



INSTRUMENTO MATEMÁTICO – O SEXTANTE

ALZIRA FARIA

INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DO PORTO

aff@isep.ipp.pt

1. INTRODUÇÃO

O desenvolvimento tecnológico contribuiu para o aperfeiçoamento dos instrumentos usados pelos navegadores, levando a uma maior simplicidade e confiança na navegação.

Inicialmente, a navegação era feita por estimativa do navegador e, antes dos instrumentos científicos serem usados para medir altitudes, a altura da Estrela Polar acima do horizonte era estimada através do uso de mão e dedos. A largura do dedo de um homem colocada a um braço de distância cobria aproximadamente dois graus; a sua palma ou punho, aproximadamente oito. O mastro de um navio podia ser dividido em larguras de mão, de modo que o navegador podia regularmente verificar a altitude e, com isso, a sua latitude. Esta técnica foi usada pelos Árabes e seguida, no início do século XV, pelos pilotos Chineses [9].

Ao longo dos tempos foram surgindo vários instrumentos, facilmente transportáveis e baseados em diversos princípios, cujo objetivo comum é medir ângulos entre dois astros ou entre astros e o horizonte.

O astrolábio foi um dos primeiros instrumentos usados pelos marinheiros [7]. No entanto, com a pretensão de fazer uma navegação puramente astronómica, houve a necessidade de inventar os instrumentos de reflexão, como é exemplo o sextante.

A descoberta deste simples e importante instrumento deve-se a Isaac Newton que, em 1700, enviou a Edmund Halley, primeiro astrónomo do Observatório Real de Greenwich, uma carta com a descrição de um instrumento que media alturas, munido de espelhos. O instrumento apre-

sentava o princípio ótico dos modernos sextantes náuticos.

A carta foi encontrada no diário de Edmund Halley, que só foi publicado em 1742 [9], já após a morte de Newton e Halley, na revista *Philosophical Transactions* na biblioteca de Oxford, a Bodleian.

Durante 42 anos, outros instrumentos foram construídos e logo deram importantes aplicações práticas. O inglês John Hadley, a 13 de maio de 1731 [9, p.34], apresentou um instrumento, numa reunião da *Royal Society*, em tudo semelhante ao sextante de Newton mas que na verdade era um octante que, devido à dupla reflexão, media ângulos até 90°. Outro nome ligado ao instrumento foi o de Thomas Godfrey, de Filadélfia. Os dois inventores, em 1744, receberam um prémio da *Royal Society*, no valor de 200 libras. Os seus trabalhos foram considerados um caso de invenções independentes e simultâneas, embora provavelmente tenha havido uma diferença de alguns meses [2].

O instrumento foi testado com sucesso no mar, mas só muito mais tarde os navegadores substituíram instrumentos como o astrolábio ou balestilha pelo sextante.

2. O SEXTANTE

Segundo Álvaro R. Machado,

"O sextante é um instrumento que se usa para medir o ângulo entre as direções segundo as quais se vêem dois objectos afastados, nomeadamente dois astros, um astro e o horizonte, etc." [2, p. 5].

Baseia-se no princípio de Ótica Geométrica elementar de que, se um raio de luz é refletido em dois espelhos sucessivamente, fazendo entre si um ângulo α e sendo o plano de incidência perpendicular à linha de interseção dos espelhos, o ângulo do raio incidente e do segundo raio refletido é igual ao dobro do ângulo dos espelhos, 2α .

No esquema da Figura 1, podemos observar a composição de um sextante segundo Machado [2, p.11]. Vemos um setor circular, com uma estrutura variável com o modelo, que tem por objetivo manter a rigidez do setor e a planificação de uma das faces. Designamos este setor por limbo, C . O setor circular C está graduado e é unido por duas hastes radiais A e B e por uma plataforma que contém o centro do setor. Em torno do centro move-se, sobre o limbo graduado, uma alidade (régua móvel) que tem uma extremidade I biselada (marcada) com uma graduação em correspondência com a graduação do limbo.

Na plataforma da alidade está um espelho, E_m (Figura 2), que, por meio de parafusos apropriados, permite tornar a face espelhada perpendicular ao plano do

Navegar, no ar ou no mar, é um desafio a cada momento e requer ao navegador a obtenção de uma resposta rápida e precisa para encontrar a sua posição à superfície da Terra. Os instrumentos náuticos, como o astrolábio, o quadrante ou o sextante, foram uma peça fundamental para a navegação permitindo uma navegação mais longa e segura.

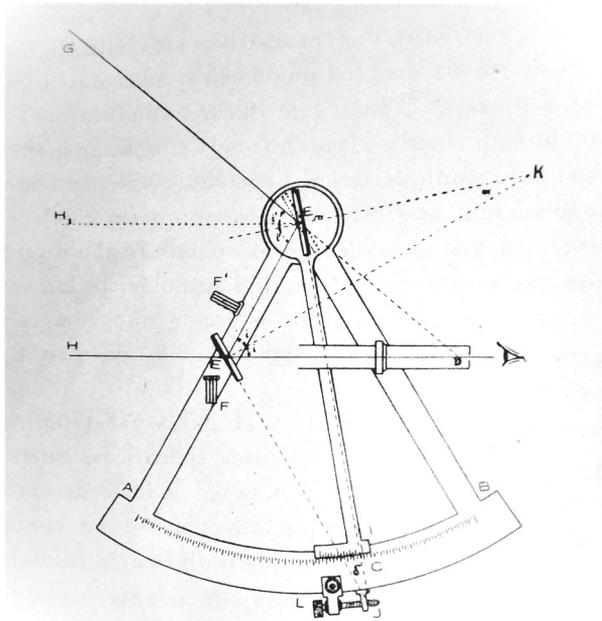


Figura 1. Sextante [2].

limbo. Um segundo vidro, $E_{H'}$, metade espelhado e a outra metade transparente (para que se possa ver o horizonte), está numa das hastes radiais que também é ajustável de forma a que a face espelhada esteja perpendicular ao plano do setor circular e paralela à face do espelho E_m , quando o índice I da alidade está no zero do limbo C .

Na outra haste radial encontra-se um tubo (telescópio), D , que permite a observação do objeto terrestre (horizonte, H). Junto aos espelhos existem filtros que podem, ou não, ser necessários para filtrar os raios solares. O jogo de espelhos, o movimento da alidade sobre o setor circular aliada aos ajustes necessários, facilita-nos a leitura do ângulo entre o astro e o horizonte.

Como já foi referido, Newton apresenta o funcionamento do sextante usando uma abordagem ótica. No esquema da Figura 2 vamos explicar os princípios do instrumento fazendo uso da Geometria seguindo a descrição feita em [1]. Estamos a supor que o sextante está alinhado de forma a que o raio de luz que sai do horizonte atravessa o espelho de horizonte em direção ao observador, e o raio de luz que sai do corpo celeste, objeto de medição, seja refletido pelo espelho E_m – observa-se o horizonte através do telescópio D e move-se a alidade até que as imagens do astro e do horizonte coincidam.

No esquema da Figura 2 podemos observar que o raio de luz que sai do corpo celeste segue o trajeto representado

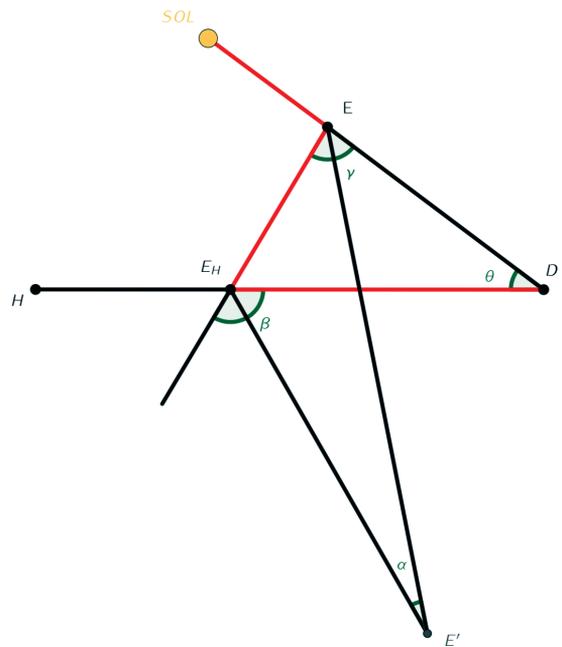


Figura 2. Esquema baseado em [1].

a vermelho, sendo refletido nos espelhos situados em E_m e $E_{H'}$ até que chega ao observador D . Definimos a altura do corpo celeste sobre o horizonte como o ângulo de elevação θ – a alidade indica no limbo do sextante o valor do ângulo medido.

Considerando o triângulo $E_m E_H D$, vemos que

$$180^\circ = \theta + \gamma + (180^\circ - \beta) \Leftrightarrow \theta = \beta - \gamma.$$

Recordemos que o ângulo de incidência num espelho é igual ao ângulo de reflexão. Resulta daqui que as retas que contêm os espelhos E_m e E_H são, respectivamente, as bissetrizes dos ângulos γ e β . Seja α o ângulo formado pelos espelhos.

Do triângulo $E_m E_H E'$, temos que

$$180^\circ = \alpha + \frac{\gamma}{2} + \left((180^\circ - \beta) + \frac{\beta}{2} \right) \Leftrightarrow \alpha = \frac{\beta}{2} - \frac{\gamma}{2}.$$

Resulta que o ângulo de elevação é o dobro do ângulo formado pelos dois espelhos, ou seja, $\theta = 2\alpha$.

Determinado o ângulo de elevação θ , é possível determinar a latitude do local onde foi feita a leitura.

Considerando que o astro em questão é o Sol, reconhecemos que ele se encontra no zénite (instante em que se encontra sobre a nossa cabeça) quando a sua altura (ângulo θ , entre o horizonte e a direção do Sol) for igual a 90° . Nesse caso a latitude do local é igual à declinação do Sol

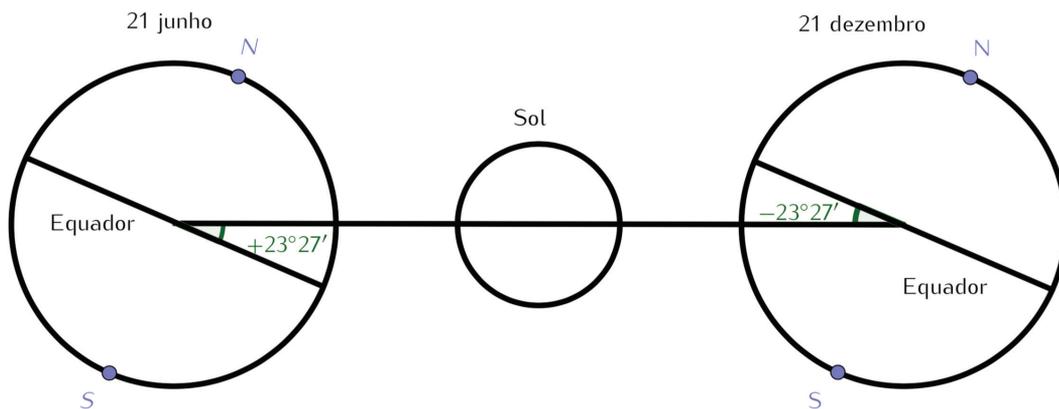


Figura 3. Declinação solar.

(ângulo entre a linha que liga o centro do Sol ao centro da Terra e o plano do equador). No entanto, nem sempre isso é possível, uma vez que o Sol não pode ser observado no zênite em todos os locais, sendo então necessário consultar tabelas que nos dão a sua declinação em função do tempo.

Como referido, há locais para os quais o Sol nunca está no zênite, que são todos os que se encontram a

latitudes inferiores a $-23^{\circ}27'$ ou superiores a $+23^{\circ}27'$.

O mesmo é dizer que o Sol só poderá estar no zênite para locais entre aquelas duas latitudes. A razão para isso deve-se à inclinação do eixo de rotação da Terra relativamente ao plano da sua órbita em torno do Sol, que é de $23^{\circ}27'$, e por isso, durante o ano, a declinação solar oscila de $+23^{\circ}27'$ em junho até $-23^{\circ}27'$ em dezembro (Figura 4).

Uma vez que a posição do Sol num mesmo horário muda gradualmente a cada dia do ano, fizeram-se as tabelas de declinação solar (Figura 4 retirada de [10]) que nos auxiliam no cálculo correto da latitude.

Segundo Paulo Maurício [6], na situação da Figura 5, podemos concluir que a latitude ϕ é dada pela soma da declinação do Sol δ , com a sua distância zenital ζ , sendo $\zeta = 90^{\circ} - \theta$. Assim, a latitude é dada pela equação

$$\phi = \zeta + \delta = 90^{\circ} - \theta + \delta.$$

A declinação δ pode ser positiva se obtida em locais situados no Hemisfério Norte ou negativa se obtida em locais situados no Hemisfério Sul. Observe-se que a situação se altera quando o observador se encontra na região entre os trópicos, e a fórmula para o cálculo da latitude é, nesse caso outra.

Para determinar a longitude precisamos de uma posição inicial natural. Essa posição foi convencionada ser o Meridiano de Greenwich ou Meridiano Principal (passa sobre a localidade de Greenwich, no Observatório Real,

nos arredores de Londres, Reino Unido) e divide o globo terrestre em Ocidente e Oriente.

A longitude pode ser calculada fazendo a diferença entre a hora local e a hora de Greenwich. Como o dia tem 24 horas e uma circunferência tem 360° , a terra move-se em relação ao Sol a uma taxa de 15° por hora ($\frac{360^{\circ}}{24} = 15^{\circ}$ por hora), ou seja, cada hora de movimento do Sol (de Leste para Oeste) equivale a 15° de longitude [5].

A longitude é dada por: (hora local - hora de Greenwich) \times 15.

Nome	1	2	3	4
f. Sergio bispo e confessor.	18	19	20	21
g. Sabina virgem e mar	21	22	23	24
h. Cassiano bispo e mar	22	23	24	25
b. Barbara virgem e mar	23	24	25	26
c. Sabe abbae e baixo bis	24	25	26	27
d. Nicolao bispo e confes	25	26	27	28
e. Ambrosio bispo e confe	26	27	28	29
f. A concepção da senhora	27	28	29	30
g. Leocadia virgem e mart	28	29	30	31
h. Eulalia virgem e mart	29	30	31	
b. Damaso papa e confes	30	31		
c. Valerico abbae da orde	31			
d. Luzia virgem e martyr				
e. Valeriano bispo e martyr				
f. Valeriano bispo e mart				
g. Ananias asario misael.				
h. Lazar o bispo e confes				
b. Anunciação da senho				
c. Amelio martyre e abbo				
d. Liberato bispo e confes				
e. O home apostollo				
f. Treloação de São Ysidoro				
g. Servulo confessor e mar				
h. Gregorio dia de jenu				
b. O nascimento do senho				
c. São estevão primeiro marty				
d. São job an coanglista				
f. Sanno centes martyres				
f. Thomas arcebispo de				
g. Sanino bispo e martyr				
h. Silvestre papa e mart				

Figura 4. Tabela de declinação

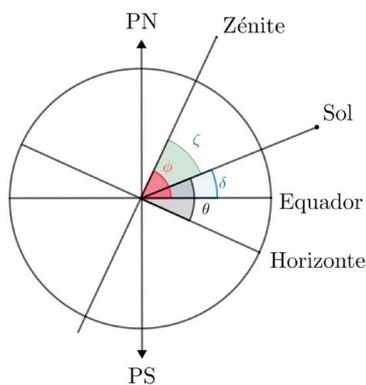


Figura 5. Projeção no plano meridiano [6].

3. CONCLUSÃO

Os progressos da Álgebra e a introdução da Geometria Analítica criaram condições que permitiram a resolução de inúmeros problemas matemáticos, astronómicos e físicos. Desde o século XVI que a navegação suscitou o aparecimento de grandes avanços, tanto a nível prático, com observações usando instrumentos óticos, como teórico. As longas viagens no oceano exigiam novos métodos de cálculo de posições e rotas que tinham uma forte componente matemática, envolvendo Geometria e Astronomia. O sextante é bom exemplo de uma aplicação prática de ambas. Com este instrumento, a determinação da latitude ficou mais simples, uma vez que a medição do ângulo entre o horizonte e o corpo celeste se tornou mais precisa. Inclusive, vários melhoramentos foram introduzidos, como por exemplo, a substituição do índice da alidade da graduação por um *nónio*. O *nónio* tinha sido inventado em 1542 pelo português Pedro Nunes [2] mas a sua versão era de difícil concretização, e por isso é usada o *nónio de Vernier*, uma solução prática feita por Pierre Vernier em 1631 [3].

Mais tarde, em 1919 [8], Gago Coutinho, marinheiro com prática de fazer observações astronómicas e levantamentos topográficos e pioneiro da navegação aérea de longo curso, pensou em introduzir a navegação astronómica na aeronáutica. Para isso, utilizou instrumentos como o cronómetro e inventou um horizonte artificial para o sextante, uma vez que não é possível observar o horizonte do mar a grande altitude.

O sextante é um instrumento de grande fiabilidade, de tal forma que foi utilizado no Projeto Apollo inaugurado na década de 1960, que tinha como objetivo levar um homem à Lua e trazê-lo de volta em segurança. O sistema de navegação foi idealizado de raiz e os astronautas usaram periodicamente um sextante modificado para fazer o ali-

nhamento do sistema usado e para verificar a exatidão dos dados de rastreamento baseados em terra [4].

4. REFERÊNCIAS

- [1] A. S. Alves, Claudino Romeiro, "Astrolábios e Sextantes" http://www.mat.uc.pt/~helios/Mestre/Julho00/H42_astr.htm
- [2] Álvaro R. Machado, 1944, *Sextante: Descoberta de Newton. Modificação de Gago Coutinho*, Coimbra Editora, Lda.
- [3] António Estácio dos Reis, "O Nónio de Pedro Nunes", Academia de Marinha <http://213.63.134.120/ciencia/e20d.html>
- [4] Doug Adler, 2018, "The story of the Apollo sextant" <https://astronomy.com/news/2018/06/the-story-of-the-apollo-sextant>
- [5] <https://pt.wikipedia.org/wiki/Longitude>
- [6] Jorge Paulo Maurício de Carvalho, 1999, *O Sextante*, Associação Portuguesa para o Ensino da Astronomia
- [7] J. North, 1974, "The Astrolabe", *Scientific American*, Vol. 230, pp. 96-107
- [8] Manuel dos Reis, Armando Cortesão, 1970, *Gago Coutinho Geógrafo*, Agrupamento de Estudos de Cartografia Antiga, Coimbra
- [9] W. F. J. Mörzer Bruyns, 2009, *Sextants at Greenwich, a Catalogue of the Mariner's Quadrants, Mariner's Astrolabes, Cross-staffs, Backstaffs, Octants, Sextants, Quintants, Reflecting Circles, and Artificial Horizons in the National Maritime Museum*, Greenwich, Oxford University Press and the National Maritime Museum
- [10] Joaquim Bensaúde, 1859-1952, *Regimento do estrolábio e do quadrante: tratado da spera do mundo: reproduction fac-similé du seul exemplaire connu appartenant à la Bibliothèque Royale de Munich*.

SOBRE A AUTORA

Alzira Fernanda Mesquita Costa Faria, professora adjunta do Departamento de Matemática do Instituto Superior de Engenharia do Porto e aluna de Doutoramento em Ensino e Divulgação das Ciências na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, na área científica de Divulgação das Ciências.