

DEZ ANOS DE ENCONTROS ENTRE A MATEMÁTICA E A INDÚSTRIA EM PORTUGAL

ELIANA COSTA E SILVA^a, ISABEL CRISTINA LOPES^b E ALDINA CORREIA^c

CIICESI/ESTG - POLITÉCNICO DO PORTO^{a, c}, CENTRO ALGORITMI^a E LEMA/ISCAP - POLITÉCNICO DO PORTO, PORTUGAL^b

eos@estg.ipp.pt^a, cristinalopes@iscap.ipp.pt^b e aic@estg.ipp.pt^c

Processos aparentemente tão distintos como os que envolvem sapatos, vinho, eletricidade, hotéis e ordens de fabrico estão, afinal, relacionados: todos eles podem ser tornados mais eficientes através da utilização de técnicas matemáticas! Estes assuntos foram o mote para o centésimo décimo nono *European Study Group with Industry* – ESGI 119, que decorreu na Porto Design Factory, entre os dias 27 de junho e 1 de julho de 2016. Este evento, organizado pela Escola Superior de Tecnologias e Gestão de Felgueiras (ESTGF) e pela Escola Superior de Estudos Industriais

e de Gestão (ESEIG), do Politécnico do Porto, reuniu académicos das mais diversas áreas da matemática com experiência na resolução de problemas industriais, para transferência de I&D. Sugerindo metodologias da sua área de especialização, os participantes trabalharam em colaboração durante uma semana, para dar resposta aos desafios colocados pelas empresas. Esta foi a décima edição em Portugal de uma série de eventos que tem juntado anualmente empresas e matemáticos na resolução de problemas reais com os quais as empresas se deparam diariamente.

1. EUROPEAN STUDY GROUPS WITH INDUSTRY: O QUE SÃO E COMO FUNCIONAM

Os *European Study Groups with Industry* (ESGI) tiveram origem no Reino Unido, em 1968, na Universidade de Oxford, sob o nome de *Oxford Study Groups with Industry*. Desde então, o conceito foi adotado por vários países, tendo-se revelado particularmente eficaz na criação de ligações entre os matemáticos e a indústria um pouco por toda a Europa [10, 11]. Desde 1987, a coordenação dos ESGI tem sido feita pelo *European Consortium for Mathematics in Industry* (ECMI), um consórcio de instituições académicas e de empresas que, operando à escala europeia, pretende promover o uso de matemática no tecido empresarial e, simultaneamente, fomentar a formação de jovens matemáticos industriais [1]. Países como Portugal, Bulgária, Dinamarca, Espanha, Holanda, Inglaterra e Irlanda, entre outros, têm-se revelado particularmente ativos na promoção



Figura 1. Grupo de trabalho do desafio proposto pela Active Space Technology no ESGI 92, que decorreu em Coimbra, em 2013.



Figura 2. Grupo de trabalho do desafio proposto pela Aveleda S.A. no ESGI II9, que decorreu no Porto, em 2016.

regular destes eventos. A experiência europeia foi adotada um pouco por todo o mundo, sendo possível, hoje em dia, encontrar eventos semelhantes organizados na Austrália, na China, nos EUA, no Canadá e na África do Sul.

Os ESGI têm atraído empresas de todos os setores económicos e de todos os tamanhos, incluindo nomes como Philips, Unilever, IBM e Jaguar – Land Rover. Os mais de 500 relatórios técnicos disponíveis [em 5] atestam bem a diversidade e o número de problemas abordados. Nesse repositório é possível encontrar problemas tão diversos como a otimização do traçado de parques de estacionamento, a redução de vibrações nos trens de aterragem de aviões e a melhoria do processo de deteção de fraudes.

Os ESGI consistem num fórum para empresas e matemáticos trabalharem lado a lado em problemas concretos de importância para a indústria e os serviços. Participam nestes eventos professores, investigadores e estudantes, com competências nas mais diversas áreas da matemática, desde a investigação operacional, à otimização, à estatística, à análise numérica, às ciências da computação, entre outras.

Com ligeiras adaptações em cada país, estes eventos têm lugar em quatro ou cinco dias consecutivos, iniciando-se com a apresentação dos desafios propostos por um representante de cada uma das empresas participantes e terminando com uma breve apresentação dos resultados obtidos até então por parte dos matemáticos envolvidos. Tipicamente, em cada ESGI são apresentados pelas empresas três a seis desafios. No decorrer dos vários dias da semana, desde a manhã até ao fim do dia (e mesmo ao jantar!), os matemáticos formam grupos em que de-

batem ideias, experimentam diferentes modelações, efetuam diversas simulações e, claro, usam um largo leque de técnicas matemáticas. O desafio intelectual que cada um dos problemas proporciona, bem como o espírito de equipa que se cria entre os participantes são, sem dúvida, características que tornam únicos estes encontros.

Os ESGI são encontros de curta duração e, dada a complexidade dos problemas propostos, é pouco provável que, numa semana, se consiga o desenvolvimento de uma solução acabada e pronta a usar. Apesar de tal poder acontecer em casos pontuais, o principal objetivo e a grande mais-valia destes grupos de estudo é a apresentação de novas formas de inovação e desenvolvimento, representadas pelos modelos matemáticos construídos à medida do problema. Estes modelos, ao serem alimentados com os dados fornecidos pelas empresas, conduzem às primeiras simulações, essenciais para avaliar a abordagem proposta. O relatório que cada grupo de trabalho envia posteriormente às empresas tem informação suficiente para permitir aos responsáveis decidirem se continuam o trabalho internamente ou se é vantajoso estabelecer uma colaboração mais duradoura com um ou vários matemáticos para a prossecução de um objetivo específico.

De realçar a importância que os ESGI podem ter para as pequenas e médias empresas. De facto, não tendo os meios nem a necessidade de manter recursos humanos para resolver problemas específicos que podem surgir no decorrer das suas atividades empresariais, as pequenas e médias empresas podem encarar os ESGI como uma oportunidade única para aceder, com custos reduzidos, aos conhecimentos técnicos especializados mais atuais da comunidade científica.

2. OS ESGI EM PORTUGAL

Em Portugal, os ESGI têm-se realizado anualmente, um pouco por todo o País, desde 2007 (figura 3a). Têm sido várias as instituições e os investigadores envolvidos, tanto na organização local como na participação dos ESGI em Portugal. A organização nacional tem estado a cargo de uma comissão coordenadora constituída por matemáticos oriundos de diversos centros de investigação partilhada, em cada ano, com uma comissão organizadora local que varia consoante a instituição de acolhimento do evento. Em [7] e na Tabela 1, é disponibilizado um resumo de todos os ESGI realizados em Portugal.

Desde 2007, participaram nas edições portuguesas dos ESGIs empresas dos mais diversos tamanhos, regiões (fi-

gura 3b) e setores. Áreas tão diversas como transportes, hotelaria e turismo, retalho e distribuição, calçado, têxtil, tecnologias da informação e informática, distribuição de água, serviços financeiros, energia, farmacêutica, consultoria informática, materiais de construção, moldes, papel e cortiça, aeronáutica ou saúde (ver tabela 1) refletem bem a transversalidade da matemática.

Também na resolução dos desafios colocados pelas empresas é usada uma grande diversidade de técnicas e metodologias matemáticas. Além dos conhecimentos inerentes a áreas específicas como otimização combinatória, equações diferenciais, estatística e simulação estocástica, uma das principais mais-valias para industriais e académicos presentes nestas edições prende-se com a utilização das técnicas de modelação matemática como meio de formalização do problema proposto.

Na primeira edição portuguesa dos ESGI (a sexagésima na série europeia) foram apresentados dois problemas e participaram cerca de 30 investigadores, enquanto nas edições subsequentes este número variou entre quatro e seis problemas e estiveram presentes entre 40 e 60 participantes. Além dos participantes portugueses, oriundos das mais diversas instituições (figura 3c), estes eventos têm acolhido matemáticos de diferentes países, incluindo alunos de mestrado e doutoramento.

O ESGI 60, realizado no Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, foi o primeiro ESGI português. Neste

foram propostos dois problemas, pela BRISA e pela Fun Zone Villages. No ano seguinte, em 2008, a Universidade do Porto organizou o ESGI 65, no qual as empresas Grohe, Biosafe e Forever propuseram um total de quatro desafios. Em 2009, a AdP – Águas de Portugal, a Critical Software, a SIBS, a REN e a Sonae Distribuição propuseram cinco desafios para o ESGI 69, na Universidade de Coimbra. A Universidade de Aveiro organizou o ESGI 74, no ano seguinte, tendo sido propostos seis desafios pelas empresas BA Vidro, Bluepharma, Extruverde, Food Bank of Lisbon, Globalvia e Sonae Distribuição. O ESGI 81 teve lugar no Instituto Superior de Economia e Gestão, da Universidade Técnica de Lisboa, em 2011, e contou com quatro desafios colocados pelas empresas Iberomoldes, Critical Software e TAP Maintenance and Engineering. Em 2012, o ESGI 86 teve lugar no Instituto Superior de Engenharia do Porto. Neste evento participaram as empresas Neoturf, TAP Maintenance and Engineering, Sonae Indústria – Produção e Comercialização de Derivados de Madeira, S.A., Euroresinas – Indústrias Químicas, S.A. e INESC. O Instituto Superior de Engenharia de Coimbra organizou no ano se-

▼ Figura 3. Os ESGI têm-se realizado um pouco por todo o País com especial incidência no litoral. Além dos participantes portugueses, oriundos de todo o País, há também a registar investigadores de outros países como Reino Unido, Polónia, Malásia e Cabo Verde.

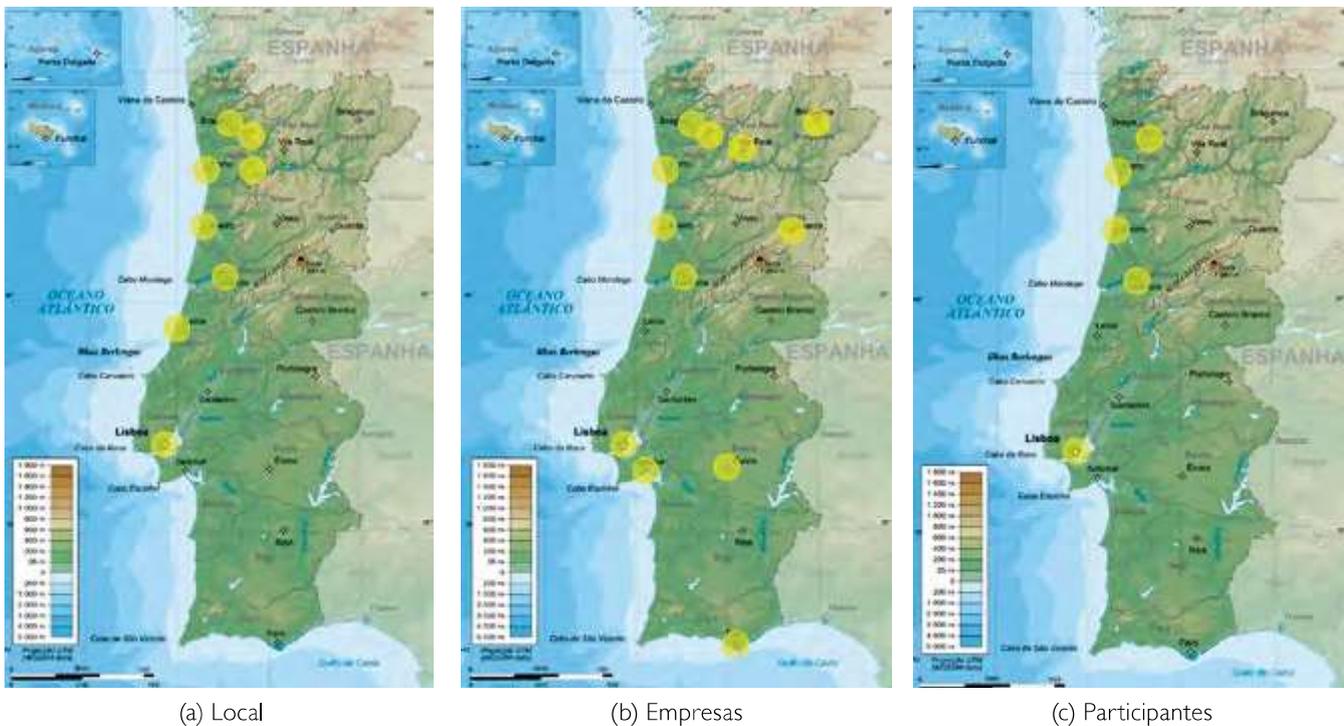


Tabela 1. Dez anos de ESGI em Portugal. (Mais informações em <http://www.spm.pt/pt-maths-in/esgi-portugal>).

2007 – ESGI 60		2012 – ESGI 86	
	Time travel for a single origin-destination		Service scheduling in garden maintenance
	Inverse kinematics for Stewart platform		Optimal scheduling of the engine repair process
2008 – ESGI 65			Modelling fiber flow in fiberboard manufacturing
	Warehouse storing and collecting of parts	(Euroresinas)	Modelling drying process in paper manufacturing
	Electrostatic separation of rubber and textiles		Modelling power networks
	Cooling of a rotor	2013 – ESGI 92	
	Optimization of task assignment in a factory		Modelling percolation and fractal structure in aerogels
2009 – ESGI 69			Model to Estimate and Monitor the progress of System Testing Phase
	Estimating the price elasticity of water		Customer's expected energy consumption
	Fraud detection in plastic card operations	2014 – ESGI 101	
	Optimizing a complex hydroelectric cascade in electricity market		Picking optimization
	Reliability of a customer relationship management		AMT (airline maintenance technicians) timetabling optimization
	Management of stock surplus		Identification of energy supply units
2010 – ESGI 74			Optimizing crew operations in railways and subways
	Lotsizing and Scheduling in BA Vidro		Packing and shipping cardboard tubes efficiently
	BLUEPHARMA	2015 – ESGI 109	
	How far can we go in aluminum extrusion		Modelling and optimization of production scheduling
	Food distribution by a food bank among local social solidarity institutions		Physical model of MDF boards
	Evaluation of taxi services provision on airport terminals curbside for picking up passengers		Setting the Reserve Fleet
	Checkout area design		Surgical cases packages
2011 – ESGI 81			Prediction model to textile parameters
	Multiplier effect of the Engineering & Tooling sector in Portugal		Stock and production planning
	Innovation effect on the Engineering & Tooling sector	2016 – ESGI 119	
	Balanced Scorecard, objectives and its relationships		Time Reduction of the Packaging Process
	Aircraft Components Maintenance Shop Production Planning: Random events prioritization		Revenue Management Pricing in Douro Hotels
			Pattern simulation
			Improving the grape reception process - Harvest
			Optimization of Production Planning

guinte o ESGI 92, tendo sido abordados os problemas propostos pelas empresas Active Space Technologies, Critical Software, Tula e Sonae MC. O ESGI 101 teve lugar na Universidade Nova de Lisboa, em 2014. Neste evento participaram as empresas TAP Maintenance and Engineering, EDP, SISCOG e Spiralpack, tendo cada uma apresentado um desafio. Em 2015, a Universidade do Minho organizou o ESGI 109, que contou com os seis desafios colocados pelas empresas Estamparia Têxtil Adalberto Pinto da Silva S.A., Transportes Urbanos de Braga, Continental e duas empresas que preferiram manter o anonimato, sendo uma da área do mobiliário e outra da área do calçado.

O décimo ESGI realizado em Portugal, ESGI 119, foi fruto de uma organização conjunta da ESTGF e da ESEIG, do Politécnico do Porto. Realizado de 27 de junho a 1 de julho de 2016, este evento contou com a presença de cinco empresas que apresentaram outros tantos problemas, cuja descrição sucinta se apresenta nas linhas seguintes.

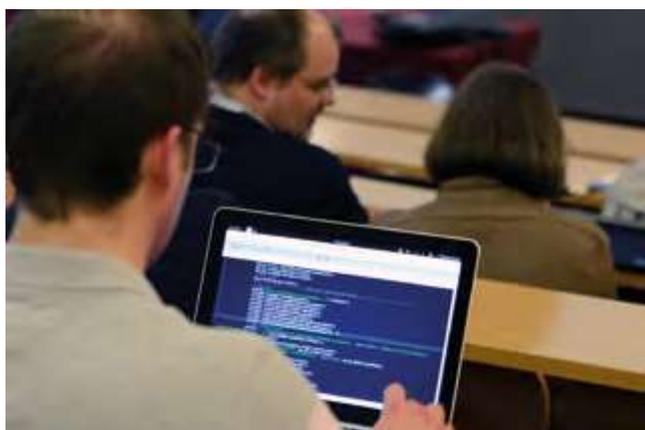


Figura 4. Reuniões de atualização de trabalho durante os ESGI 101 e 109.

A Savana Shoes, empresa do setor do calçado, com mais de 27 anos de existência e especializada em calçado infantil, propôs o estudo do seu processo de embalagem, a fim de reduzir a variedade de tamanhos de caixa e o desperdício de espaço vazio no interior das caixas e para eliminar a necessidade de realizar o procedimento experimental até agora sempre utilizado, reduzindo assim o tempo da embalagem e o aumento da eficiência do processo. O grupo de unidades hoteleiras de luxo Douro Palace Hotel Resort & Spa e Douro Royal Valley Hotel & Spa pretendeu estudar a melhor política de preços, encontrando um algoritmo que pudesse gerir o preço ideal com respeito a algumas características que a empresa considera importantes. O terceiro problema foi apresentado pela Aveleda S.A., empresa líder mundial na produção de vinho verde, exportando anualmente mais de metade da sua produção para mais de 70 países em todo o mundo. Esta empresa mostrou a sua preocupação com o facto de a capacidade de processamento das remessas de uva estar longe da sua capacidade máxima, devido à irregularidade do fluxo de uva ao longo do dia, sendo importante melhorar o processo existente. A empresa Primavera BSS solicitou um algoritmo eficaz para agendamento de tarefas de produção que pudesse adicionar novos recursos ao seu *software* de gestão, com um bom desempenho, e que pudesse ser suficientemente genérico e adaptável para ser usado por diferentes indústrias (metal, móveis, madeira, têxtil e indústria de alimentos). Participou ainda no ESGI 119 a EDP (Energias de Portugal), empresa que está entre os grandes operadores europeus do setor da energia, sendo um dos maiores operadores energéticos da Península Ibérica e o maior grupo industrial português. O problema apresentado pela EDP consistia em simular preços de eletricidade, não só para fins de cálculo de medidas de risco, mas também para análise de cenários em termos de preços e estratégia.

Em 2017, caberá à Universidade de Aveiro organizar o próximo *European Study Group with Industry* em Portugal.

De referir que os ESGI em Portugal têm sido financiados, além das empresas participantes, pelos centros de investigação mais diretamente envolvidos na organização. Este ano, o ESGI 119 contou com o financiamento da Ação COST TD1409, *Mathematics for Industry Network* (MI-NET) [6]. O programa *COST – European Cooperation in Science and Technology* – é um dos mais antigos instrumentos a nível europeu para a cooperação entre investigadores, engenheiros e académicos de toda a Europa.

3. ALGUNS CASOS DE SUCESSO

São vários os casos de sucesso de participações de empresas que podem ser reportados. Este sucesso pode ser medido pelas participações consecutivas de empresas nas diversas edições, como é o caso da TAP, da Sonae ou da EDP, bem como pelos testemunhos recolhidos no final das edições ou ainda pelo desenvolvimento de *software* específico, conforme explicitado nos parágrafos seguintes.

Um dos problemas abordados no ESGI 86, no Porto, foi colocado pela Sonae Indústria – Produção e Comercialização de Derivados de Madeira, S. A., e consistia em modelar o fluxo de fibra de madeira e resina no processo de produção de aglomerados de madeira MDF. No final do evento, Telmo Rodrigues, da Sonae Indústria, disse: “Esta participação foi muito importante, pois permitiu-nos perceber alguns fenómenos que ocorrem nos nossos processos que não estavam perfeitamente caracterizados”[9].

Foi ainda trabalhado neste ESGI 86 um problema de agendamento de manutenção de jardins e roteamento de veículos da empresa Neoturf. O CEO desta empresa, Paulo Palha, afirmou: “Este *workshop* excedeu certamente as nossas melhores expectativas, porque o problema que colocámos já tinha sido identificado há mais de dez anos, mas continuava sem solução. Já tínhamos consultado várias empresas de *software* e experimentado algumas das suas propostas de solução, mas nenhuma chegou perto dos resultados conseguidos no grupo de estudo do ESGI.” Acrescentou ainda: “Penso que seria muito importante disseminar extensivamente este evento, pois muitas das PME não têm conhecimento do enorme arsenal de técnicas e recursos que os matemáticos possuem para resolver os problemas das empresas”[9].

O trabalho desenvolvido durante o ESGI 101 em Lisboa pelo grupo que abordou o problema proposto pela empresa Spiralpack – Manipulados de Papel, S.A., um dos principais produtores ibéricos de tubos de cartão, deu posteriormente origem ao desenvolvimento de um *software* à medida para resolver o seu problema de empacotamento e transporte de tubos (figura 5).

A empresa de calçado Savana ficou também muito satisfeita com a solução conseguida pelo grupo de trabalho do ESGI 119 (figura 6). O representante desta empresa, Jorge Fernandes, afirmou: “Achamos que o grupo que esteve envolvido nestes processos apresentou soluções que realmente podem fazer a diferença num futuro próximo. Estamos certos de que o ESGI é um impulsor de resolução de problemas, usando a matemática aplicada à indústria. Esperamos que este tipo de eventos mostre, não só às em-



Figura 5. Investigadores no ESGI 101 a discutir soluções para o desafio proposto pela Spiralpack.



Figura 6. Representantes da empresa Savana reunidos com os investigadores durante o ESGI 119.

presas mas ao público em geral, que a ciência do raciocínio lógico e abstrato não é uma ciência que fica reservada às escolas, mas uma ciência que é muito útil na vida das pessoas e das empresas.”

4. OPTIMIZAÇÃO DA RECOLHA DE PRODUTOS NO SUPERMERCADO

Um problema proposto no ESGI92 consistiu em tornar mais eficiente o processo de recolha de produtos nas prateleiras dos supermercados da SonaeMC para responder às encomendas de clientes *online*. Este processo, designado por *picking*, pode ser responsável por 50 a 80% dos custos de operação em armazém [14], pelo que é crucial para uma empresa que esteja otimizado, em termos de rapidez

e de custos. O processo de *picking* pode ser otimizado em quatro áreas principais: a localização dos artigos nas prateleiras, o zoneamento (zonas de trabalho a que os *pickers* estão confinados), a consolidação de encomendas, e o roteamento (definição dos percursos de recolha dos produtos) [12]. A abordagem escolhida pelo grupo de trabalho no ESCI92 foi a optimização dos percursos de recolha dos produtos, de forma a diminuir as distâncias percorridas pelo funcionário.

O problema consiste num problema de roteamento de veículos com capacidades (CVRP) [13], com restrições adicionais que dizem respeito à organização dos produtos no carrinho de recolha. Os produtos de diferentes clientes devem ser colocados no carrinho em caixas distintas, que estão sujeitas a um limite de peso e capacidade.

Para tal, foi desenvolvido um modelo de programação linear inteira e uma heurística [8].

Dado um conjunto de encomendas de diferentes clientes, o modelo de programação inteira tem como função objetivo minimizar a distância percorrida para recolher todos os produtos, satisfazendo as restrições de peso e capacidade do carrinho e impondo que cada caixa contém itens de um único cliente.

Seja I_c o conjunto de itens encomendados pelo cliente $c \in C$ e $I = \cup_{c \in C} I_c$ o conjunto de itens a recolher.

Um *item* i é subentendido como a quantidade de um produto específico encomendado por um cliente c_i , i.e., no modelo, se o mesmo produto for encomendado por diferentes clientes é representado por diferentes itens.

O digrafo $G = (V, A, \rho)$ associado (figura 7) con-

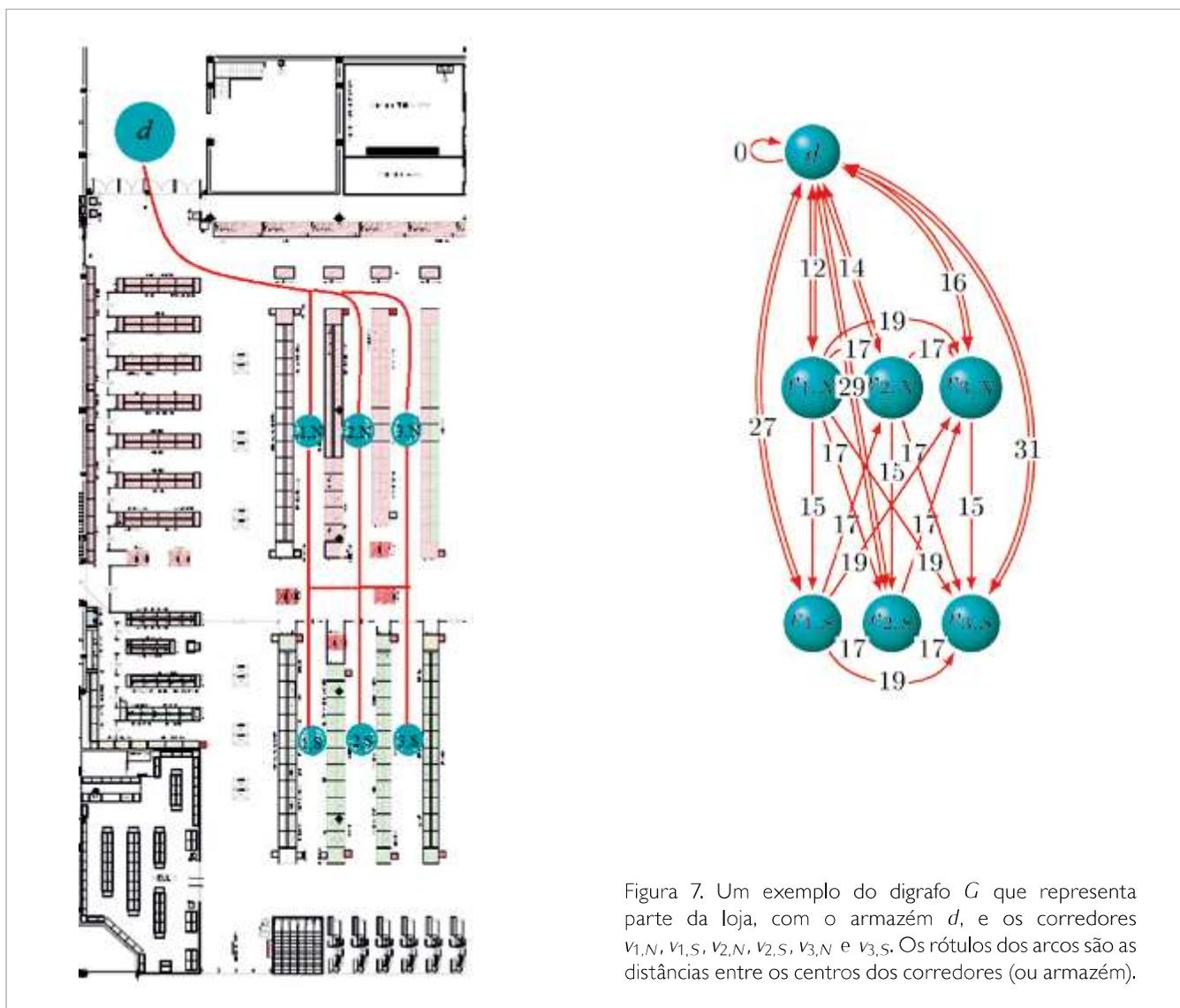


Figura 7. Um exemplo do digrafo G que representa parte da loja, com o armazém d , e os corredores $v_{1,N}$, $v_{1,S}$, $v_{2,N}$, $v_{2,S}$, $v_{3,N}$ e $v_{3,S}$. Os rótulos dos arcos são as distâncias entre os centros dos corredores (ou armazém).

tém um vértice d que representa o armazém e vértices $v_i \in V$ que representam o centro de cada corredor no supermercado.

Note-se que, enquanto V consiste em todos os corredores do supermercado (e o armazém), V_I contém apenas os corredores onde estão os itens a ser recolhidos e o armazém.

Para definir o conjunto de arcos A , considerou-se uma ordenação total do conjunto de corredores, sem o armazém, $V_I \setminus \{d\}$ tal que $u < v$ se e só se $u_x < v_x \vee (u_x = v_x \wedge u_y > v_y)$, onde (u_x, u_y) e (v_x, v_y) são as coordenadas do centro dos corredores $u, v \in V_I \setminus \{d\}$. Assim, os arcos A do grafo são $A = \{(u, v) \in (V_I \setminus \{d\})^2 \mid u < v\} \cup \{(u, v) \in V_I^2 \mid u = d \vee v = d\}$. O peso de cada arco $(u, v) \in A$ foi definido através de uma função $\rho : A \rightarrow \mathbb{R}$ que calcula a distância mínima que o funcionário precisa de percorrer ao longo dos corredores do supermercado para ir desde o vértice u , localizado no centro desse corredor, até ao vértice v , no centro de outro corredor (não é, portanto, a distância euclidiana usual).

As variáveis de decisão do modelo são variáveis binárias $x_{uv}^r = 1$ se o arco $(u, v) \in A$ é selecionado na rota r , com $r = 1, \dots, R$, e $y_i^{rb} = 1$ se o item $i \in I$ é recolhido na rota r e colocado na caixa b , com $r = 1, \dots, R$, e $b = 1, \dots, B$, sendo R o máximo número de rotas permitido e B o número de caixas por carrinho.

A função objetivo (1) pretende minimizar a distância total percorrida:

$$\text{Min} \sum_{1 \leq r \leq R} \sum_{(u,v) \in A} \rho_{uv} x_{uv}^r. \quad (1)$$

Para garantir que há no máximo um arco a sair de cada corredor v , e no máximo um arco a entrar, em cada rota r , para todos os vértices de $V_I \setminus \{d\}$, usam-se as restrições (2) e (3).

$$\sum_{(v,u) \in A} x_{vu}^r \leq 1 \forall r = 1, \dots, R, \forall v \in V_I \setminus \{d\}, \quad (2)$$

$$\sum_{(u,v) \in A} x_{uv}^r \leq 1 \forall r = 1, \dots, R, \forall v \in V_I \setminus \{d\}. \quad (3)$$

As equações (4) garantem que, para cada rota, o número de arcos de entrada em cada corredor é igual ao número de arcos de saída.

$$\sum_{(v,u) \in A} x_{vu}^r = \sum_{(u,v) \in A} x_{uv}^r \forall r = 1, \dots, R, \forall v \in V_I \setminus \{d\}. \quad (4)$$

As restrições (5) e (6) garantem que cada corredor é visitado pelo menos uma vez no total das rotas.

$$\sum_{r=1, \dots, R} \sum_{(v,u) \in A} x_{vu}^r \geq 1 \forall v \in V_I \setminus \{d\}, \quad (5)$$

$$\sum_{r=1, \dots, R} \sum_{(u,v) \in A} x_{uv}^r \geq 1 \forall v \in V_I \setminus \{d\}. \quad (6)$$

Há restrições (7) e (8) semelhantes para que cada rota passe pelo armazém d apenas uma vez:

$$\sum_{(d,u) \in A} x_{du}^r = 1 \forall r = 1, \dots, R, \quad (7)$$

$$\sum_{(u,d) \in A} x_{ud}^r = 1 \forall r = 1, \dots, R. \quad (8)$$

As restrições seguintes dizem respeito a que durante a recolha os itens sejam logo colocados separadamente em caixas de acordo com os clientes.

$$\sum_{r=1, \dots, R} \sum_{b=1, \dots, B} y_i^{rb} = 1 \forall i \in I, \quad (9)$$

$$\sum_{b=1, \dots, B} y_i^{rb} \leq \sum_{(u,v_i) \in A} x_{uv_i}^r \forall r = 1, \dots, R \forall i \in I. \quad (10)$$

Em (9) força-se que cada item seja colocado em uma e uma só caixa, durante uma e uma só rota. Se um item é recolhido numa dada rota, o seu corredor tem de ter sido visitado nessa rota (10). As desigualdades (11), definidas $\forall i \in I, \forall j \in I \setminus \{i\}, \forall r = 1, \dots, R, \forall b = 1, \dots, B$, garantem que, numa dada rota, cada caixa não pode conter itens de clientes diferentes.

$$y_i^{rb} + y_j^{rb} \leq 1. \quad (11)$$

Por fim, adicionam-se restrições para que o peso (12) e volume (13) totais dos itens recolhidos numa rota não exceda a capacidade do veículo e das caixas.

$$\sum_{i \in I} w_i y_i^{rb} \leq W \forall r = 1, \dots, R, \forall b = 1, \dots, B, \quad (12)$$

$$\sum_{i \in I} s_i y_i^{rb} \leq S \forall r = 1, \dots, R, \forall b = 1, \dots, B. \quad (13)$$

Este modelo foi implementado em AMPL e testado num conjunto de dados reais respeitantes a encomendas de uma dada semana para um dos maiores supermercados da cadeia SonaeMC. Como a complexidade deste tipo de modelos é não polinomial, usou-se uma heurística para reduzir a dimensão do problema. A heurística agrupa os clientes consoante a semelhança entre os produtos encomendados, de forma a que o modelo de programação inteira seja capaz de resolver o problema em tempo razoável.

Os resultados obtidos com este modelo foram comparados com uma simulação do procedimento corrente na empresa e concluiu-se que permitia melhorar a taxa de picking em 24% e reduzir a distância percorrida em 39%.

um resultado claramente acima das metas indicadas pela empresa no Study-Group.

5. UMA NOVA INTERFACE NACIONAL ENTRE MATEMÁTICA E INDÚSTRIA

A partir de 2016, os ESGI em Portugal passaram a ser organizados pela recém-criada Rede Portuguesa para a Indústria e Inovação (PT-MATHS-IN) [7], que é o núcleo português da *European Service Network of Mathematics for Industry and Innovation* (EU-MATHS-IN) [2], e que foi formalmente instituída como membro pleno desta rede internacional em dezembro de 2015.

Constituída como uma secção da Sociedade Portuguesa de Matemática e tendo como membros fundadores 13 dos principais centros de investigação em matemática do País, a PT-MATHS-IN foi fruto de um crescente dinamismo de um grupo de investigadores na área da Matemática Industrial, que sob a égide da EU-MATHS-IN tem vindo a desenvolver, nos últimos anos, diversas iniciativas em colaboração com empresas portuguesas no setor industrial e de serviços.

Esta organização pretende, a médio prazo, consolidar-se como um ponto de referência da Matemática Industrial em Portugal, assumindo uma função de suporte ao desenvolvimento de sinergias entre a academia e a indústria, prestando assim um serviço de relevo não só a estas duas comunidades, como também indiretamente a toda a Sociedade.

A exemplo das suas congéneres europeias, a PT-MATHS-IN pretende ser um interlocutor entre a matemática desenvolvida nas universidades, nos institutos, nos centros de investigação e a indústria com os seus constantes desafios e potenciadora de campos inovadores de investigação. O seu modelo de ação assenta na criação de sinergias Matemática-Indústria, sob a forma de parcerias, desenvolvimento de aplicações científicas, candidaturas a projetos, dinamização de grupos de investigação multidisciplinares, formação e divulgação, entre outros.

A PT-MATHS-IN pretende também difundir o mundo da matemática industrial pelos jovens matemáticos portugueses. Exemplo disso é a realização das semanas ibéricas de modelação (*Iberian Modelling Weeks*) em conjunto com a Rede Espanhola Matemática-Industria (math-in) [4]. Enquanto os ESGI, dada a complexidade dos problemas e ritmos de trabalho, são dirigidos a investigadores séniores, as *modelling weeks* assentam em desafios também reais, mas mais indicados para o principal público alvo, ou seja, os estudantes de 2.º e 3.º ciclo do ensino superior. Estes

eventos pretendem dotar aqueles jovens matemáticos de competências adicionais a nível da modelação matemática, com aplicações diretas em problemas industriais, promovendo simultaneamente a sua integração junto da comunidade ibérica de Matemática Industrial com vantagens por demais evidentes. A primeira edição da *Iberian Modelling Week* decorreu em Coimbra, em 2014, seguindo-se a segunda em Santiago de Compostela, em 2015. À edição de 2016, que decorreu em abril no Porto, sucederá a edição de 2017 que decorrerá em Espanha, com organização local a cargo de um dos membros da *math-in*. O histórico das várias edições pode ser visto em [3].

REFERÊNCIAS

- [1] ECMI: European Consortium for Mathematics in Industry. <http://www.ecmi-indmath.org>.
- [2] EU-MATHS-IN: European Service Network of Mathematics for Industry and Innovation. <http://www.eu-maths-in.eu/EUMATHSIN/>.
- [3] III Iberian Modelling Week. <http://www.fc.up.pt/mat/3imw/>
- [4] MATH-IN: Red Española de Matemática – Industria. <http://math-in.net>.
- [5] Mathematics in Industry Information Service. <http://miis.maths.ox.ac.uk/>.
- [6] MI-NET: Mathematics for industry network. <https://mi-network.org>.
- [7] P T-MATHS-IN: Rede Portuguesa de Matemática para a Indústria e Inovação. <http://www.spm.pt/pt-maths-in>.
- [8] M. Cruz, I.C. Lopes I.; A. Moura e E. Costa e Silva. *A mathematical model for supermarket order picking*. In Capasso V. Nicosia G. Romano V. Russo, G., editor, *Progress in Industrial Mathematics at ECMI 2012*, ECMI book subseries of Mathematics in Industry, Taormina, Itália, 9 a 13 junho 2014. Springer. Proceedings of the 8th European Conference on Mathematics for Industry.
- [9] M. Cruz. "The 86th European Study Group with Industry." *Bulletin of the International Center for Mathematics*, 32:13 14, 2012.

[10] P. Freitas. European Study Groups with Industry in Portugal: importing a forty year old concept. *Bulletin of the International Center for Mathematics*, 25:7 9, 2008.

[11] P. Freitas. European Study Groups with Industry at 40 years. *SIAM News*, 42(2), 2009.

[12] Le-Duc T. Koster, R e K. J. Roodbergen. Design and control of warehouse order picking: a literature review. *European Journal of Operational Research*, 182 (2): 481 501, 2007

[13] P. Toth e D. Vigo. The vehicle routing problem. *Monographs on Discrete Mathematics Applications*, 2002. Society for Industrial and Applied Mathematics.

[14] J. P. Van den Berg. A literature survey on planning and control of warehousing systems. *IIE Transactions*, 31(8): 751-762, 1999

SOBRE AS AUTORAS

Eliana Costa e Silva é doutorada em Engenharia na área de Automação e Robótica, mestre em Matemática e Aplicações à Mecânica e licenciada em Matemática, pela Universidade do Minho. Actualmente é docente no Politécnico do Porto, membro integrado do Centro de Inovação e Investigação em Ciências Empresariais e Sistemas de Informação (CIICESI) da ESTG/P.Porto e colaboradora do Centro ALGORTMI da Universidade do Minho.

Isabel Lopes é doutorada em Engenharia Industrial - Investigação Operacional pela Universidade do Minho, mestre e licenciada em Matemática pela Universidade do Porto. Actualmente é docente no ISCAP do Politécnico do Porto, vice-presidente da APDIO e membro integrado do LEMA - Laboratório de Engenharia Matemática.

Aldina Correia é doutorada em Ciências Matemáticas pela Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro (UTAD), mestre em Matemática Aplicada pela Universidade do Porto, licenciada em Matemática pela UTAD. Actualmente é docente na ESTG do Politécnico do Porto, coordenadora do mestrado em Métodos de Apoio à Decisão Empresarial e membro efectivo do CIICESI da ESTG/P.Porto.



LOJA
spm

Consulte o catálogo e faça a sua encomenda online em www.spm.pt