

UM EXEMPLO DA MATEMÁTICA NA IA

A Inteligência Artificial vai modelar o futuro das sociedades, sendo que um dos seus aspetos mais salientes está relacionado com a Aprendizagem Automática (*Machine Learning*). Qual é o papel da matemática nesta área do conhecimento?



PAULA AMARAL
Univ. Nova
de Lisboa

pt-maths-in@spm.pt

1. A IA E A 4.ª REVOLUÇÃO INDUSTRIAL

A Inteligência Artificial está na agenda social, política e científica e há boas razões para isso, com mais ou menos exageros. Foi notícia recentemente em Portugal a utilização de uma foca *robot* terapêutica, o "Paro". A terapia baseada em animais de companhia para problemas do foro mental e afetivo não é nova [1], tendo sido formalmente instituída em 1953 com os trabalhos do psiquiatra Boris Levinson, existindo no entanto registos anteriores, já de 1792, constatando os benefícios desta prática. No entanto, o que é novo é a substituição de um animal por uma máquina, que, de acordo com o seu inventor, Takanori Shibata, tem a vantagem de que, em ambiente hospitalar ou de cuidados a idosos, não implica o risco de alergias ou infeções. A discussão sobre os aspetos sociológicos da substituição de animais por *robots* levar-nos-ia muito longe mas não é um tópico a discutir neste artigo, sendo que o desemprego iminente dos animais domésticos está longe de ser um dos aspetos mais salientes da disrupção criada pela Inteligência Artificial (IA) nas nossas sociedades.

Foi realizado em 2015 pelo Fórum Económico Mundial [2] um estudo com o objetivo de identificar as tecnologias mais socialmente disruptivas, ou seja, implicando profundas alterações no nosso modo de vida, e a previsibilidade de até 2025 se poder considerar que o ponto de viragem (pv) já tivesse ocorrido. O ponto de viragem corresponde a uma implantação considerada significativa no domínio público. As mudanças fundamentais verificar-se-iam: na

pegada digital [ponto de viragem (pv) quando se aplicar a 80% dos cidadãos]; na visão como uma nova interface (pv com 10% de óculos de leitura ligados à Internet); na Internet vestível (pv com 10% das pessoas com roupa conectada à Internet); na computação ubíqua (pv quando 90% da população tiver acesso regular à Internet); nos supercomputadores de bolso (pv quando 90% da população for possuidora de um *smartphone*); no armazenamento de dados (pv com 90% da população com acesso a armazenamento ilimitado gratuito); na Internet das e para as coisas (pv quando um bilhão de sensores estiverem conectados à Internet); nas casas conectadas (pv quando mais de 50% do tráfego de Internet nas habitações for dedicado a equipamento e dispositivos); nas cidades inteligentes (pv quando da primeira cidade com mais de 50.000 habitantes sem semáforos); no Big Data para decisões (pv para o primeiro Governo a substituir os censos por fontes de Big Data); nos automóveis sem condutor (pv quando houver 10% de automóveis sem condutor em circulação); com a IA na tomada de decisões (pv quando a primeira máquina de IA participar num conselho de administração) e nos empregos administrativos (pv para 30% de auditorias realizadas por IA); na robótica e snos erviços (pv com o primeiro *robot* farmacêutico); Bitcoin e Blockchain (pv com 10% do PIB mundial armazenado pela tecnologia Blockchain); na economia partilhada (pv quando houver mais viagens partilhadas do que em automóveis privados); para Governos e Blockchain (pv com impostos cobrados por Blockchain); na impressão 3D no fabrico (pv

com primeiro automóvel impresso), na saúde (pv com aplicação ao transplante de órgãos) e nos bens de consumo (pv para 5% dos produtos comuns produzidos por impressão 3D); nas tecnologias implantáveis (pv para o primeiro telemóvel implantado); nos seres projetados (pv aquando do nascimento do primeiro humano com um genoma editado direta e deliberadamente) e finalmente na neurotecnologia (pv para o primeiro humano com memória artificial implantada no cérebro).

Esta já iniciada "Quarta Revolução Industrial" começa a dar mostras de um desenvolvimento muito acelerado em determinadas áreas, com um efeito de "bola de neve", sendo previsível que o ponto de viragem de alguns dos fatores de mudança acima descritos venha a ocorrer até 2025. Veja-se, por exemplo, o caso da Oxbotica e dos carros auto dirigidos entre Oxford e Londres. Por estes fatores a IA e a Indústria 4.0 ganham foros de tema global, começando a pecar por ser tardia, de acordo com alguns peritos, a reação dos Governos, das empresas e das instituições [3][4].

Um dos pilares ou, dependendo das definições que se considerar, uma das principais aplicações da IA é a Aprendizagem Automática (*Machine Learning*), definida em 1959 por Arthur Samuel como sendo "uma área de estudo que capacita os computadores de aprendizagem sem uma programação explícita para tal". Introduzindo a ideia de uma aprendizagem contínua mesmo sem intervenção humana, Tom Mitchell [5] propõe o conceito de Aprendizagem Automática como a construção de programas com a capacidade de se melhorarem automaticamente com a experiência. Numa definição mais formal, um programa informático diz-se capaz de aprender com a experiência "E" relativamente a uma classe de tarefas "T" e medida de aprendizagem "P" se, relativamente às tarefas "T", a medida de desempenho "P" é incrementada pela experiência "E". Por exemplo, se "T" representar "jogar xadrez", "E" representa um conjunto de jogos efetuados, e "P" a probabilidade de ganhar o próximo jogo.

2. PROBLEMAS DE CLASSIFICAÇÃO

A Aprendizagem Automática pode seguir dois paradigmas distintos, com ou sem supervisão (*supervised/unsupervised learning*). Considere-se como um caso desta aprendizagem a classificação automática, ou seja, um programa que, dado um *input* consegue atribuir-lhe automaticamente uma etiqueta. Por exemplo, dados os registos médicos de um paciente, conseguir fazer um diagnóstico correto para uma determinada doença ou, então, verificar se ele é propenso (acima de 60% de probabilidade) à mesma.

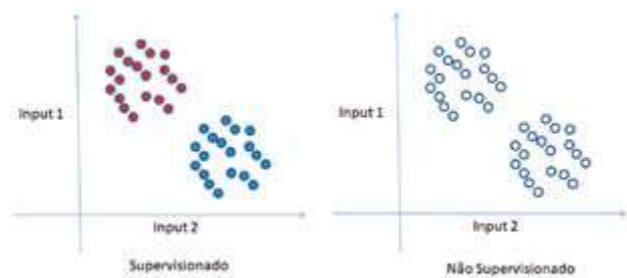


Figura 1. Aprendizagem supervisionada versus não supervisionada

No caso, da aprendizagem supervisionada, o classificador automático é treinado recorrendo a um historial de dados de diversos indivíduos, sendo para estes conhecido o registo médico e sabendo-se à partida a ocorrência ou não da doença. Na figura 1, ser, ou não ser, portador da doença está assinalado com a diferença de cor dos pontos do gráfico. No caso não supervisionado, essa informação não está disponível e o que se pretende é ser capaz de identificar dois grupos distintos de indivíduos. O primeiro caso pode ser abordado por um método de classificação SVM (*Support Vector Machine*), no segundo caso, por exemplo, por Agregação (*Clustering*). Ambos os métodos implicam a resolução de um problema de otimização (num caso contínuo, no outro discreto). Analisemos o primeiro caso.

2.1 SVM como um problema de otimização

No caso dos SVM [6], utilizando o caso mais simples de duas classes (azuis e vermelhas na figura 1) linearmente separáveis, o que se pretende é determinar um hiperplano (neste caso, uma reta) de separação das duas classes.

Na figura 2 as retas a azul permitem, todas elas, separar os dois conjuntos, no entanto, o que se pretende é identi-

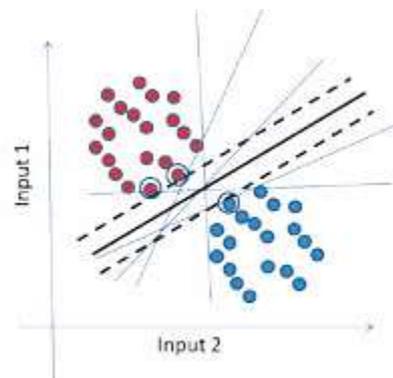


Figura 2. Classificação com SVM.

ficar a reta de separação cuja distância a qualquer um dos pontos das diferentes classe é máxima. Essa reta corresponde à indicada na figura 2 a cheio e é paralela e equidistante a outras duas, assinaladas a tracejado. Os pontos de cada classe (dois vermelhos e um azul assinalados com uma circunferência em torno) que pertencem a essas retas e que definem a distância máxima de separação, são os vetores de suporte.

O hiperplano $w^T x + w_0 = c$, considerando duas classes C_1, C_2 de pontos em \mathbb{R}^m , é determinado começando por considerar um conjunto de N pontos de treino (x_i, y_i) com $i = 1, \dots, N$ e $y_i = 1$ para os pontos pertencentes a uma classe e $y_i = -1$ para a segunda classe. Assume-se a existência de hiperplanos capazes de separar os pontos das duas classes, ou seja, que

$$\hat{w}^T x_i + \hat{w}_0 > 0 \text{ para } y_i = 1 \quad (2.1)$$

$$\hat{w}^T x_i + \hat{w}_0 < 0 \text{ para } y_i = -1. \quad (2.2)$$

Considerando que as duas classes são linearmente separáveis, nenhum ponto se encontra no hiperplano de separação. Logo, (2.1-2.2) corresponde a

$$\hat{w}^T x_i + \hat{w}_0 \geq \alpha \text{ para } y_i = 1 \quad (2.3)$$

$$\hat{w}^T x_i + \hat{w}_0 \leq -\alpha \text{ para } y_i = -1. \quad (2.4)$$

com algum valor de $\alpha > 0$. Dividindo ambos os membros (2.3-2.4) por α , obtém-se

$$w^T x_i + w_0 \geq 1 \text{ para } y_i = 1 \quad (2.5)$$

$$w^T x_i + w_0 \leq -1 \text{ para } y_i = -1 \quad (2.6)$$

ou seja,

$$y_i(w^T x_i + w_0) > 1 \text{ para } i = 1, \dots, N. \quad (2.7)$$

Para todo o c tal que $-1 < c < 1$, $D(x) = w^T x + w_0 = c$ é um hiperplano de separação sendo que para $c = 0$ o mesmo se encontra no meio dos que correspondem a $c = 1$ e $c = -1$. A distância entre o hiperplano de separação e os pontos de treino mais próximos é denominada *margem*. O hiperplano optimal é o que corresponde ao maior valor de *margem*. A distância euclidiana entre um ponto x_i e o hiperplano $D(x) = 0$ é dada por

$$\left\| -\frac{D(x_i)}{\|w\|} \right\|,$$

logo para todo o $i = 1, \dots, N$ deve verificar-se

$$\frac{y_i D(x_i)}{\|w\|} \geq \delta,$$

onde δ é a *margem*. Uma vez que a norma de w pode tomar qualquer valor, para regularização introduz-se a restrição $\delta \|w\| = \beta$. Assim sendo, $\delta = \beta \|w\|^{-1}$. Logo, determinar a *margem* máxima corresponde a determinar o máximo valor de δ , através da resolução do problema de otimização,

$$\min Q(w) = \frac{1}{2} \|w\|^2 \quad (2.8)$$

$$y_i(w^T x_i + w_0) \geq 1 \text{ para } i = 1, \dots, N \quad (2.9)$$

$$w \in \mathbb{R}^m. \quad (2.10)$$

Esta formulação pode ser facilmente estendida ao caso em que os dados não são rigorosamente linearmente separáveis, quer porque existe alguma sobreposição entre as classes ou quer porque a separação não é linear como é apresentado nos dois primeiros gráficos da figura 3. Neste caso é introduzida uma "folga" (*soft margins*) na definição da margem pela introdução de um vetor ϵ e um *Kernel* ϕ nos vetores de entrada, aumentando a dimensão dos dados e promovendo uma separação linear, como ilustrado no último gráfico da figura 3.

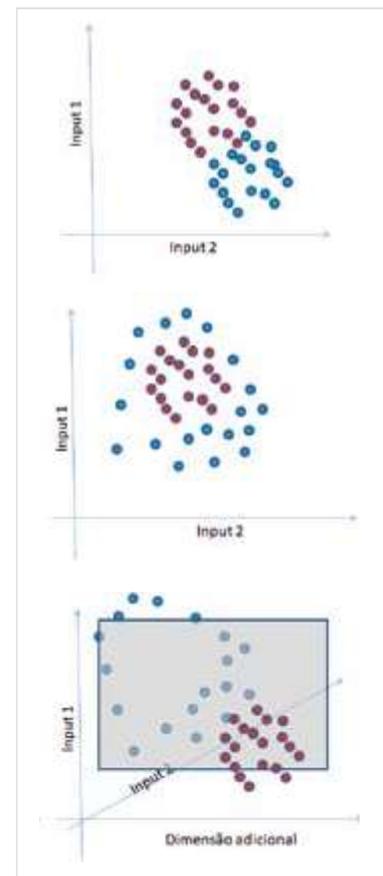


Figura 3. Pontos não linearmente separáveis.

O classificador é, neste caso, determinado pela resolução do seguinte problema:

$$\min Q(w) = \frac{1}{2} \|w\|^2 + K \|\epsilon\|_1 \quad (2.11)$$

$$y_i(w^T \phi(x_i) + w_0) \geq 1 - \epsilon_i$$

com $\epsilon_i \geq 0, i = 1, \dots, N$ (2.12)

$$w \in \mathbb{R}^m. \quad (2.13)$$

Uma vez determinado o hiperplano, a classificação para cada novo ponto x torna-se simples, bastando para tal verificar a qual dos semi espaços definidos pelo hiperplano de separação o ponto pertence. Voltando ao exemplo médico já referido, dado um conjunto de treino relativo a N doentes, para os quais se conhecem m características (peso, tensão arterial, resultados de análises de sangue, etc.) e se sabe se tinham, ou não, a doença em estudo, constrói-se o classificador. Na presença dos dados de um novo doente, para o qual se pretende diagnosticar a existência dessa doença, o classificador automaticamente produz a resposta. Claro que associada a cada classificador existe a possibilidade de erro. Essa capacidade de acertar a resposta, fazendo a classificação correta, é referida como o poder de generalização do classificador.

NOTA FINAL

O icebergue da matemática é usado muitas vezes para descrever os algoritmos matemáticos que existem por detrás

das aplicações, dos métodos e das técnicas para resolver problemas reais complexos. Muito se tem procurado fazer para tornar a matemática mais visível e, para que lhe sejam atribuídos os méritos, sobretudo em áreas científicas de grande destaque e atualidade como é a Inteligência Artificial. Num pequeno e modesto contributo, apresentámos aqui um pequeno exemplo de como o *Machine Learning* e a Matemática são por vezes "quase" a mesma coisa.

REFERÊNCIAS

- [1] Cusack, Odean. *Pets and mental health*. RoutledgeU, 2014.
- [2] *Deep Shift: Technology Tipping Points and Societal Impact*, GAC15, WEF, 9 de setembro de 2015.
- [3] Schwab, Klaus. *A Quarta Revolução Industrial*. WEF, Levoir, 2016.
- [4] Helbing, Dirk. *The Automation of Society is Next*. 2015.
- [5] Mitchell, Tom M. *Machine Learning*. WCB, 1997.
- [6] Abe, Shigeo. *Support Vector Machines for Pattern Classification*. Springer, 2005.



Visite o site da
Gazeta de Matemática.

www.gazeta.spm.pt

Para aceder à área reservada a assinantes,
solicite o seu código de subscrição através
do e-mail gazeta@spm.pt