



PEDRO J. FREITAS
Universidade
de Lisboa
pjfreitas@fc.ul.pt

TRATADO DE PRÁTICA DARISMÉTICA DE GASPAS NICOLÁS

Em resposta a um gentil convite dos editores da *Gazeta*, damos início aqui à coluna *Histórias da Matemática*. Nela, pretendemos trazer notícias de desenvolvimentos recentes desta disciplina, escritos por autores que tenham com eles um contacto mais próximo.

O assunto que apresentamos hoje tem a ver com uma efeméride: em 2019, passaram 500 anos sobre a edição do primeiro livro de matemática impresso em Portugal, o *Tratado de Prática Darismética*, de Gaspar Nicolás. Sobre o autor, pouco se sabe, embora se pense que seja oriundo do norte de Portugal e tenha, talvez, origem ju-

daica. O seu livro surge num momento de grande crescimento da atividade comercial na Europa, acompanhando tanto os movimentos de expansão como a passagem de um sistema económico feudal para outro, baseado nas trocas comerciais. Esta preeminência do comércio e das viagens suscitou a necessidade de um uso pragmático e fiável da matemática que até então não se tinha sentido com essa acuidade.

No que diz respeito à aritmética, depois de cerca de 40 manuais terem sido publicados na Europa entre 1472 e 1519, surgiram, no início do século XVI, três tratados impressos em português. O primeiro, *Tratado de Prática Darismética*, de Gaspar Nicolás, foi pela primeira vez editado em 1519¹ e teve mais 11 reedições até ao século XVIII, sendo a última de 1716. Os dois outros foram a *Prática Darismética*, de Rui Mendes, em 1540, e o *Tratado da Arte de Arismética*, de Bento Fernandes, em 1555, também bastante reeditados.

Todos os livros seguem uma estrutura similar de apresentação organizada de procedimentos aritméticos, quer apresentados abstratamente quer imediatamente aplicados a casos práticos. É de notar que todos usam, desde o início, os numerais indo-árabes (que correntemente usamos hoje em dia), abandonando por completo

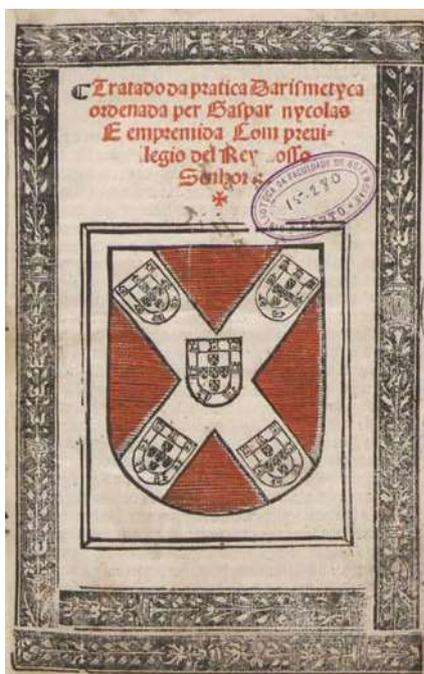


Figura 1. Capa da edição de 1917.

¹ Esta edição está digitalizada e disponível no Fundo Antigo da Universidade do Porto, em www.fc.up.pt/fa/index.php?p=nav&f=books.0223.0

os numerais romanos e as operações que com eles se faziam, como a chamada conta castelhana, ainda presente em alguns manuais espanhóis desta época, e que curiosamente viria a reaparecer num manual português muito posterior, a *Flor da Arismética Necessária*, de Afonso Guiral e Pacheco, de 1624.

Depois da descrição desta escrita numérica, o livro apresenta as quatro operações e os algoritmos para as efetuar, que são semelhantes aos que hoje utilizamos (o único algoritmo que é consideravelmente diferente é o da divisão: nestes livros, é usada a chamada divisão em galera).

Passa-se então a regras de cálculo, como a regra de três, que ocupa várias secções, e que é apresentada com várias variantes (que se podem considerar implementações da regra de três composta, hoje em dia abandonada por se poder reduzir a duas regras de três simples). O uso tão alargado desta regra levou António Pereira (aritmético do século XVII) a compará-la com o alecrim: tal como este tinha virtudes para muitas doenças, também a regra de três resolvia uma grande quantidade de problemas. Outra regra usada sistematicamente é a da dupla falsa posição, um método que se usava para resolver equações lineares antes da divulgação dos métodos algébricos que hoje se usam (mais abaixo mostraremos um exemplo do seu uso). Há também várias secções dedicadas às frações, aqui chamadas quebrados, e à extensão destas regras de cálculo aos casos em que os dados são fracionários e não inteiros. A seguir, encontramos algumas secções dedicadas a problemas práticos de impostos ou baratos (trocas comerciais). Há uma longa secção sobre geometria, e métodos para extrair raízes quadradas e cúbicas. No final do livro, há vários problemas com ligas metálicas.

Ao contrário do que se propõe com a pedagogia atual, a solução destes problemas é apresentada, na maior parte das vezes, sem explicação – o autor começa a resolução com a expressão “Faz assim” e descreve o método para resolver o problema (em vários casos, aliás, não é imediato compreender porque é que a resolução dada resolve de facto o problema). Claramente, a intenção era mecanizar estes métodos de resolução para que se pudessem pôr em prática de forma expedita nos problemas diários do comércio.

Paralelamente a estas considerações mais pragmáticas, encontramos uma longa coleção de problemas, de cariz recreativo, seguindo aliás uma tradição medieval. Gaspar Nicolás refere explicitamente Luca Pacioli como

fonte para estes problemas, sendo que alguns provêm de tradições mais antigas. Alguns destes problemas podem resolver-se usando os métodos apresentados no livro anteriormente, mas outros, como diz o autor, só se resolvem “por fantasia”, isto é, pensando numa resolução específica para o problema dado.

Dos três livros de aritmética que referimos, é Gaspar Nicolás que dedica mais tempo a estes tópicos de matemática recreativa, cerca de um terço do livro. O tratado de Rui Mendes não tem referências significativas a problemas deste tipo, e o de Bento Fernandes dedica cerca de um sexto do seu livro a estes problemas, retomando muitos dos de Gaspar Nicolás.

Como exemplo de um destes problemas, e do uso da regra da dupla falsa posição, apresentamos aqui um enunciado.

Digo que um homem entrou em uma igreja e não sabemos quanto dinheiro levava. E disse ao primeiro santo que lhe dobrasse o dinheiro que ele levava e que lhe daria 12 reais, e o santo lho dobrou, e deu-lhe 12 reais e ficou-lhe ainda dinheiro. E foi-se ao outro santo, que lhe dobrasse o dinheiro que ficou, e que lhe daria 12, e o santo lhe dobrou e o homem lhe deu 12 e ficou-lhe ainda dinheiro. E foi-se a outro santo, que lhe dobrasse o que lhe ficou e que lhe daria 12, e o santo lho dobrou e o homem lhe deu 12, e não lhe ficou nada. Ora, eu demando quanto dinheiro levava este bom homem.

Talvez a primeira coisa a notar é que, tal como hoje acontece com alguns problemas, o enunciado não é razoável: o homem entra na igreja com dinheiro, são-lhe concedidos três milagres e sai da igreja de bolsos vazios. O intuito aqui é exclusivamente recreativo e pedagógico.

O problema pode resolver-se usando uma equação de primeiro grau ou, mais eficazmente, fazendo a análise retrógrada, isto é, tentando reconstituir o processo do fim para o princípio. O autor apresenta uma resolução por falsa posição, um dos processos mais comuns, à época, para resolver problemas de cariz linear: a partir de dois palpites sobre o dinheiro que o homem levava (aqui, 11 e 10 reais), obtêm-se dois resultados finais diferentes de zero, e a partir destes encontra-se a solução.

Diz que levaste 11 reais, e se os dobras são 22 reais, quem gasta 12 ficam 10, dobra-os, são 20, quem gasta 12 ficam 8, dobra-os, são 16, quem gasta 12

ficam 4. Ora faz outra volta e diz que levaste 10, e dobra-os, ficam 20, quem tira 12, ficam 8, dobra-os, são 16, quem gasta 12 ficam 4, dobra-os, são 8, e tu bem vês que para chegar a 12 lhe faltavam 4. E porás por 10 menos 4. Ora faz o partidor,² que é 8, i.e., 4 que sobejaram e 4 que mingüaram. Ora, para saberes qual é a partição,³ multiplica em cruz, i.e., 4 vezes 10 são 40, e 4 vezes 11 são 44, ajunta-os com 40, e são 84, porque como já te disse: menos e sobejo sempre se ajuntam. Ora parte 84 por 8 e vem 10 e 1/2 e tanto dinheiro levava o homem quando entrou na igreja a falar com os três santos, como podes provar.

Em primeiro lugar, gostaríamos de deixar claro que este método *não é por tentativa e erro*. Aqui, resolve-se uma equação do tipo $f(x) = c$, em que f é uma função linear, dando valores à variável x e registando os valores que se obtêm (só por sorte se obteria c). Suponhamos que, dando o valor inicial x_1 , obtemos o valor c_1 , com erro $e_1 = c_1 - c$, e para x_2 obtemos um valor c_2 , com erro $e_2 = c_2 - c$. Como sabemos que o gráfico da função é uma reta (ver figura), o declive tem de se manter:

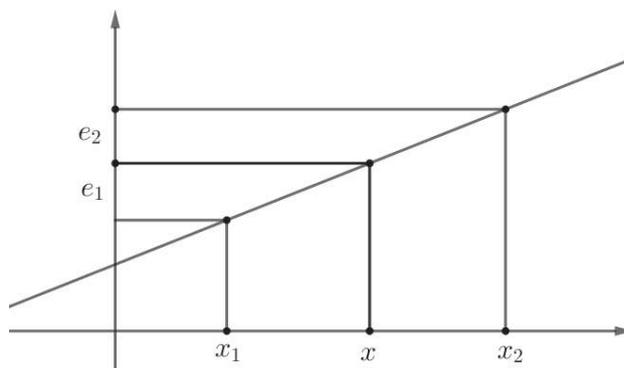
$$\frac{e_1}{x_1 - x} = \frac{e_2}{x_2 - x}.$$

Manipulando um pouco a expressão, obtemos

$$x = \frac{x_1 e_2 - x_2 e_1}{e_2 - e_1}.$$

Esta é a fórmula usada aqui, com alguns ajustes para que não apareçam números negativos.⁴

O estilo misto destas aritméticas quinhentistas, contendo tanto temas estritamente aritméticos como recreativos, veio a manter-se em outros tratados mais tardios, de temática similar, como o *Thesouro de Prudentes*, de Gas-



par Cardoso de Sequeira, publicado pela primeira vez em 1612 e igualmente reeditado várias vezes. Sendo este formado por quatro livros, o terceiro é dedicado à aritmética e tem uma secção inteiramente sobre ilusionismo (com números e com cartas).

Estamos a preparar, em colaboração com Jorge Nuno Silva, uma nova edição do livro de Gaspar Nicolás, pela Fundação Calouste Gulbenkian. Esperamos que ela possa ser útil aos leitores contemporâneos, permitindo uma leitura em português atual, com algum enquadramento temático, possibilitando um contacto mais direto com a aritmética e os problemas recreativos deste valioso tratado do início do século XVI, que, além do seu conteúdo pedagógico, nos deixa um retrato vivo da vida comercial e mercantil da época e do seu espírito de rigor aritmético.

² Divisor

³ Dividendo

⁴ Para mais informação, ver, por exemplo, Eugene C. Boman, "False Position, Double False Position and Cramer's Rule", *College Mathematics Journal*, 2009 doi:10.4169/193113409X458732.



SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA

Visite-nos em <https://clube.spm.pt>

