

UMA IDEIA NATURAL FUNCIONA SEMPRE

Entrevista com Pascal Maroni

KENIER CASTILLO^a, ZÉLIA DA ROCHA^b

UNIVERSIDADE DE COIMBRA^a, UNIVERSIDADE DO PORTO^b

kenier@mat.uc.pt^a, mrdioh@fc.up.pt^b

(Com fotografias de ELENA DEL MORAL, elenadelm@gmail.com)

Pascal Maroni realizou a sua formação académica na Faculdade de Ciências de Paris: licenciou-se em Matemática em 1957, diplomou-se em Mecânica Celeste em 1958 e obteve a agregação em 1967 sob a direcção de René de Possel, um dos fundadores do grupo Bourbaki. Exerceu a sua actividade profissional como investigador do CNRS, inicialmente no Instituto Blaise Pascal e depois no Laboratório de Análise Numérica da Universidade Pierre e Marie Curie – Paris VI, actualmente denominado por Laborató-

rio Jacques-Louis Lions. De 1971 a 1975 foi Director da Unidade de Ensino e de Investigação – Análise, Probabilidades e Aplicações da Universidade de Paris VI e em 1980 foi Director do Laboratório de Análise Numérica dessa universidade. Especialista em Funções Especiais, introduziu nos anos oitenta uma teoria algébrica dos polinómios ortogonais. Nesta entrevista apresentamos parte das longas conversas que mantivemos com Pascal durante a sua estada em Portugal em Julho de 2018.

Quando é que sentiu que tinha vocação para a matemática? Algum dos seus professores o influenciou de forma determinante?

Desde a escola primária que eu soube que faria matemática. Nessa época, era excelente em cálculo mental. Era sempre o primeiro a levantar a mão quando a professora nos colocava um problema. No liceu, tive dois professores que me prepararam muito bem a enfrentar o nível universitário. Um deles aconselhava-me a ir para Paris, como ele próprio fizera, o outro gabava os méritos da Escola Politécnica de Zurique. Segui os conselhos do primeiro. Chamavam-lhe Clairon devido ao timbre agudo da voz dele. Era um excelente professor, sobretudo para os membros da secção científica. Sofreu o mesmo destino de Pierre Curie: foi atropelado por um automóvel ao atravessar a rua. Não sobreviveu.

Qual foi o seu sentimento ao deixar a família para ir viver para Paris e seguir os estudos superiores? Que recordações guarda dessa época?

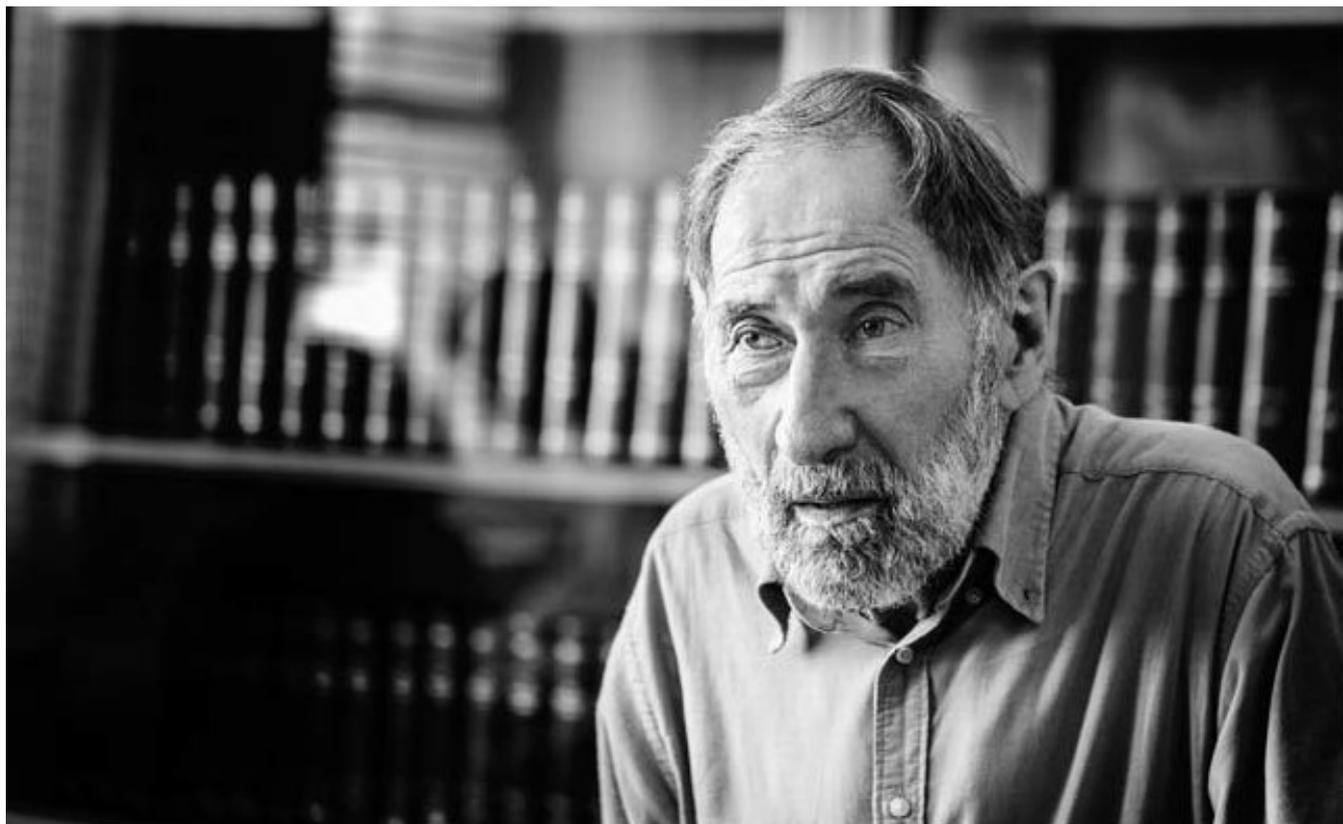
Nenhum estado nostálgico de alma acompanhou a minha partida para Paris. Era uma nova liberdade que estava a ser-me oferecida. Aproveitei a oportunidade descaradamente por várias semanas. Fui ao teatro quase todas as noites e ia ao cinema frequentemente. Tudo isso enquanto frequentava as aulas na Sorbonne, onde me matriculei

assim que cheguei. Mas a situação foi-se regularizando rapidamente. O meu desejo de trabalhar era mais forte. Pouco a pouco, fui fazendo alguns amigos na faculdade com quem me reunia num café da zona, onde passávamos o serão a discutir política.

Apesar das aparências, a minha estada em Paris não foi improvisada. Eu tinha um amigo que estava hospedado há alguns meses no número 6 da Rua Bonaparte, que me arranjou um quarto para arrendar num apartamento no número 8 dessa rua. Era um primeiro andar ocupado por uma família constituída por um casal e dois filhos, onde tinha de atravessar várias dependências até chegar ao meu próprio quarto. Para sobreviver, esse amigo trabalhava nas cadeias de produção da indústria automóvel, mas o sonho dele era fazer parte de uma expedição polar liderada pelo etnologista Paul-Émile Victor, sonho esse que realizou durante vários anos, de acordo com as memórias que ele me relatou 40 anos mais tarde.

Durante esses anos de faculdade, que lembranças lhe ficaram dos seus professores? Quais foram aqueles que mais o impressionaram?

Durante o curso de Cálculo Diferencial e Integral, no segundo ano de licenciatura, havia dois assistentes que ministravam ora os complementos das aulas teóricas, ora as aulas práticas; eu admirava-os infinitamente. Um fasci-



nava-me pelo seu domínio da manipulação de integrais aquando do estudo assintótico segundo um parâmetro... O outro agradava-me pela clareza e pelo rigor das suas exposições. Tratava-se de Jean-Pierre Kahane e de Jacques-Louis Lions.

Da mesma forma, o professor Georges Valiron, que eu nunca tinha visto antes, deixou-me uma lembrança indelével. Eis a razão. Doente, ao fim de alguns dias, ele deixou de aparecer no anfiteatro. Tiveram de o substituir durante o resto do ano. Vários substitutos seguiram-se ao longo dos meses. Cada um apresentou uma contribuição original: um algebrista falou de Álgebra, um analista falou de Análise. Depressa ficou claro que o que nos ensinavam não tinha nada que ver com o curso habitual do professor Valiron. De facto, durante esse ano, ensinaram-nos o que mais tarde viria a designar-se (inadequadamente) por matemáticas modernas. Sempre pensei que se tratou de uma partida dos Bourbakistas. Mas a partida custou-nos caro. Nunca esquecerei a nossa cara no dia do exame final quando vimos o enunciado: tratava-se de um exame ao verdadeiro estilo Valiron. A vingança do mandarim! Depois de um verão bem estudioso, da mesma forma que os outros, consegui ser aprovado na época de outono.

Qual era o domínio científico do seu orientador? Qual foi o tema da sua tese e como se desenrolou o seu trabalho?

René de Possel era um matemático puro. Em 1932, ele obteve uma tese de doutoramento intitulada "Alguns problemas de representação conforme", sob a direção de C. Carathéodory. A área de predileção dele era a teoria da medida, a integração voltada para as probabilidades, a topologia... Mas estaríamos errados se dissessemos que ele só se interessava por problemas abstratos. Por exemplo, dedicou um grande esforço à mecânica dos meios contínuos, à informática médica, à leitura automática...

Depois de recrutado pelo CNRS, em 1959, fui designado para o Instituto Blaise Pascal para preparar uma tese. Hoje em dia, o processo é muito diferente. Se já tivermos uma boa tese, então teremos a possibilidade de entrar no CNRS. Caso contrário, é melhor esquecer a entrada no CNRS.

Lembremos-nos de que os anos sessenta foram uma década excepcional quanto à pesquisa aplicada, tanto devido aos rápidos progressos realizados na eletrónica (*the hardware*) como pelo surgimento de técnicas de diálogo com a máquina, os algoritmos, a programação, os pacotes de programas... (*the software*), que reunimos no vocábulo informática. O Instituto Blaise Pascal foi, entre

outros, um vetor dessa transformação. Assim, a par do seu trabalho de desenvolvimento de tese, um investigador afeto a Blaise Pascal era convidado a resolver, na medida das suas competências, os problemas colocados por pesquisadores de todas as origens: físicos, químicos, biólogos, pesquisadores de humanidades... Foi um período maravilhoso de aprendizagem: a tese não avançava, mas aprendia imenso. Finalmente, consegui identificar um tema em Astrofísica que correspondia a resolver uma equação integral não linear e singular.

Pode falar um pouco mais sobre René de Possel, em particular da sua ligação com o grupo Bourbaki?

Em 1959, René de Possel era diretor do Laboratório de Cálculo Numérico do Instituto Blaise Pascal. Nesse ano, ele foi o primeiro titular da cátedra de Análise Numérica na Faculdade de Ciências de Paris. Foi nomeado diretor do Instituto Blaise Pascal em 1962, cargo que ocupou até 1967. Antes de vir para Paris, ele era o titular da cátedra de Análise Superior na Faculdade de Ciências de Argel. É difícil continuar sem mencionar o caso Audin. René de Possel tinha em particular um aluno, Maurice Audin, assistente na faculdade, prestes a defender a tese na primavera de 1957. Militante comunista, defensor da independência da Argélia, ele foi preso e torturado pelos paraquedistas encarregados da manutenção da ordem em Argel. A família dele nunca mais voltou a vê-lo. A versão oficial das autoridades apenas afirmou que ele havia tentado escapar e que tinha desaparecido. Foi constituído de imediato um comité, o Comité Maurice Audin, cujo objetivo era descobrir a verdade, presidido por Laurent Schwartz até à sua morte, em 2003. A 13 de setembro último, o Presidente da República reconheceu oficialmente a responsabilidade do Estado francês na tortura e no assassinato de Maurice Audin. Desde essa data, o Comité anseia conhecer as circunstâncias precisas da sua morte. Naquela época, a comunidade matemática tomou a decisão inédita de que a defesa da tese de Maurice Audin iria ocorrer apesar da ausência do candidato. Assim a 2 de Dezembro de 1957, perante o júri presidido por Jean Favard e constituído por Laurent Schwartz, Jacques Dixmier e René de Possel, Laurent Schwartz efectuou a introdução das provas após o que René de Possel, de giz na mão, expos no quadro os trabalhos de Maurice Audin. Foi um momento de grande emoção.

Retrocedamos no tempo e retornemos à aventura Bourbaki. Sim, De Possel foi membro fundador do grupo Bourbaki. Em 1934, havia um grupo de cinco jovens

matemáticos que decidiram refazer o mundo matemático, porque em França não se passava nada, de acordo com a opinião deles. Todos eles foram para a Alemanha durante vários meses, trabalhar com matemáticos conhecidos. René de Possel trabalhou com C. Carathéodory e também conheceu Blaschke. A 10 de dezembro de 1934, o grupo realizou uma primeira reunião no Capoulade, na esquina do Boulevard Saint-Michel com a rua Soufflot, um café (que eu também frequentei) hoje desaparecido. Eram Henri Cartan, Claude Chevalley, Jean Delsarte, René de Possel e André Weil. A ideia era escrever um tratado de Análise que expusesse a matemática contemporânea, o que as obras existentes não faziam. A plenária de fundação ocorreu em julho de 1935, em Besse-en-Chandesse, uma pequena aldeia de Auvergne, nas proximidades de Clermont-Ferrand, na presença de nove membros oficiais. Além das pessoas acima mencionadas, havia Jean Coulomb, Jean Dieudonné, Charles Ehresmann e Szolem Mandelbrojt. Foi nessa altura que o pseudónimo coletivo Nicolas Bourbaki foi adotado. Durante este primeiro colóquio, que durou cerca de oito dias, foi estabelecido um plano global sobre o que havia a fazer e o volume de Análise foi avaliado em cerca de 3200 páginas. Tornou-se faraónico. Não era apenas a Análise que devia ser revista, mas também o que precedia, o que o grupo Bourbaki chamou de pacote abstrato. Em consequência, a partir de 1939-40, vimos os primeiros volumes da obra de Nicolas Bourbaki aparecerem sob o nome de *Elementos de Matemática*, publicações que se seguiram até 2016, formando assim um *corpus* de, pelo menos, 7200 páginas. De Possel deixou o grupo Bourbaki em 1939 porque não aceitou a escolha de Bourbaki de definir o integral como uma forma linear de um espaço vetorial de funções contínuas..., provavelmente também porque a sua esposa, Évelyne, se deixou seduzir por André Weil.

De Possel visitou Portugal em março de 1946. Durante a sua estada, realizou várias conferências em diferentes cidades, que deram origem a dois artigos publicados em revistas das universidades do Porto e de Coimbra e a um artigo na *Gazeta da Matemática*. Ele chegou a comentar consigo essa passagem por Portugal?

Não. Até agora, não sabia nada sobre esta viagem a Portugal.

Concentremo-nos na sua carreira científica. Quando e como começou a interessar-se pelos polinómios ortogonais?

Sempre me interessei pela teoria dos polinómios ortogo-

nais. No entanto, foi no final da década de setenta, após uma longa fase de atividades administrativas, que comecei realmente a ser atraído por este segmento particular do universo das funções especiais. Sem dúvida alguma, a leitura do livro de Theodore Chihara, publicado em 1978, foi determinante. Desse livro elaborei um curso de Diploma de Estudos Aprofundados sobre os polinômios ortogonais, bem standard, na linha desse excelente tratado que, apesar de algumas imperfeições, mantém, quarenta anos após a sua publicação, o carácter de uma bíblia. Em particular, fiquei mais uma vez interessado pelos métodos de quadratura, especialmente, pelo método de Gauss, que ressuscitava após séculos de esquecimento graças ao advento das máquinas de calcular modernas. A primeira tese de doutoramento que orientei, em 1966, tinha como tema o método de Gauss. Foi durante a elaboração desse curso, que emprega técnicas de frações contínuas, que comecei a colocar a mim mesmo um certo número de questões. Com efeito, certos aspetos dessa abordagem dos polinômios ortogonais não me agradavam, pelo que comecei a repensar e a refazer algumas das partes.

O que é que mais o motivou a iniciar o trabalho sobre esse assunto?

Essencialmente, o facto de que não estava de acordo com o ponto de vista aceite pela comunidade no que respeita à ortogonalidade não definida positiva. Com a notável exceção de J. Shohat, que estudou as sucessões não definidas positivas desde o início do século XX (mas sem fazer escola), quase todos trabalhavam no caso definido positivo.

Gostaria de salientar que o meu amigo Claude Brezinski tinha, na mesma época, preocupações análogas às minhas, que unificámos mais tarde num artigo conjunto de 1996. Devo esclarecer que Claude trabalhava sobre os polinômios sobretudo como padéista. Os padéistas utilizam os polinômios para fazer aproximação, em particular, aproximação de Padé. Eu nunca fui padéista. Tal como Hahn, eu sou um polinomista, isto é, alguém que se interessa pelos polinômios por si mesmos, sem se preocupar forçosamente em lhes encontrar uma aplicação. Considero-me um descendente de Hahn.

Introduziu uma nova abordagem neste domínio científico. Qual foi a ideia de base e por que razão essa ideia funcionou?

A ideia fundamental consistia em aplicar no domínio dos polinômios ortogonais os métodos em voga na área das equações em derivadas parciais desde a introdução das

distribuições, isto é, o uso sistemático do conceito de dualidade, que levou à noção de solução fraca. É uma ideia natural e o que é natural funciona sempre.

Pode explicar melhor?

Em poucas palavras, a estrutura algébrica {natural} do espaço vectorial \mathcal{P} das funções polinomiais, segundo a reunião de uma sucessão de subespaços de dimensão finita (os espaços componentes), implica automaticamente munir esse espaço de uma topologia de limite indutivo estrito, o que significa, tendo em conta as regras do jogo assim estabelecidas, que uma aplicação linear de \mathcal{P} num espaço vectorial topológico é contínua se e somente se a sua restrição a cada espaço componente for contínua. E aqui é o caso, uma vez que cada espaço componente é de dimensão finita. Assim resulta, em particular, que o dual algébrico \mathcal{P}^* é formado unicamente de formas contínuas.

Como é que essa ideia lhe surgiu? Antes, qual era a sua área de trabalho principal?

Tudo o que eu fiz resulta, antes de mais, de uma questão de ponto de vista. A dada altura, existe um ponto de vista diferente, e de repente vemos as coisas de outra maneira. Indiscutivelmente, o facto de pertencer ao Laboratório Jacques-Louis Lions constituiu a verdadeira razão do surgimento da minha teoria. Nesse laboratório, antes designado por Laboratório de Análise Numérica, trabalhava-se, e ainda se trabalha, essencialmente sobre as equações em derivadas parciais. Por essa razão, os espaços funcionais utilizados eram-me relativamente familiares. Além disso, alguns anos antes, durante a fase administrativa da minha carreira, ministrei um curso de Análise Funcional na Escola Central de Paris e, mais tarde, na Universidade Claude Bernard. Sempre trabalhei no domínio das Funções Especiais com, digamos, uma polarização no universo dos polinômios ortogonais.

Qual é a publicação que melhor representa a sua ideia original?

Sem dúvida que é o artigo intitulado *Une théorie algébrique des polynômes orthogonaux. Application aux polynômes orthogonaux semi-classiques*, que foi apresentado por ocasião do terceiro colóquio internacional sobre os polinômios ortogonais e suas aplicações, que decorreu em Erice, na Sicília, em 1990. Esse artigo contém as ideias fundamentais da teoria algébrica sem apresentar demonstrações. Existem outros trabalhos dessa época também significativos, como

por exemplo *Le calcul des formes..., Variations...*, e todos os artigos apresentados nos colóquios espanhóis nos anos de 1985 a 1991.

Fez parte da comissão de organização do primeiro colóquio da série OPSFA (Orthogonal Polynomial, Special Functions and Applications). Este congresso persiste até aos nossos dias como a mais importante reunião internacional nesse domínio científico. Pode falar um pouco sobre esse evento? Éramos cinco no comité de organização: Claude Brezinski, André Draux, Alphonse Magnus, André Ronveaux e eu. Decidimos que a conferência seria dedicada a Edmond Laguerre para comemorar o centésimo quinquagésimo aniversário do seu nascimento em Bar-le-Duc, e convidámos Jean Dieudonné a apresentar uma palestra plenária sobre a obra matemática de Edmond Laguerre. Ele fez rir toda a assistência quando disse que Laguerre não fez absolutamente nada sobre os polinómios que têm o seu nome. Com efeito, nos anos 20, enquanto se elaborava a Mecânica Quântica, foram os físicos que, ao trabalhar na equação de Kummer, uma equação confluyente da equação de Gauss, colocaram em evidência soluções polinómicas que batizaram arbitrariamente como polinómios de Laguerre.

Nessa ocasião, tive a oportunidade de conversar assiduamente com Jean Dieudonné e ele dizia-me: "Devemos praticar métodos algébricos, antes de tudo, quando trabalhamos com polinómios ortogonais". Ora era precisamente o que eu já tinha começado a fazer.

Gostava de assinalar que, dentre os organizadores, Alphonse Magnus era o que sabia mais sobre os polinómios. Por exemplo, foi ele que me disse que Geronimus foi o primeiro a construir os polinómios clássicos a partir da propriedade de Hahn utilizando diretamente os momentos da forma. Nestas condições, penso que seria adequado atribuir o nome Geronimus à equação funcional verificada por uma forma semiclássica, em vez de seguir esta moda atual que consiste em falar de equação de Pearson, em alusão a um notável matemático estatístico dos princípios do século XX, mas que a nenhum título deve ser citado nesta circunstância.

Teve dificuldades em fazer aceitar o seu ponto de vista algébrico pelos seus pares? Quando fazia comunicações em conferências, qual era a reação dos outros matemáticos?

Havia pessoas que pensavam que, fora do âmbito definido positivo, os polinómios ortogonais não existiam. Esta pergunta faz-me lembrar uma anedota bastante significativa.



Durante um colóquio, eu disse a um colega que a sucessão de polinómios de Laguerre, considerada para um valor estritamente complexo do seu parâmetro α , com $\Im(\alpha) > 0$, não deixa de existir. Ele replicou que tal não era possível. Com efeito, a forma de Laguerre é regular se e somente se $\alpha \neq -n, n \in \mathbb{N}$. Isto significa precisamente que a sucessão de Laguerre de índice $\alpha \neq -n, n \in \mathbb{N}$ existe. É verdade que, para valores estritamente complexos do parâmetro, pode ter-se dificuldade em encontrar uma representação integral à forma de Laguerre, mas a forma não deixa de existir. Em geral, a questão da representação integral de uma forma regular é um problema de Análise mais difícil do que o problema colocado inicialmente. Continuando a conversa com aquele colega, acrescentei que, além disso, os zeros (raízes) de um polinómio qualquer dessa sucessão são complexos, em geral, mas são sempre simples. O que significa, que a simplicidade dos zeros não é devida ao carácter definido positivo, mas ao carácter semi-clássico segundo a relação de estrutura. Então, ele riu-se

de mim e não quis crer nas minhas afirmações.

Um outro aspeto que também cria polémica é a classificação dos polinómios ortogonais clássicos. Segundo a minha abordagem, clássico corresponde a uma noção matemática precisa, ou seja, à verificação da propriedade de Hahn. Nesse sentido, existem unicamente quatro famílias clássicas: as famílias de Hermite, Laguerre, Bessel e Jacobi. A sucessão de Hermite é definida positiva, a de Laguerre é definida positiva se $\alpha > -1$, a de Jacobi é definida positiva se $\alpha > -1$ e $\beta > -1$. Assim sendo, as três sucessões precedentes têm o estatuto de sucessão clássica. A sucessão de Bessel, que depende de um parâmetro, nunca é definida positiva, pelo que lhe é recusado o estatuto de sucessão clássica, o que é aberrante, uma vez que ela satisfaz plenamente a propriedade de Hahn. Conclusão: como no romance de Alexandre Dumas, na realidade os três mosqueteiros eram quatro.

E quando submetia os artigos para publicação, qual era a reação dos referees?

Por vezes, recebi críticas que me motivaram ainda mais a prosseguir na via que introduzi. Devo dizer que nunca senti dificuldade de maior em ter todos os meus trabalhos aceites para publicação. Nunca me faltaram argumentos matemáticos para me opor às críticas que me foram feitas e sempre consegui colocar os meus artigos nas revistas que considere apropriadas e interessantes. Acho que tive a sorte de ter uma carreira fácil. Gostaria também de salientar que Theodore Chihara sempre foi favorável ao meu ponto de vista algébrico, como se pode constatar lendo os *reviews* que ele escreveu sobre as minhas publicações.

Teve uma atividade e uma influência importantes em Espanha. Quando e em que circunstâncias teve início essa colaboração?

Conheci a equipa espanhola, cujo chefe era Francisco Marcellán, em Bar-le-Duc, em 1984, durante o colóquio dedicado a Edmond Laguerre. Posteriormente, Marcellán foi passar seis meses a Paris. Assistia e participava regularmente nas sessões de trabalho que decorriam todas as quartas-feiras no meu gabinete em Jussieu. Eu também fui a Madrid, mas por estadias de apenas alguns dias, unicamente para participar em júris de teses. O colóquio de Bar-le-Duc esteve, pois, na origem de uma colaboração franco-espanhola sobre os polinómios semiclássicos, a qual não durou mais do que uma década, pois a deontologia de Marcellán não é a minha. A via ficou livre para uma futura colaboração franco-portuguesa,



que teve início no final do século passado, que perdura até aos dias de hoje e da qual se encontram vestígios pré-históricos em Paris de dezembro de 1995, onde se encontrava a Zélia de passagem, com o objetivo de ir para Lille. Bloqueada pelas greves dos Caminhos de Ferro Franceses, forçada a permanecer em Paris, ela começou a preparar um dossier para enviar à FCT de Lisboa... Às vezes, as colaborações funcionam.

SOBRE OS AUTORES

Kenier Castillo. Especialista em Funções Especiais e Polinómios Ortogonais. Desde dezembro de 2018 é Investigador do Centro de Matemática da Universidade de Coimbra (CMUC) e membro do corpo docente do Programa Inter-Universitário de Doutoramento em Matemática organizado pelas Universidades de Coimbra e Porto.

Zélia da Rocha é Professora Auxiliar no Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto e é membro integrado do Centro de Matemática da Universidade do Porto. Desde 1995 que mantém uma colaboração regular com Pascal Maroni tendo com ele publicado vários artigos científicos e supervisionado várias teses de mestrado e de doutoramento.

As fotografias foram tiradas na Sala de Reuniões do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra.