



JORGE NUNO SILVA  
Universidade  
de Lisboa  
[jnsilva@cal.berkeley.edu](mailto:jnsilva@cal.berkeley.edu)

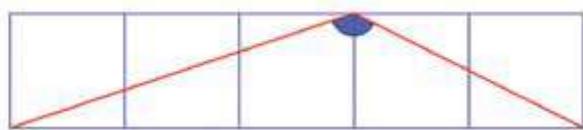
## OS PROBLEMAS DO REINO UNIDO

The UK Mathematics Trust (UKMT) publicou um curioso livro de problemas. Transparece nesta obra o facto da instituição ter a seu cargo a organização de competições matemáticas de diversos níveis, do elementar ao olímpico. É com curiosidade e prazer que percorremos estes problemas, um para cada dia do ano.

No prefácio, Marcus du Sautoy realça, como muitos outros antes dele, a importância de um bom professor no percurso escolar de cada um, que promova o gosto pela matemática. Felizmente, o seu curto texto contempla ainda uma referência, incontornável, a Martin Gardner e à tradição dos problemas e quebra-cabeças. O bom professor de Sautoy apresentou-lhe as colunas do *Scientific American* de Gardner. Sorte a sua, e sorte a nossa ao obtermos agora este livro inspirado no maior dos divulgadores que a matemática conheceu.

Do livro, *The Ultimate Mathematical Challenge* (Harper Collins 2018), retirámos algumas questões para os nossos leitores.

**QUANTO MEDE ESTE ÂNGULO?** Cinco quadrados de lado unitário formam o retângulo ilustrado. Quanto mede o ângulo assinalado?



**QUANTA GENTE?** Quando a Laura entrou num dado bar, onde estavam já algumas pessoas, a idade média subiu 4 anos. O Manuel entrou de seguida, tendo a média subido mais 3 anos.

Quantas pessoas estavam inicialmente no bar?

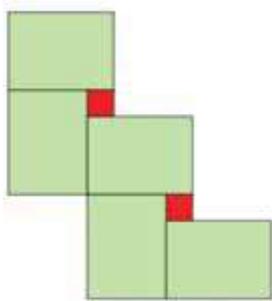


**SÓ INTEIROS?** Considere a sucessão numérica  $(x_n)$  definida por

$$x_0 = 1, \quad x_{n+1} = \frac{1}{2} \left( 3x_n + \sqrt{5x_n^2 - 4} \right) \quad (n \geq 0).$$

Mostre que  $(x_n)$  é uma sucessão crescente de números naturais.

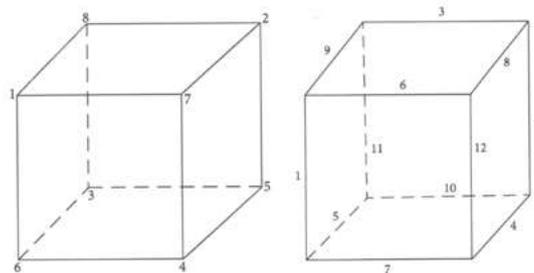
**QUE PERCENTAGEM?** A figura ilustra uma pavimentação do plano por retângulos verdes (cada um com lados de 8 e 6 cm) e quadrados vermelhos. Quando o plano estiver todo coberto, qual é sua percentagem que está sob os quadrados?



Sobre as questões do número anterior:

**O CASINO DAS DIFERENÇAS:** O cálculo do valor esperado permite-nos concluir que o jogo é justo, não beneficia a Casa nem o jogador.

**ETIQUETAR UM CUBO:** Eis duas soluções possíveis (há mais).



**O ANIVERSÁRIO DO MANUEL:** O facto de o Alex ter a certeza de que a Laura não sabe a data do aniversário permite eliminar 31 de março e 11 de julho, portanto podemos também eliminar estes meses. A réplica da Laura permite descartar o dia 27, pelo que estamos reduzidos a 30 de agosto, e 8 ou 29 de dezembro. Agora o facto de o Alex ficar a saber a data certa permite-nos concluir que o mês terá de ser agosto. Em resumo: 30 de agosto é a data de aniversário do Manuel.

**SALTITONA:** Seja  $a$  a probabilidade de a partícula ser absorvida em  $x = -1$  e  $b$  a de ser absorvida em  $x = 2$ . Temos  $a + b = 1$  e considerando a probabilidade de a partícula saltar para  $x = 2$ , tendo saltado antes para  $x = 1$ , concluímos que  $a = 2b$ , donde  $b = 1/3$ .

**25 e 26 outubro 2019**

# VI Feira da Matemática

**Dia 25 especial escolas 10h-17h** **Dia 26 público geral 11h-18h**

**entrada livre e participação gratuita em todas as atividades**

**Marque na sua agenda!**

Museu Nacional de História Natural e da Ciência

Informações e marcações: [geral@museus.ulisboa.pt](mailto:geral@museus.ulisboa.pt) 213 921 808