

COORDENADORA



PAULA AMARAL
Universidade
Nova de
Lisboa
pt-maths-in@
spm.pt

AUTORAS

ANA FIDALGO
amdfidalgo@
gmail.com

MARINA FERREIRA
m.amado-
ferreira14@
imperial.ac.uk

ESTRUTURA DE ESPELHOS EM PAINÉIS FOTOVOLTAICOS – CONFIGURAÇÕES ÓTIMAS PARA AUMENTAR A EXPOSIÇÃO SOLAR DURANTE UM DIA

A incorporação de estruturas espelhadas em painéis fotovoltaicos é uma das técnicas utilizadas para aumentar a eficácia dos mesmos. Mas que tipo de superfície deve ter a estrutura? É a essa questão que procuramos responder neste artigo, tendo em conta não só a eficiência energética como também a simplicidade e a viabilidade da sua construção.

1 INTRODUÇÃO

Os painéis fotovoltaicos têm-se revelado cada vez mais importantes no contexto mundial da produção de energia. De acordo com a Agência Internacional de Energia, a energia solar tem o potencial de trazer contribuições consideráveis na resolução de alguns dos problemas mais urgentes que enfrentamos atualmente, nomeadamente no combate às alterações climáticas [1]. Torna-se assim fundamental encontrar novas formas de aumentar a sua eficiência. Uma solução comum, simples e de baixo custo consiste em incorporar uma estrutura espelhada que possibilita a reflexão dos raios solares para o painel, aumentando a intensidade da radiação recebida por este. A figura 1 mostra algumas estruturas possíveis para os painéis e espelhos. Neste artigo, propomos alternativas que consideramos serem mais eficientes.

Apresentamos de seguida uma descrição detalhada do problema industrial. Pretendemos otimizar a exposição solar global do painel fotovoltaico ao longo de todo o dia, para todas as posições relativas do Sol. O sistema painel-espelhos deve ser estático e de baixa manutenção. Uma vez que esta estrutura será para uso industrial, devemos ainda ter em conta o custo e a viabilidade da sua construção.

Para podermos comparar estruturas diferentes será

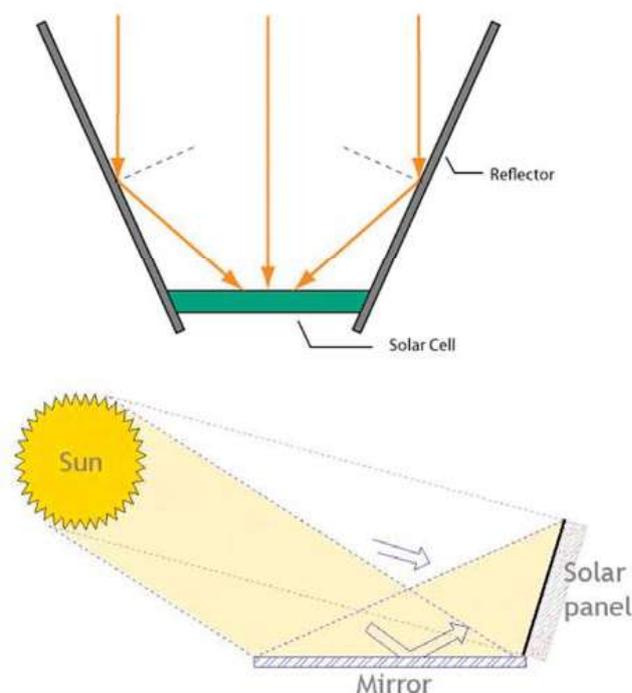


Figura 1. Possíveis configurações em 2D de estruturas de espelhos em painéis fotovoltaicos obtidas em [2] (em cima) e em [3] (em baixo).

necessário perceber primeiro o movimento aparente do Sol no céu e que parte da radiação emitida é que chega ao painel num dado momento.

Para tal, procuramos responder às seguintes questões:

1. Qual é a trajetória do Sol no céu?
2. Que percentagem da energia emitida pelo Sol é absorvida pelo painel?

Quando modelamos os raios solares que chegam à

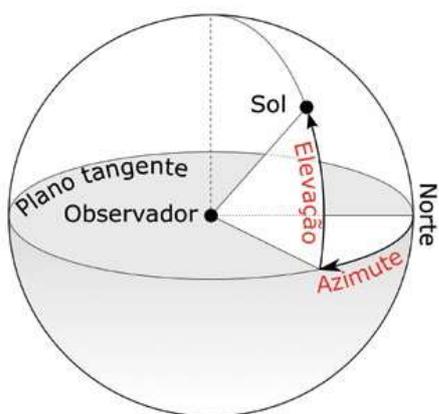


Figura 2. Representação da esfera celeste. Esquema tirado da Wikipedia e editado.

Terra, temos de ter em conta o dia, a hora e a localização geográfica dos painéis. Para termos uma ideia da complexidade deste desafio, apresentaremos de seguida um modelo para a trajetória do Sol no céu.

Imaginemos que estamos posicionados algures no deserto a apontar para o Sol. O nosso objetivo é medir o movimento do Sol relativamente à nossa posição na Terra. A primeira coisa que podemos fazer é identificar a nossa perspetiva dos corpos celestes com uma esfera centrada em nós, em que os corpos celestes são projetados na esfera. A tal esfera chamamos *esfera celeste*. Imaginemos que debaixo dos nossos pés temos um *plano tangente* à Terra nesse ponto onde nos encontramos. Esta situação está ilustrada na figura 2. Se projetarmos o segmento de reta que nos liga ao Sol no plano tangente, obtemos o *raio projetado*. Usando uma bússola, conseguimos identificar a direção do polo norte magnético terrestre. Com isto obtemos dois ângulos. O primeiro é o *azimute*, que corresponde ao ângulo entre o raio projetado e a reta que nos liga ao polo norte. O segundo ângulo é chamado *elevação* ou *altura* e corresponde ao ângulo entre o segmento de reta que nos liga ao Sol e o plano tangente. Estes dois ângulos estão representados na figura 2 e são suficientes para calcular a trajetória do Sol durante um dia. Na figura 3 podemos observar a elevação em função do azimute em Coimbra para diferentes alturas do ano. A elevação máxima de 74°



Figura 3. Elevação em função do azimute (em graus) para diversas alturas do ano em Coimbra (latitude: 40.35°). Este gráfico foi obtido através de um programa disponibilizado pelo Radiation Monitoring Laboratory, Universidade de Oregon [7].

é atingida no dia 21 de junho.

Para respondermos à segunda questão, comecemos por enumerar os parâmetros que influenciam a energia absorvida por um painel solar. Por exemplo, um painel consegue apenas absorver até 40% da energia da radiação incidente [4]. A intensidade da radiação solar depende das condições meteorológicas [5] e da distância entre o Sol e a Terra, que varia ao longo do ano. Depois de refletida num espelho, a radiação perde energia, os melhores espelhos atingem uma eficiência de cerca de 85% [6]. Para simplificar, não consideramos estas observações. Algumas delas são constantes, de modo que se podem usar valores normalizados, outras delas provocam apenas pequenas variações na energia absorvida e podem, portanto, ser desprezadas. Teremos apenas em conta que no caso de um painel com uma estrutura de espelhos anexada, tal como representado na figura 1, a radiação que chega ao painel corresponderá à soma das componentes normais dos raios diretos e dos raios refletidos.

Na próxima secção apresentamos a nossa abordagem ao problema, em que propomos a curvatura e a posição ótimas do espelho, que maximizam a energia recebida pelo painel ao longo de todo o dia.

2. MODELO MATEMÁTICO EM 2D E 3D

Começamos por assumir que os raios solares que chegam a um ponto na superfície da Terra durante um dia inteiro estão contidos num plano e que o ângulo desse plano relativamente ao plano tangente à Terra corresponde à elevação do Sol ao meio-dia, o qual designaremos de θ (ver figura 4). Supomos também que não há dissipação de energia durante todo o processo e que o painel solar está contido no plano perpendicular ao plano do movimento aparente do Sol. Consideremos, então, o caso bidimensional em que os raios incidentes fazem um ângulo α (note que ao meio-dia α coincide com o ângulo θ) e o espelho faz um ângulo β com o plano tangente à Terra nesse ponto, como está esquematizado na figura 5. Os ângulos são medidos em radianos. Para maximizar a energia que chega ao painel, temos de escolher o ângulo β do espelho de modo a que, para um dado α , os raios refletidos sejam perpendiculares ao painel solar.

De acordo com a lei da reflexão, o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão, isto é, $\beta - \alpha$. Tem-se ainda que os ângulos definidos pela direção normal ao painel solar e a cada borda do espelho são verticalmente opostos, pelo que cada um mede $\pi/2 - \beta$ radianos. Para que os raios solares sejam normais ao painel solar, o ângulo entre

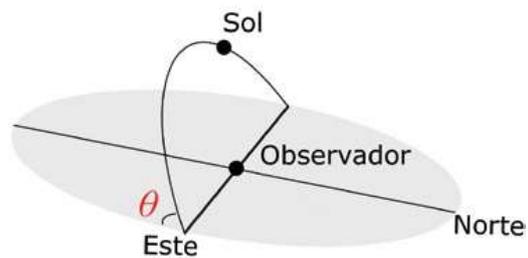


Figura 4. Representação do ângulo θ que o plano do movimento aparente do Sol faz com o plano tangente à Terra no ponto do observador.

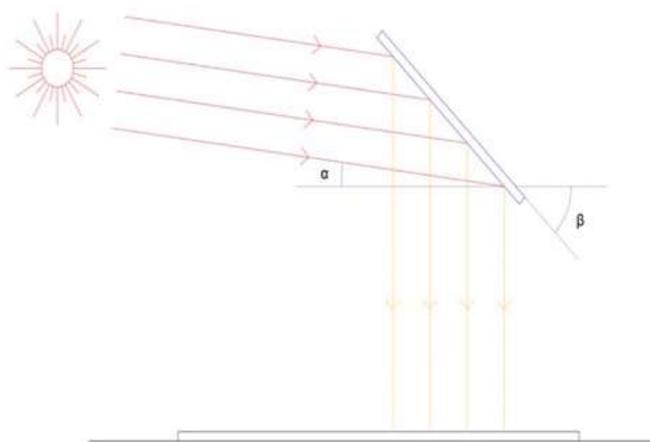


Figura 5. Esquema dos raios refletidos a atingir o painel solar perpendicularmente.

os raios refletidos e a direção normal ao painel solar, com $\pi/2 - \beta - (\beta - \alpha)$, tem de ser 0 radianos. Se resolvermos esta equação em ordem a β obtemos $\beta = \pi/4 + \alpha/2$, onde $\alpha \in [0, \pi/2[$.

O próximo passo é determinar a curva, que denominamos de *curva ortogonalizante*, cujas derivadas são iguais aos diferentes valores de $\tan(\beta)$, onde β representa o ângulo dado pela expressão acima.

Uma vez que queremos uma curva decrescente, as derivadas terão de ser negativas. Logo, de $\beta = \pi/4 + \alpha/2$ segue que $\beta = \pi - (\pi/4 + \alpha/2) = 3\pi/4 - \alpha/2$ e a equação diferencial a resolver é

$$\frac{dy}{dx} = \tan(\beta) = \tan\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{x}{2}\right), \quad x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[.$$

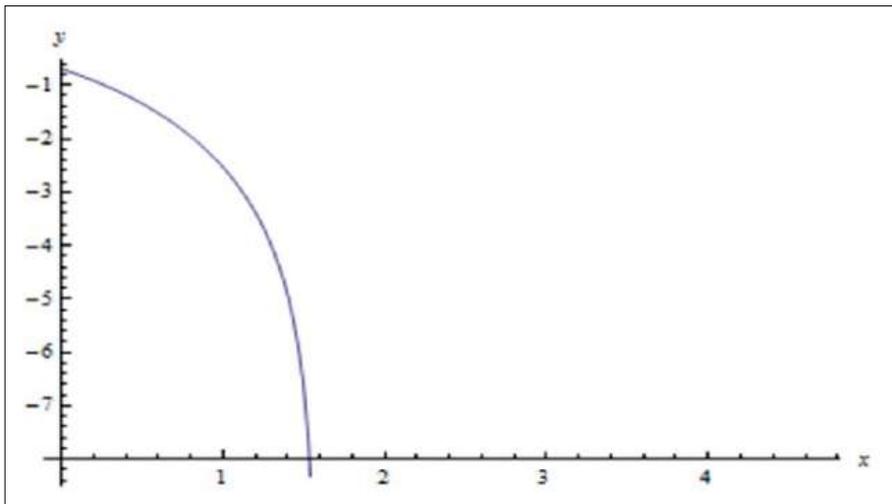


Figura 6. Representação do gráfico da curva ortogonalizante definida por $y = 2\log(\cos(1/4(2x + \pi)))$, para $x \in [0, \pi/2]$.

A solução é

$$y(x) = 2\log\left(\cos\left(\frac{1}{4}(2x + \pi)\right)\right) + C, \quad x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right].$$

e um gráfico desta função para $C = 0$ pode ser visto na figura 6.

Esta curva tem a seguinte propriedade: para todo o $\alpha \in [0, \pi/2[$, existe um ponto na curva tal que os raios refletidos são normais à linha horizontal, que representa o painel solar. É devido a esta propriedade que podemos concluir que a curva ortogonalizante corresponde à solução ótima para o caso 2D.

De seguida, apresentamos a primeira generalização 3D do modelo 2D, a superfície ortogonalizante, que foi projetada para painéis solares retangulares. A estrutura é constituída por dois espelhos posicionados ao centro do painel, com curvatura igual à curva ortogonalizante, virados para lados opostos (ver figura 7). Isto faz com que um dos espelhos funcione durante a manhã, com $\alpha \in [0, \pi/2[$, e o outro durante a tarde, com $\alpha \in]\pi/2, \pi]$.

O painel solar deverá ser instalado perpendicularmente ao plano do movimento aparente do Sol. Isto é, o painel deverá fazer um ângulo de $90^\circ - \theta$ com o plano tangente à Terra. Mas θ varia ao longo do ano. Por exemplo, em Coimbra, varia entre 27° (no solstício de inverno) e 74° (no solstício de verão), como podemos ver na figura 3. Uma vez que os raios são mais fracos no inverno, o painel solar deverá ser fixado de forma a maximizar a energia no inverno. O que no nosso exemplo corresponde a um ângulo de aproximadamente $90^\circ - 27^\circ = 63^\circ$.

O problema abordado neste trabalho é bastante com-

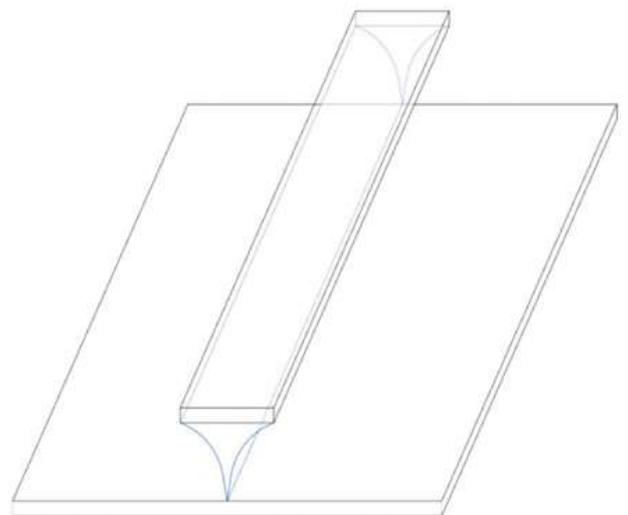


Figura 7. Representação do sistema espelho-painel baseado na superfície ortogonalizante.

plexo devido ao elevado número de variáveis envolvidas e a sua solução não é única. Outras estruturas tridimensionais deverão ser consideradas para avaliar as vantagens relativas da nossa proposta.

O problema tratado neste artigo foi proposto por

Francisco Cardoso (professor no Departamento de Física na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra e membro do Centro de Instrumentação, onde lidera o Grupo de Automação e Instrumentação Industrial) e Flávio Cordeiro (*product developer* na empresa Eneida W & S, www.eneida.io) e a resolução apresentada foi desenvolvida por Ana Fidalgo, André Gomes, António Goucha, Daniela Jordão, Marina Ferreira e Sandra Lang no âmbito da *I Semana de Modelação Ibérica*, que decorreu de 7 a 12 de setembro de 2014, no Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

REFERÊNCIAS

[1] International Energy Agency. *Solar Energy Perspectives: Executive Summary 2011*. Archived from the original (PDF) on December 3, 2011.

[2] Sadyrbayev, S., Bekbayev, A., Zhumayev, A., Yertayev, D., Ybyraiymkul, D., "Design and Research of Mirror Augmented Photovoltaics", *Condition of Town Almaty & World Applied Sciences Journal* 31(1) : 128 – 132, 2014.

[3] <http://www.geo-dome.co.uk/article.asp?uname=solarmirror>

[4] <http://www.all-recycling-facts.com/solar-energy-efficiency.html>

[5] <http://www.deanza.edu/faculty/hamidiridha/esci61/pdf/esci61-solar-radiation-slides.pdf>

[6] Armitage, D., Underwood, I., Wu, Shin-Tson. *Introduction to Microdisplays*. John Wiley & Sons, 2006.

[7] <http://solar.dat.uoregon.edu/SunChartProgram.php>

QUER SER SÓCIO DA SPM?

Veja as vantagens e condições no verso.



CONSTRUA UMA BANDA DE MÖBIUS

