



ASTRONOMIA E MATEMÁTICA NOS NOVOS MUNDOS PARA O MUNDO

JOÃO MANUEL DE MORAIS BARROS FERNANDES

UNIVERSIDADE DE COIMBRA, CITEUC, DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

jmfern@mat.uc.pt

A ligação entre a Astronomia e a Matemática perde-se no tempo. Durante longos séculos, os astrónomos foram matemáticos com a celeste missão de "salvar as aparências". E de que aparências estamos a falar? Não mais do que reproduzir as observadas posições planetárias através de cálculos que confirmavam a (aparente) certeza de bem compreender sobre o que anda lá por cima. Com o passar dos séculos, o olhar foi repousando para lá do Sistema Solar, e a Astronomia manteve sempre a Matemática ao seu lado no perscrutar da imensidão do espaço sideral. Neste texto, invocaremos esta ligação secular detendo-nos, particularmente, sobre um exemplo recente desta parceria: a descoberta do primeiro planeta orbitando uma estrela que não o Sol, que foi "laureada" com o Prémio Nobel da Física de 2019.

1. INTRODUÇÃO

A Astronomia é uma área do saber profundamente interdisciplinar tendo, em especial, na Física e na Matemática as suas companheiras de caminhada na nobre missão de aprofundar o conhecimento do Universo. As pontes com a Física são permanentes, em particular desde do séc. XIX com o advento da Astrofísica. Por outro lado, a Astronomia e a Matemática têm mantido uma relação secular de frutuosa parceria, decisiva para o que hoje sabemos do Universo. É dessa relação que vamos falar neste texto. Parece quase um exercício sem sentido tentar expor exemplos que provem esta parceria, tal é a umbilical relação. O que seria da Astronomia sem a linguagem e o raciocínio matemáticos que lhe permitem teorizar, medir e prever os fenómenos celestes? Não há descoberta recente, ou passada, do Universo em que não se encontre a contribuição da Matemática. Em todo o caso, há exemplos in-

contornáveis em que esta parceria é mais evidente e que são muitas vezes usados para ilustrar tal relação. Pelos finais do séc. III a.C., Eratóstenes, observando a altura do Sol e usando semelhança de triângulos, fez a primeira estimativa do raio da Terra; as leis estabelecidas por Johannes Kepler, em 1609 e em 1619, são relações empíricas simples que permitem pôr em evidência propriedades fundamentais do movimento dos planetas; em meados do século XIX, Urbain Jean Joseph Le Verrier, a partir das perturbações observadas na órbita de Urano, estimou a posição onde deveria estar o corpo perturbador (usando um método de inversão, diríamos hoje), e em 1846 Johann Gottfried Galle, apontando o telescópio para o local previsto, descobriu o oitavo planeta do Sistema Solar, Neptuno. As teorias da gravitação, tanto a "construída" por Isaac Newton (nos finais do séc. XVII) como a sua generalização por Albert Einstein, já no séc. XX, têm incontáveis contribuições da geometria das variedades, do cálculo tensorial e da topologia.

Mas os exemplos da parceria "astromatemática" não ficam só no passado e continuam até aos dias de hoje. Tomemos como referência, por exemplo, as descobertas do Universo cujos investigadores venceram o Prémio Nobel da Física. Entre outros, podemos referir que, em 1967, Hans Albrecht Bethe foi distinguido pela sua contribuição para o estudo da produção de energia nas estrelas; em 1978, Arno Allan Penzias e Robert Woodrow Wilson foram premiados pela descoberta da radiação cósmica de fundo, cerca de uma década antes; já em 2017, Rainer Weiss, Barry Barish e Kip Thorne venceram o prémio pela primeira observação das ondas gravitacionais (algo há muito previsto pela Teoria da Relatividade Geral), que terão resultado de um evento cataclísmico como a colisão de dois buracos negros. Em todos estes casos encontraremos, sem dificuldade, as contribuições da Matemática. Mas não nos é fácil imaginar um tão bom o exemplo ilustrativo como o da descoberta do primeiro planeta extrassolar - um planeta que orbita uma estrela que não o Sol, razão de um dos prémios do ano passado. A 8 de outubro de 2019, a Academia Real das Ciências da Suécia anunciou o Prémio Nobel da Física justificando a escolha *for contributions to our understanding of the evolution of the universe and Earth's place in the cosmos*. Os laureados foram três: James Peebles, da Universidade de Princeton, e Michel Mayor e Didier Queloz, ambos da Universidade de Genebra. A Academia evidenciou os trabalhos de cosmologia teórica do professor norte-americano e a descoberta do primeiro planeta extrassolar, em torno de uma estrela

parecida com o Sol, pelos astrónomos suíços. Na nota de imprensa, divulgada nesse dia, a Academia sustenta que os trabalhos dos três investigadores mudaram, para sempre, a nossa conceção do mundo. Sem que isso seja uma qualquer desconsideração sobre o seminal trabalho de James Peebles, neste texto vamos deter-nos sobre os planetas extrassolares e como a sua descoberta nos conduz a uma moderna ilustração da parceria entre a Astronomia e a Matemática.

2. EM BUSCA DE OUTROS MUNDOS

2.1. A teoria: do Efeito Doppler à Mecânica Celeste

A descoberta do primeiro planeta extrassolar que a academia sueca refere remonta a 1995 e a história é contada por Mayor e Queloz numa publicação na prestigiada revista *Nature*¹. Neste artigo, de apenas cinco páginas, os autores apresentam o seu mais importante resultado decorrente de uma década de paciente observação de mais de uma centena de estrelas: um planeta a orbitar uma estrela que não o Sol. A estrela em causa chama-se 51 Pegasi e situa-se na constelação de Pegasus (daí o seu nome), estando a cerca de 50 anos-luz² da Terra, algo que à escala cósmica deve ser considerado nas "nossas" vizinhanças. O que tornou 51 Pegasi particularmente interessante é o facto de ser uma estrela com características globais (tais como a massa, o diâmetro e a temperatura de superfície) muito parecidas com as do Sol.

Há séculos que a Humanidade esperava esta confirmação. E a certeza de que ela viria reside num raciocínio quase pueril: se a nossa galáxia – a Via Láctea – tem 100 mil milhões de estrelas, não seria expectável que só o Sol fosse contemplado com essas riquezas chamadas "planeta". Tal como defendeu o malogrado Giordano Bruno (1548-1600), o Universo deveria ter incontáveis mundos como o nosso. Mas as surpresas desta descoberta não se ficaram pelo simples anúncio (já de si muito, diga-se). O próprio planeta, que levou o nome de 51 Pegasi-b, parecido com Júpiter – e por isso, gasoso – trazia consigo mais perguntas do que respostas (tal como veremos neste texto).

Vamos agora tentar perceber como foi possível esta deteção planetária e o método usado. A ideia óbvia seria procurar um pequeno ponto brilhante – o planeta – em torno da estrela. Ocorre que a luminosidade de um planeta como Júpiter é cerca de mil milhões de vezes inferior à luminosidade de uma estrela como o Sol, na zona visível do espectro eletromagnético³. Ou seja, algo indetectável, para planetas fora do Sistema Solar, nos idos de 1995.

Na impossibilidade de observar diretamente o planeta, Mayor e Queloz olharam para a estrela, procurando nesta manifestações da presença de tal planeta. Que manifestações? Por exemplo, se a estrela apresenta algum tipo de movimento periódico. Este movimento pode ser procurado, olhando para a velocidade radial da estrela, V_r , ou seja, a componente da velocidade segundo a direção de observação Terra-Estrela. Esta velocidade é determinada por observação através do Efeito de Doppler para radiação eletromagnética que relaciona V_r de uma fonte em movimento, em relação ao observador, com a diferença entre o comprimento de onda observado (de uma dada riscas no espectro da estrela), λ_o , e o correspondente valor medido em laboratório, λ , tal que,

$$\frac{\lambda_o - \lambda}{\lambda} = \frac{V_r}{c}$$

onde c é a velocidade da radiação eletromagnética ($c \simeq 300\,000$ km/s). Sabemos que a fonte em movimento se afasta do observador se $V_r > 0$ e aproxima-se no caso contrário. Na prática, nesta técnica de espectroscopia, são usadas várias riscas, o que permite estimar V_r com maior precisão. A contínua observação do espectro da estrela, durante um período de tempo, permite detetar se há variação periódica de V_r , algo que poderá ser uma indicação da presença de um objeto companheiro. Para melhor compreender a referida variação periódica, vamos valer-nos da Mecânica Celeste, que assenta na Teoria da Gravitação Universal de Newton.

Abaixo, resumimos o denominado problema dos dois corpos, que permite descrever os movimentos de corpos de massa m e M , ambos em órbita em torno de centro de massa comum, CM, que ocupa um foco de ambas as elipses (figura 1). As dimensões das respetivas órbitas, estrela e planeta, estão relacionadas por:

$$a_E = (a_E + a_P) \times \frac{m}{M + m}$$

onde a_P e a_E são os semieixos maiores das órbitas do planeta e da estrela, respetivamente.

Como $M \gg m$, a elipse da órbita da estrela é claramente interior à órbita do planeta. Reside, talvez, aqui o sentido da expressão (que também usaremos neste texto) "o planeta em movimento em torno da estrela".

Em abono da verdade, num sistema de referência centrado em CM, ambos têm um movimento de translação, descrevendo o planeta uma órbita de maior dimensão. Ou seja, se a estrela tem, ela própria, um movimento de translação (que tem como consequência a variação periódica da sua V_r), é porque tem algo, que tal como ela, roda

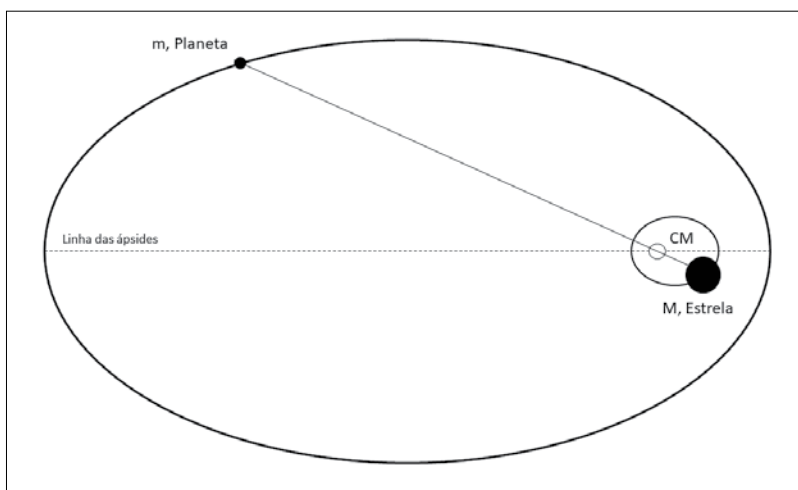


Figura 1. Os dois corpos: órbitas de uma estrela e de um planeta, em torno do centro de massa comum, CM. A figura está construída para destacar o caso particular que aqui queremos tratar (M diz respeito à estrela e m diz respeito ao planeta), embora possa ser generalizada para qualquer sistema binário em que os astros são "reduzidos" a pontos materiais. Adaptado de "ExoFit" (ver referência abaixo).

em torno de CM.

A Mecânica Celeste permite chegar a uma expressão para a velocidade radial (em função do tempo, t), e para cada um dos objetos, a saber

$$V_r(t)_k = V_0 + K_k \times [\cos(v(t)_k + \omega_k) + e_k \cos \omega_k]$$

$$K_k = \frac{[M \text{ ou } m] \times \sin i_k}{(M+m)^{1/2}} \times \frac{G^{1/2}}{(a_E + a_P)^{1/2} \sqrt{1-e_k^2}}$$

em que o índice k pode tomar as letras P (planeta) ou E (estrela), V_0 é a velocidade do CM em relação ao observador (e por isso, comum a ambos), K_k é a amplitude da velocidade radial do astro, G é a constante de Gravitação Universal e $v(t)_k$ é a anomalia verdadeira, que se define como o ângulo (no sentido anti-horário), no instante t , entre a direção CM-astro e o eixo de simetria principal das elipses (denominado "linha das ápsides", igualmente comum aos dois astros). As restantes letras, além da já abordada a_k , representam elementos que definem órbita do astro (ver figura 2). Por razões de simplificação da figura, representa-se apenas um dos corpos, a saber,

► e – excentricidade da órbita = $\sqrt{(a^2 - b^2)/a^2}$, em que b é o semieixo menor da órbita. Tratando-se de uma elipse, temos $e < 1$;

► i – inclinação. Ângulo entre o plano orbital e o plano de referência, a saber o plano perpendicular à direção de observação, $i \in [0, 180]$;

► ω – argumento do periastro. Ângulo entre a reta de interseção dos planos orbital e de referência - linha dos nodos – e a linha das ápsides, $\omega \in [0, 360]$. O periastro é o ponto da órbita em que o astro está mais próximo de CM.

A demonstração de $V_r(t)_k$ está fora do âmbito de um texto com um número reduzido de páginas como este¹. Em todo o caso, podemos resumir dizendo que se determinam as equações do movimento do astro e se escreve o vetor velocidade correspondente em função dos elementos orbitais projetando-se, posteriormente, o referido vetor segundo a direção de observação (envolvendo para isso a inclinação i).

Tal como foi referido, não é possível aceder aos valores da velocidade radial do planeta. Desta forma, no processo de deteção de planetas extrassolares é resolvido um problema inverso, ou seja, conhecendo V_r da

¹ "A Jupiter-mass companion to a solar-type star", 1995, M. Mayor e D. Queloz, *Nature* 378, p.355.

² Um ano-luz corresponde à distância percorrida pela luz durante um ano, ou seja 9.46×10^{12} km.

³ Na zona do infravermelho, a diferença é "apenas" de 100 000 vezes, algo que veio a ser muito importante na recente observação direta de planetas extrassolares.

⁴ Para mais informações, consultar por exemplo *Détecton des exoplanètes par mesures de vitesses radiales*, 2005, François Bouchy, Ecole CNRS de Goutelas XXVIII, Edité par J.L. Halbwachs, D. Egret et J.M. Hameury, p. 27, bem como as referências.

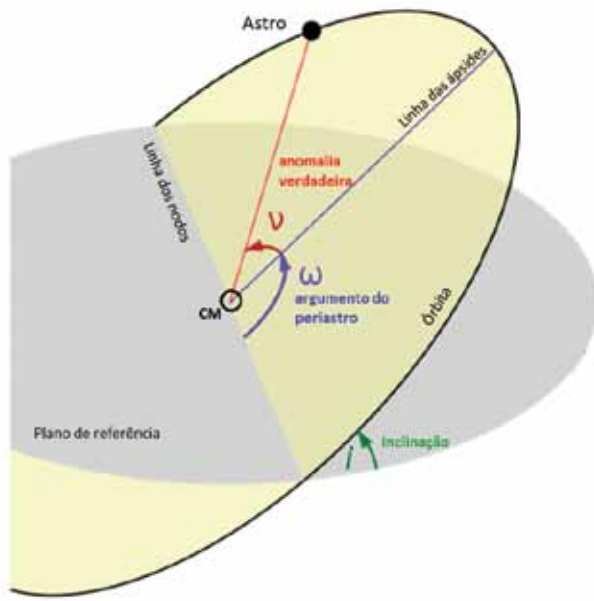


Figura 2. Órbita de um astro em torno do centro de massa. Adaptado de Wikipedia (https://en.wikipedia.org/wiki/Orbital_elements).

estrela por observação e num certo intervalo de tempo, a equação $V_r(t)_E$ é ajustada ao conjunto das observações, permitindo assim estimar elementos orbitais do movimento da estrela e do planeta em torno do CM. Temos, assim, um problema clássico de otimização matemática que visa conhecer V_0, K, a, e e ω . Importa ainda saber o valor de t num instante inicial – necessário para o cálculo de $v(t)$ – que se arbitra ser o tempo de passagem no periastro, designado por τ . Assim, o tempo de passagem no apoastro (por analogia, ponto da órbita em que o astro está mais afastado de CM) é igual a $\tau + \frac{P}{2}$, onde P é o respetivo período orbital.

Podemos intuir que há uma relação de dependência entre os elementos orbitais da estrela e do planeta. Em cima já mostramos a relação entre os respetivos semieixos maiores. Note-se que P é o mesmo para ambos os astros. Por outro lado, o binómio $\{a_p, a_E\}$ e P não são independentes, estando relacionados pela bem conhecida 3.ª Lei de Kepler,

$$\frac{P^2}{(a_E + a_p)^3} = \frac{4\pi^2}{G(M + m)}.$$

A título de exemplo, refira-se que, no Sistema Solar, Júpiter tem uma órbita, em torno de CM, de semieixo maior de

5.2 U.A e com um período de cerca de 12 anos. Em contrapartida, neste mesmo período de tempo, o Sol faz uma órbita em torno do mesmo CM de semieixo maior 0.005 U.A. (aproximadamente o valor do raio do Sol ou um pouco menos do que duas vezes a distância Terra-Lua). Por outro lado, é expectável que a inclinação seja a mesma para as duas órbitas ($i_p = i_E$) pois há um único plano orbital, que é o mesmo da órbita do planeta em torno da estrela, se considerarmos um sistema de referência centrado nesta. É menos óbvio, mas pode demonstrar-se, que as excentricidades das órbitas sejam iguais ($e_p = e_E$). De facto, pela relação dos semieixos maiores (em cima), mostra-se que $a_p \propto a_E$. Ou seja, a órbita do planeta é (em primeira aproximação) uma expansão homogênea da órbita da estrela, preservando assim o valor da excentricidade. Por outro lado, a estrela atinge o seu periastro no mesmo instante em que o planeta passa no seu periastro (e vice-versa), ou seja, $\tau_p = \tau_E$. Daqui resulta também a relação entre os respetivos argumentos do periastro, que se encontram desfasados de "meia-órbita", ou seja, $|\omega_p - \omega_E| = 180^\circ$.

O que acabámos de referir resume os fundamentos teóricos do movimento dos dois corpos que consideramos mais relevantes para o objetivo deste texto. Destacamos em especial a velocidade radial, pois é exatamente essa quantidade que é medida pelas observações e faz, deste modo, a ligação da teoria com as observações.

É de salientar que o problema dos dois corpos não é exclusivo de um sistema estrela-planeta. Poderia ser planeta-planeta/satélite ou mesmo estrela-estrela, como é o caso dos sistemas binários estelares. Porém, no caso de um sistema binário de estrelas, a amplitude K , de ambas as estrelas, atinge valores da ordem de dezenas de km/s. No caso de um sistema estrela-planeta, este valor é da ordem dos poucos m/s para a estrela. Por exemplo, no Sistema Solar, o Sol na sua órbita em torno de CM tem uma velocidade da ordem de 12 m/s. Estes reduzidos valores justificam por que razão a descoberta do primeiro planeta extrassolar aconteceu só no final do séc. XX: foi necessário tempo para que os espectrógrafos fossem suficientemente sensíveis para uma medição de valores tão pequenos. Podemos, por abuso de linguagem, considerar que o valor da V_r da estrela é uma espécie de "perturbação" provocada pelo planeta. Voltando ao Sistema Solar, o movimento do Sol em torno do CM é condicionado, principalmente, por Júpiter. A Terra, por exemplo, contribui com um valor na ordem de 10 cm/s para a velocidade do Sol em torno de CM. A busca de planetas extrassolares tem, assim, uma analogia com a, já referida, descoberta

de Neptuno, que também envolveu o estudo das perturbações deste na órbita de Urano.

2.2 A descoberta de 1995 e as seguintes...

Retomamos, agora, o trabalho de Mayor e Queloz. Após uma monitorização, ao longo de dez anos, da V_r de 142 estrelas com características parecidas com o Sol, em busca da variabilidade periódica da velocidade, a equipa concentrou a atenção sobre o pequeno grupo de estrelas que mostrou tais variações, do qual fazia parte 51 Pegasi. Assim, foram refeitas observações para esta estrela, entre abril de 1994 e dezembro de 1995⁵. A figura 3 mostra o conjunto das observações da velocidade radial da estrela, no referido período, e organizadas em função da fração do período orbital, neste caso 4.2293 dias: o intervalo para a fase ϕ de $[0, 1] = [0, 4.2293]$ dias⁶. Nestas observações é retirada a componente de V_r relativa à velocidade de translação da Terra em torno do Sol. A linha a cheio, que acompanha os pontos, é o melhor ajuste, no sentido dos mínimos quadrados, da equação da V_{rEr} ao conjunto de todas as observações. Note-se que, tal como dissemos, temos seis incógnitas (V_0, K, a, e, ω e τ) e um número maior de observações, no caso algumas dezenas. Assim, foi possível à equipa estimar outros elementos da órbita da estrela 51 Pegasi e, portanto, igualmente do seu planeta. No caso, foram estimados os valores para o semieixo maior do planeta e para a sua massa

$$a_p \times \text{sen } i \approx 3400000 (\pm 200000) \text{ km}$$

$$m \times \text{sen } i = 0.47 (\pm 0.02) M_J,$$

onde M_J é a massa de Júpiter.

Este processo de detecção de planetas extrassolares ficou conhecido como o "método das velocidades radiais". De referir que o método não permite estimar $\text{sen } i$. Em todo o caso, estes valores foram suficientes para espantar a comunidade científica já de si boquiaberta com a descoberta do primeiro planeta: como é possível conceber que um planeta gasoso orbite a sua estrela a uma distância desta mais pequena do que Mercúrio se encontra do Sol (com um período orbital de pouco mais de quatro dias)? E como compatibilizar estes resultados com os modelos da formação do Sistema Solar? Estava assim colocado em causa o velho paradigma que defendia que os sistemas planetários seriam como o nosso: os planetas gasosos deveriam estar longe da estrela e os telúricos no interior. Logo no primeiro caso extra Sistema Solar, as teorias sobre o assunto arriscavam cair como castelos de cartas. E a

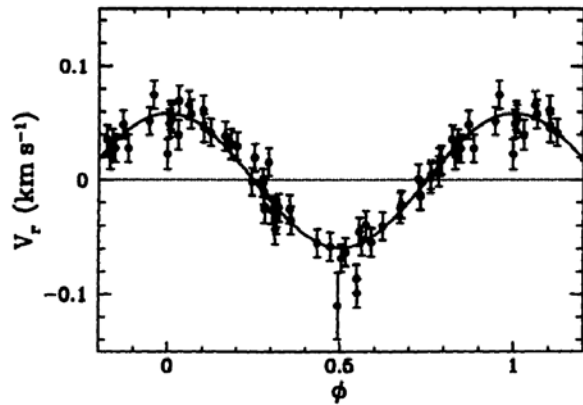


Figura 3. Velocidade radial de 51 Pegasi: observações e curva teórica. Reprodução autorizada da figura 5 de Mayor e Queloz (1996).

ciência só fica a ganhar com isso, pois houve que repensar muito do que se conhecia!

Evidentemente, a grandes resultados exigem-se grandes provas. A este propósito, gostaríamos de introduzir uma nota pessoal. Tal como é referido, a publicação do artigo da revista *Nature*, em novembro de 1995, de Mayor e Queloz, marca o anúncio da descoberta ao mundo. Porém, o anúncio à comunidade científica aconteceu um mês antes em Florença durante o congresso internacional *Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun: Ninth Cambridge Workshop*. A participar nesse congresso, estávamos na sala quando Michel Mayor, numa comunicação de poucas dezenas de minutos, apresentou a descoberta e a metodologia seguida. A lembrança dessa comunicação está ainda bem presente. No final da intervenção, a sala dividiu-se em dois: de um lado, os que reagiram com genuína alegria (no qual, confesso, nos incluímos) e, do outro, um entusiasmo contido e algo cético. Umas e outras (reações) são perfeitamente expectáveis e até desejáveis: não se pode ficar indiferente a tamanha descoberta, mas há que guardar a frieza para confirmar se a descoberta o

⁵ No artigo da *Nature* os autores apenas usaram observações entre setembro de 1994 e setembro de 1995.

⁶ "A search for substellar companions to solar-type stars via precise Doppler measurements: a first Jupiter mass companion detected", 1996, M. Mayor e D. Queloz, em *Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun 9*, *Astronomical Society of the Pacific Conference Series* 109, p.35.

⁷ Para quem desejar aprofundar a temática de como o Sistema Solar se "posiciona" perante a família de novos sistemas planetários, recomenda-se a recente revisão "Solar System Physics for Exoplanet Research", Horner et al., 2020 (<https://arxiv.org/abs/2004.13209>).

é de facto. Assim, finda a comunicação, foram colocadas várias questões a Michel Mayor, quase todas na mesma linha: "Será que a variabilidade de V_r observada não pode ter outra causa?" E a resposta é, em tese, sim. Há outros fenómenos estelares (que se observam, por exemplo, na superfície do Sol) que podem provocar efeitos que simulam essa variabilidade. São disto exemplo as oscilações sísmicas do gás ou a presença de manchas escuras. Porém, as respostas de Mayor foram sempre no mesmo sentido: ele e Queloz tinham estudado essas possíveis causas e tinham-nas descartado. Para eles não restavam dúvidas: era mesmo um planeta!

Mas as dúvidas mantiveram-se na cabeça de muitos. No já referido artigo da *Nature* está incluída uma "Note added in revision", ou seja, um comentário da responsabilidade dos autores que é colocado quando o artigo está já numa fase final da revisão por pares (e às portas da publicação). O comentário diz *After the announcement of this discovery at a meeting held in Florence, independent confirmations of the 4.2-day period radial-velocity variation were obtained in mid-October by a team at Lick Observatory, as well as by a joint team from the High Altitude Observatory and the Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics. We are deeply grateful to G. Marcy, P. Butler, R. Noyes, T. Kennelly and T. Brown for having immediately communicated their results to us.* Esta deteção independente teve uma importância de primeira grandeza para a credibilização da descoberta. Mesmo assim as dúvidas não foram, ainda, dissipadas. A título de curiosidade podemos referir que o próprio número da revista *Nature*, onde o artigo foi publicado, trouxe para a capa a descoberta com o título "A Planet in Pegasus?". Este ponto de interrogação confirma as reservas que havia. De facto, dois anos após esta descoberta, David Gray (da Universidade Western Ontario, no Canadá) publicou na *Nature* um artigo com o sugestivo título "Absence of a planetary signature in the spectra of the star 51 Pegasi" no qual punha claramente em causa a descoberta de Mayor e Queloz. Hoje a existência de 51 Pegasi-b está perfeitamente estabelecida e aceite pela comunidade. Porém, é relevante salientar que fundamentadas dúvidas perante os resultados novos são muito importantes para a ciência, pois obrigam à solidificação das provas de quem defende a descoberta e este processo pode ser longo. Quando o Nobel foi atribuído a Mayor e Queloz foi voz corrente, na comunicação social, a pergunta sobre as razões que terão levado a academia sueca a esperar quase 25 anos para premiar tão importante descoberta. Uma das razões pode passar pelo que atrás dissemos: a

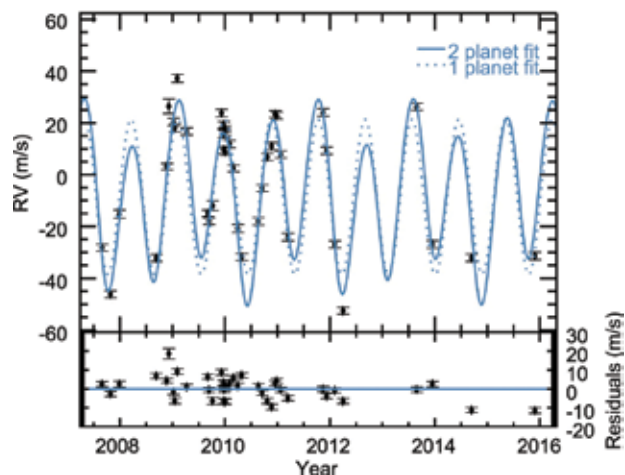
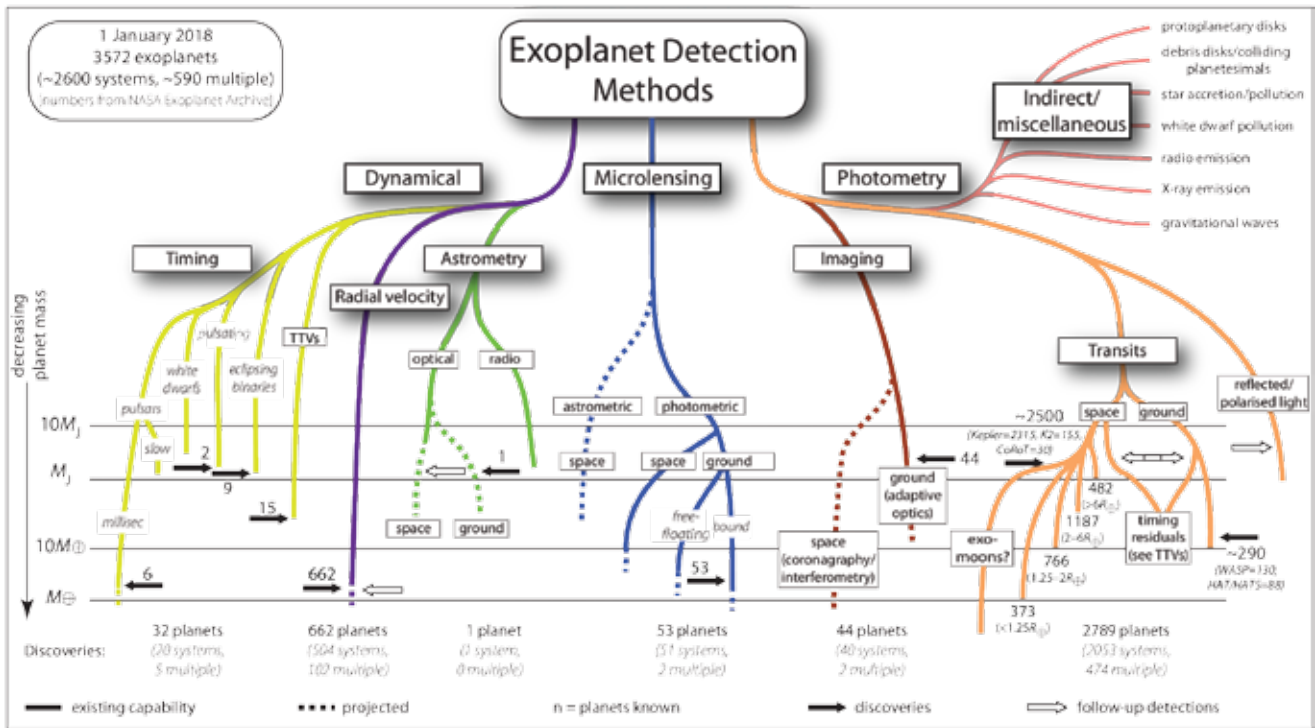


Figura 4. Velocidade radial da estrela HD 33142: observações e curvas teóricas para um ajuste com um planeta (linha a tracejado) e com dois planetas (linha a cheio). O painel inferior apresenta as diferenças (resíduos) entre a curva teórica com dois planetas e as observações. Reprodução autorizada da figura 23 de Luhm et al. (2019).

ciência necessita do seu tempo.

Que mais se pode ainda dizer sobre este sistema planetário? Por exemplo, a estrela 51 Pegasi, tem mais planetas ou 51 Pegasi-b é único? Não se sabe. Até agora, neste sistema planetário, apenas foi descoberto um. Pode intuir-se que se a estrela 51 Pegasi tiver mais planetas, a contribuição destes para a velocidade radial deverá ser pequena (ou porque estão muito longe da estrela ou porque são muito pequenos) pois, como vimos, as observações reproduzem bem uma única função $V_r(t)_E$. O método das velocidades radiais é, particularmente, sensível a planetas que se encontrem perto da estrela e tenham massa elevada. Tal como podemos constatar, pela fórmula da amplitude da velocidade radial, K_E é tanto maior quanto maior for a massa do planeta e quanto menor for o semieixo maior da órbita da estrela. É por isso natural que 51 Pegasi-b tenha exatamente estas características.

Desde 1995 até aos nossos dias, as deteções de outros mundos não mais pararam. Hoje são conhecidos perto de 4300 planetas, sendo que há mais de 700 sistemas planetários, ou seja, sistemas onde foram detetados dois ou mais planetas. Eis um exemplo: na figura 4 apresentam-se as observações da velocidade radial da estrela HD 33142. Os autores apresentam as tentativas de ajustar as observações de V_r com um ou com dois planetas e neste



caso a presença de um único planeta não parece ser a melhor solução matemática, pois os dois planetas ajustam melhor as observações⁸.

No caso dos dois planetas, o ajuste é feito usando uma função semelhante à que, em cima, definimos para $V_r(t)$ da estrela:

$$V_r(t) = V_0 + K_{E1}[\cos(v(t)_{E1} + w_{E1}) + e_{E1} \cos w_{E1}] + K_{E2}[\cos(v(t)_{E2} + w_{E2}) + e_{E2} \cos w_{E2}]$$

onde os índices $E1$ e $E2$ se referem à contribuição dos planetas 1 e 2 para a V_r da estrela. Por outro lado, a comparação das figuras 3 e 4 permite uma constatação particularmente interessante: a amplitude de V_r é muito parecida com a de 51 Pegasi, mas as barras de erro das observações diminuíram quase dez vezes. Pode, assim, ilustrar-se também a evolução da sensibilidade instrumental em 25 anos. Em 2008, Sreekumar Thaithara Balan e Ofer Lahav construíram um software de nome ExoFit para determinar os elementos orbitais de um sistema estelar que comporte um ou dois planetas, usando o método de Markov Chain Monte Carlo para o ajuste da curva teórica de V_r às observações. O código e a respetiva informação são de livre acesso⁹. Portanto, no caso de as observações de velocidade radial de uma dada estrela não poderem ser

Figura 5. "Cartografia" dos métodos de deteção de planetas extrassolares: os números das deteções estão atualizados até 1 de janeiro de 2018. Reprodução autorizada por Michael Perryman. A versão atualizada encontra-se em *The Exoplanet Handbook*, 2020, M. Perryman, Cambridge University Press.

bem reproduzidas por ajustes com um planeta, importa procurar se o acordo pode ser obtido com um número de planetas superior, utilizando, em primeira aproximação, uma metodologia semelhante: somando tantas funções quantas as necessárias para melhor reproduzir as observações. Foi assim que, em 2011, uma equipa de 14 astrónomos, liderada por Christophe Lovis (Universidade de Genebra), anunciou a descoberta de um sistema planetário com sete planetas a orbitarem a estrela HD 10180¹⁰. Esta estrela tem aproximadamente a mesma massa e a

⁸ "Retired A Stars and Their Companions.VIII. 15 New Planetary Signals around Subgiants and Transit Parameters for California Planet Search Planets with Subgiant Hosts", 2019, Luhn et al., *The Astronomical Journal* 157, 149.

⁹ "ExoFit: Orbital Parameters of Extra-solar Planets from Radial Velocities", <http://luserver2.star.ucl.ac.uk/~lahav/exofit.html>.

¹⁰ "The HARPS search for southern extra-solar planets XXVIII. Up to seven planets orbiting HD 10180: probing the architecture of low-mass planetary systems", 2011, Lovis et al., *Astronomy and Astrophysics* 528, A112.

mesma idade do Sol. Trata-se de um dos sistemas com mais planetas descobertos até à data. Desta equipa fizeram parte M. Mayor e D. Queloz, mas também dois astrónomos portugueses, Alexandre Correia (Universidade de Coimbra¹¹) e Nuno Santos (Universidade do Porto). Aproveitamos a oportunidade para salientar o papel que a astronomia portuguesa tem tido nesta área, a nível internacional, muito por força do trabalho destes astrónomos e seus colaboradores. Um destaque particular para Nuno Santos que, em Portugal e desde há vários anos, lidera um reconhecido grupo no estudo de planetas extrassolares. Tratam-se de excelentes exemplos da qualidade da ciência nacional. Esta área dos planetas extrassolares tem ainda sido uma oportunidade de colaboração entre astrónomos profissionais e astrónomos amadores (vulgarmente denominada por colaboração PRO-AM). E Portugal não foge à regra. Referimos aqui o exemplo de João Gregório (Grupo Atalaia), que tem integrado equipas internacionais (nomeadamente no âmbito do consórcio KELT, Kilodegree Extremely Little Telescope¹²), contribuindo, com as suas observações, para encontrar novos planetas.

Dos mais de quatro milhares de planetas extrassolares descobertos até à data, cerca de 800 foram detetados pelo método das velocidades radiais. As restantes deteções usaram outros métodos, tais como o método dos trânsitos (em que são procuradas pequenas diminuições periódicas do brilho da estrela, causadas pela passagem do planeta à sua frente) ou a deteção direta (onde se procura a radiação eletromagnética vinda diretamente do planeta, algo impossível em 1995). Hoje conhecem-se umas dezenas de planetas descobertos por imagem direta. Na figura 5 mostramos a panóplia de métodos que têm dado novos mundos ao mundo. Não podemos, neste texto, detalhar todos estes métodos. Em contrapartida, remetemos os interessados para a *Enciclopédia dos Planetas Extrassolares*¹³ que, além de informação genérica sobre o tema, é atualizada diariamente com as novas descobertas, incluindo detalhes das características dos planetas e das respetivas estrelas.

A terminar, pode perguntar-se para onde caminha esta busca contínua de planetas extrassolares. Além de outras vertentes, há algo que é incontornável ter em conta: encontrar sinais de vida noutros locais do Universo. Os planetas extrassolares são, como se compreenderá, locais particularmente interessantes para esta busca. Hoje sabemos já da existência de planetas parecidos com a Terra em torno de estrelas parecidas com o Sol, como é

o caso do planeta Kepler-452 b. Os mais otimistas dirão que é uma questão de tempo (pouco) até se detetar vida nesses longínquos mundos. Os mais realistas dirão que esse tempo ainda não é para já. Em todo caso, temos razões para esperar com ansiedade e entusiasmo o que o futuro nos trará.

3. COMENTÁRIOS FINAIS

Apresentamos neste texto um exemplo de parceria, que cremos ser feliz, entre a Astronomia e a Matemática. Habitualmente este tipo de exercício põe em evidência como a Matemática auxiliou a Astronomia na resolução dos seus problemas. Este texto é escrito, na substância, nesta linha de pensamento. A Astronomia, de facto, cresceu graças ao apoio que a Matemática lhe tem dado e para isso conseguimos encontrar vários exemplos ilustrativos. Mas há uma outra perspetiva. Será que a Matemática vai buscar à Astronomia aspetos para o seu próprio desenvolvimento? Como é que a Astronomia tem ajudado no progresso da Matemática, além de servir como terreno de aplicação? A resposta é menos óbvia. Mas podemos deixar algumas linhas de reflexão. A Astronomia tem (em particular, hoje em dia) características muito especiais. Por um lado, lida com quantidades enormes de informação que necessitam de técnicas de arquivo e de processamento realmente potentes. Existem dezenas de telescópios, no Espaço e em Terra, a monitorizar o firmamento 24 horas por dia. Assim, chegam-nos diariamente "gigas-e-gigas" de dados que terão de ser guardados esperando o tratamento. A título de exemplo, pode referir-se o projeto SKA (*Square Kilometre Array*), do qual Portugal é membro, que prevê, para os próximos anos, a construção de dezenas de antenas de rádio-telescópios na África do Sul e na Austrália, e que produzirá, por ano, um conjunto de dados que preencheria a capacidade de um milhão de computadores portáteis com 500 GB de memória cada. Além disso, para extrair a informação de tão grande quantidade de dados, exigem-se avançados processos de otimização e de estatística. Assim, áreas como o "data mining", o "big data" ou as redes neuronais poderão encontrar nos casos astronómicos inspiração para testar os seus próprios limites. Por outro lado, a Astronomia lida, muitas vezes, com fluxos muito reduzidos de radiação eletromagnética que exigem um tempo de observação longo (para "juntar" luz suficiente) e por isso métodos de tratamento e processamento de imagem suficientemente avançados para "encontrar" informação onde quase só há ruído. E não é esta a missão da Astronomia, da Matemática e da ciência em geral?

A saber, trazer luz onde há penumbra ou escuridão.

Quero exprimir a minha gratidão à Doutora Margarida Camarinha (Professora do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra) pelos pertinentes e muito úteis comentários e sugestões que teve a amabilidade de me transmitir. O CITEUC é financiado pela FCT através do acordo UID/Multi/00611/2019.

Dedico este texto à Joana, ao João Tiago e à Joana Marta.

¹¹ À data da descoberta, A. Correia encontrava-se na Universidade de Aveiro.

¹² "Kilodegree Extremely Little Telescope", <https://keltsurvey.org/>.

¹³ "The Extrasolar Planets Encyclopaedia", <http://exoplanet.eu/>.

SOBRE O AUTOR

João Manuel de Morais Barros Fernandes é Professor Auxiliar do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra desde 1999. Licenciou-se em Física/Matemática Aplicada, ramo Astronomia, pela Universidade do Porto (1991) e é doutorado em Astrofísica e Técnicas Espaciais pela Universidade de Paris VII (1996). Obteve a agregação em Física, ramo Astrofísica, pela Universidade de Coimbra em 2014. As suas áreas de investigação são a formação e evolução das estrelas, física solar e a história da Astronomia em Portugal. Publicou cerca de 80 trabalhos de investigação em revistas internacionais, atas de congressos científicos e capítulos de livros. Tem desenvolvido atividade de divulgação científica (nomeadamente com palestras em escolas) e foi o single point of contact nacional para o Ano Internacional da Astronomia 2009, por nomeação da União Astronómica Internacional. Recebeu a distinção "Caras de Futuro" da revista Visão em 2013. Foi subdiretor da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra com o pelouro do Observatório Geofísico e Astronómico da Universidade de Coimbra (2013-2018) e foi coordenador do Centro de Investigação da Terra e do Espaço da mesma universidade (2015-2018).



Exposições (ma)temáticas da SPM.

Disponíveis para exibição nas escolas,
bibliotecas ou instituições similares*.

Mais Informações em
www.spm.pt/exposicoes

*A requisição das exposições tem custos de manutenção.