Tadhkirah fī ‘ilm al-hay’ah* (Memorando sobre astronomia) a propósito do movimento longitudinal da Lua. Trata-se de um mecanismo bidimensional (figura 1) que consiste em dois círculos, um pequeno e um grande, em que o raio do círculo grande é igual ao dobro do raio do círculo pequeno. O círculo pequeno, por sua vez, encontra-se dentro do grande e é-lhe sempre tangente no ponto G. Os dois círculos apresentam ainda movimentos circulares uniformes em sentidos opostos e com velocidades distintas: o grande move-se em sentido direto com metade da velocidade do pequeno, o pequeno move-se em sentido retrógrado com o dobro da velocidade do grande. Destes dois movimentos, resulta um ponto (H) no círculo pequeno que se move em linha reta ao longo do diâmetro AB.

A segunda versão que é relevante mencionar neste artigo é a que Jamil Ragep chamou de “versão de dois círculos iguais”. Esta forma do par-de-Tūṣī, introduzida em 1247 no *Tahṣīr al-Majisṭī* (Recensão do Almagesto), a propósito dos movimentos latitudinais dos planetas (a norte e a sul da eclíptica), é bastante próxima à descrita em cima. A única diferença entre as duas é o facto de,

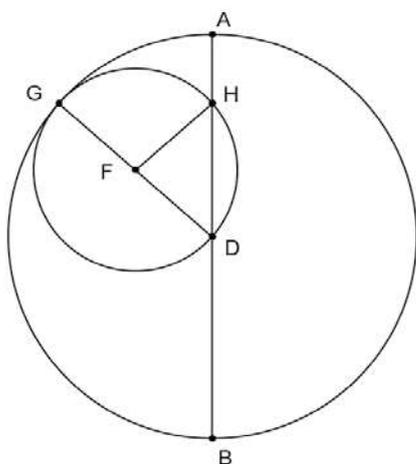


Figura 1. Versão “Retilínea Matemática” do par-de-Tūṣī.

agora, os dois círculos terem diâmetros iguais. De resto, ambos continuam a descrever movimentos circulares uniformes em sentidos opostos e com velocidades diferentes: HLK (figura 2) move-se em torno do centro E, em sentido direto e com metade da velocidade do círculo ZE; e ZE move-se em torno de H, em sentido retrógrado e com o dobro da velocidade de HLK. Do conjunto destes dois movimentos, resulta um ponto (Z) no círculo ZE que se move continuamente sobre a semirreta GD.

Considere-se agora uma terceira versão do par-de-Tūṣī. Copérnico não introduziu, como al-Ṭūsī, várias formas e configurações do mesmo mecanismo. Em vez disso, apresentou uma única versão com três círculos (figura 3), que depois aplicou e adaptou em teorias e modelos específicos. Veja-se como.

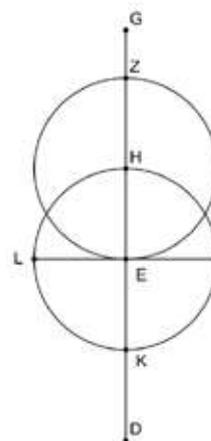


Figura 2. Versão de dois círculos iguais do par-de-Tūṣī.

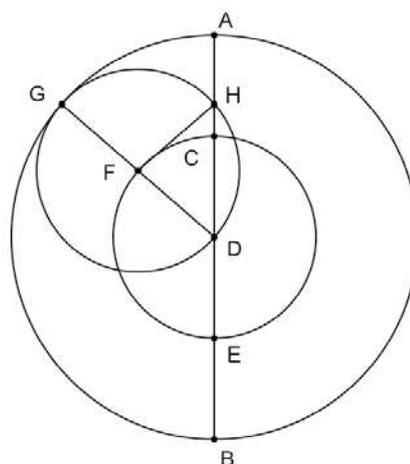


Figura 3. Versão copernicana do par-de-Tūṣī.

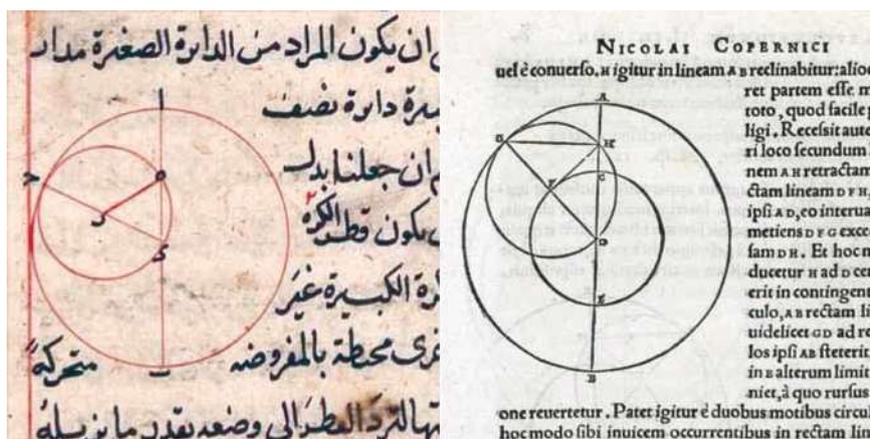


Figura 4. O par-de-Tūṣī no *al-Tadhkirah* de al-Tūṣī (esquerda) e no *De revolutionibus* de Copérnico.

Analisando, por um lado, a demonstração do mecanismo no capítulo IV do livro III – que Copérnico depois aplica nas teorias da trepidação, precessão e dos movimentos em latitude – encontra-se um par-de-Tūṣī equivalente à “versão de dois círculos iguais”: EFC move-se em torno do centro D, em sentido direto e com metade da velocidade do círculo GDH, e o círculo GDH, por sua vez, em torno do centro F, em sentido retrógrado e com o dobro da velocidade do círculo EFC. Verifica-se então – como Barker e Heidarzadeh verificaram – que o círculo exterior é completamente supérfluo, limitando-se a segurar o diâmetro pelo qual o ponto H se irá mover.

Por outro lado, analisando o mesmo mecanismo representado no livro III – mas tendo em conta a forma como foi aplicado na teoria para o movimento longitudinal de Mercúrio –, a versão que se encontra é outra. Nesse caso, o círculo interior EFC desaparece e o mecanismo torna-se equivalente à versão retilínea matemática do par-de-Tūṣī. Esta também é formada por dois círculos, um pequeno e um grande, em que o primeiro – com um raio igual à metade do diâmetro do segundo – se encontra dentro do círculo grande de forma a ser-lhe sempre tangente no ponto G. Também aqui, os círculos apresentam movimentos circulares uniformes em sentidos opostos: o círculo pequeno move-se em sentido retrógrado com o dobro da velocidade do círculo grande, o círculo grande move-se em sentido direto com metade da velocidade do círculo pequeno.

Até agora, as três versões do par-de-Tūṣī foram apresentadas consoante as próprias configurações e as direções dos seus movimentos. Apesar de semelhantes – e

repare-se que as direções correspondem em todos os casos –, é evidente que o mecanismo de Copérnico não é igual a nenhum dos de al-Tūṣī. Ainda assim, se se aceitar a hipótese de Barker e Heidarzadeh, de que a versão copernicana é uma intermédia entre as duas de al-Tūṣī – uma versão que os leitores pudessem adaptar consoante os contextos em que ela fosse usada – então, mantém-se a possibilidade de Copérnico ter sido influenciado pelo trabalho do seu antecedente.

Avançando a comparação dos mecanismos um pouco mais e olhando para as próprias fontes, chega-se a mais uma correspondência entre as versões de al-Tūṣī e Copérnico. Ao olhar para os diagramas representados nos textos dos dois autores, Willy Hartner e George Saliba verificaram que a maioria das letras latinas utilizadas por Copérnico correspondia foneticamente às letras árabes usadas por al-Tūṣī no *al-Tadhkirah*. Onde al-Tūṣī colocou um alif (ا), Copérnico colocou um “A”, cujo som é idêntico, e o mesmo acontece com as letras ه, ج, د, ب, cujos sons correspondem aos das letras H, G, B e D respetivamente. A única letra no diagrama de al-Tūṣī sem uma equivalente no diagrama de Copérnico é ز, zaay, no lugar da qual Copérnico colocou um F, cuja equivalente árabe é ‘faa’, ف. Argumentando que estas duas últimas letras são facilmente confundíveis, a correspondência entre os dois diagramas tem levado vários historiadores a considerar que Copérnico pode ter copiado o mecanismo de al-Tūṣī – uma hipótese que está longe de ser consensual. Muitos outros historiadores têm defendido a possibilidade de se tratar de uma coincidência, especialmente porque – como Blåsjö apontou –, se se atender a todo o diagrama de Co-

pérnico, o astrónomo pode ter-se limitado a usar as letras do alfabeto latino A, B, C, D, E, F, G e H.

Em modo de conclusão, vale a pena realçarem-se dois pontos: a ausência de provas concretas e a dimensão de toda a polémica. O primeiro ponto refere-se ao facto de nenhum dos argumentos descritos em cima constituir em si mesmo uma evidência de que Copérnico terá, ou não, tido acesso a fontes árabes. Se é verdade que os mecanismos são semelhantes, é também verdade que não são idênticos; e, assim como alguns têm levantado a hipótese de transmissão de conhecimento, outros têm defendido a possibilidade de estes serem mecanismos equivalentes, mas independentes. O segundo ponto que é importante de se realçar – e com o qual termina este artigo – é o facto de o par-de-Tūsī ser apenas um dos elementos que têm entrado na polémica em torno de Copérnico e da tradição astronómica árabe. Existem vários outros elementos – não só ao nível técnico das próprias teorias, mas também ao nível histórico-filosófico dos cenários em questão –, que devem ser considerados antes de se aceitar ou descartar uma ideia. Ainda assim, o que se pretendeu mostrar com este artigo foi como é que um pequeno teorema matemático pode carregar consigo uma discussão historiográfica tão grande.

#### BIBLIOGRAFIA

[1] Barker, P. and Heidarzadeh, T. (2016). *Copernicus, the Tusi couple and East-West exchange in the fifteenth century*. In: M. Granada, P. Boner and D. Tessicini, ed., *Unifying Heaven and Earth*. Essays in the History of Early Modern Cosmology.

Barcelona: Universitat de Barcelona Edicions, pp.19-58.

[2] Blåsjö, V. (2014). “A critique of the arguments for Maragha influence on Copernicus”, *Journal for the History of Astronomy*, 45(2), pp. 183–195.

[3] Ragep, J. (2017). “From Tūn to Toruń: The twists and turns of the Tūsī-Couple”. In: J. Ragep ed., *Before Copernicus*. Montreal & Kingston. London.Chicago: McGill-Queen’s University Press, pp.161-197.

[4] Saliba, G. (2008). “Embedding scientific ideas as a mode of science transmission”. In: E. Calvo, M. Comes, R. Puig and M. Rius, ed., *A Shared Legacy: Islamic Science East and West*. Barcelona: Universitat de Barcelona, pp.193-213.

**Inês Bénard** é mestre em História e Filosofia das Ciências e atualmente membro do projeto ERC “RUTTER: Making the Earth Global: Early Modern Nautical Rutters and the Construction of a Global Concept of the Earth” na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

**Coordenação do espaço HISTÓRIAS DA MATEMÁTICA:**  
**Pedro Freitas**, Universidade de Lisboa, [pfreitas@fc.ul.pt](mailto:pfreitas@fc.ul.pt)



LOJA  
spm

Consulte o catálogo e faça a sua encomenda online em [www.spm.pt](http://www.spm.pt)