

7) *Teoria das funções II, com Exercícios*, 5 horas, 3.^{as} das 8 às 10 e das 12 às 13 e 6.^{as} das 8 às 10 — GRUNSKY.

8) *Topologia*, 3 horas, 3.^{as} das 10 às 12 e 6.^{as} das 12 às 13 — FURCH.

9) *Métodos da física matemática II*, 4 horas, 2.^{as} e 5.^{as} das 13 às 15 — SCHÄPFKE.

10) *Introdução ao cálculo das variações*, 2 horas, 2.^{as} e 4.^{as} das 12 às 13 — GRUNSKY.

11) *Espaços lineares*, 3 horas, 2.^{as} das 11 às 12 e 4.^{as} das 10 às 12 — KÖTHE.

12) *Aplicações escolhidas do cálculo operacional, mediante a transformação de Laplace, à Física e à Técnica*, 2 horas, 3.^{as} das 15 às 17 — WAGNER.

13) *Análise prática I*, 4 horas, 5.^{as} das 10 às 12 e das 15 às 17 — SCHMIEDEN.

14) *Geometria descritiva, com Exercícios*, 6 horas, 3.^{as}, 4.^{as} e 5.^{as} das 13 às 15 — NEUMER.

15) *Os fundamentos filosóficos da Matemática*, 3 horas, 2.^{as}, 4.^{as} e 6.^{as} das 16 às 17 — MARTIN.

16) *A imagem astronômica do mundo no decorrer dos tempos (Studium generale)*, 4 horas, 5.^{as} das 19 às 21 e Sáb.^{as} das 10 às 12 — FLECKENSTEIN.

17) *Prática matemática I*, 3 horas, 3.^{as} das 15 às 18 — ROHRBACH, WEVER.

18) *Prática matemática III*, 3 horas, 2.^{as} das 15 às 18 — SCHÄPFKE, WEVER.

19) *Seminário superior*, 2 horas, 6.^{as} das 15 às 17 — KÖTHE, SCHÄPFKE.

20) *Seminário superior*, 2 horas, 4.^{as} das 15 às 17 — FURCH.

21) *Seminário superior*, 2 horas, 4.^{as} das 10 às 12 — ROHRBACH.

22) *Seminário superior (funções especiais, teorias espectrais)*, 2 horas, 2.^{as} das 8 às 10 — SCHÄPFKE.

23) *Seminário inicial*, 2 horas, 5.^{as} das 15 às 17 — GRUNSKY.

24) *Seminário inicial*, 2 horas, 2.^{as} das 13 às 15 — WEVER.

25) *Colóquio matemático*, 2 horas, 6.^{as} das 17 às 19 FURCH, GRUNSKY, KÖTHE, NEUMER, ROHRBACH, SCHÄPFKE, WEVER.

26) *Colóquio de filosofia natural*, 2 horas, 4.^{as} das

17 às 19 — BECHERT, BOLLNOW, FURCH, HOLZAMER, KÖTHE, MARTIN, SCHULZ, STRASSMANN, TROLL, VOIT.

Observações acerca deste quadro: a) A numeração romana é usada para os cursos que se distribuem por mais de um semestre. Assim, «Análise II» (isto é «Análise, 2.^a parte») é precedida de «Análise I», leccionada no semestre anterior a este, e seguida de «Análise III», que figurará na lista do próximo semestre de inverno.

b) Cada hora indicada para as lições costuma incluir um intervalo de 15 minutos. Assim, uma lição que, teoricamente, seja de 2 horas, é na realidade de hora e meia.

c) São indicadas também as horas a que o professor atende os alunos.

d) O «Studium generale» consiste num conjunto de cursos de cultura geral, a serem seguidos indistintamente por estudantes de várias faculdades.

e) Por «seminário superior» traduzimos a palavra «Oberseminar» e por «seminário inicial» a palavra «Proseminar».

f) É claro que, para o aluno que começa, poucos são os cursos que pode escolher, entre aqueles indicados no «Vorlesungsverzeichnis»; poderá seguir as lições de Geometria analítica I, Álgebra elementar e Geometria descritiva, mas não, por exemplo, as de Análise II, Equações diferenciais, etc. Também já se disse que os Seminários são para ser seguidos unicamente por alunos que tenham previamente frequentado cursos fundamentais.

Aos Professores GOTTFRIED KÖTHE, da Universidade de Mogúncia e WILHELM SÜSS, da Universidade de Friburgo (na Brisgóvia), bem como ao «Studien-Rat» Sr. BERNHARD REIMANN, do liceu MATHIAS-CLAUDIUS de Hamburgo, deixo aqui expressa a minha gratidão, pela maneira obsequiosa e eficaz por que corresponderam aos meus desejos no sentido de colher informações sobre o assunto aqui tratado.

Ao Instituto de Alta Cultura cumpre-me agradecer esta oportunidade que me ofereceu de entrar em contacto com as escolas alemãs.

A teoria das distribuições

De acordo com o anunciado no n.º 54, foram realizadas algumas démarches no sentido da GM apresentar aos seus leitores uma série de artigos de introdução à teoria das distribuições.

Como resultado dessas démarches, verificou-se ser preferível facultar aos próprios leitores da GM a ela-

boração de tais artigos. Nessas condições, a Redacção enviou o questionário seguinte ao Prof. Doutor RUY LUIS GOMES; os interessados poderão, ajudados pela orientação contida na resposta ao questionário, abordar o estudo da teoria das distribuições e escrever, em artigo, os resultados e impressões colhidos em tal

estudo. Tais artigos deverão ter essencialmente o carácter de informação do conteúdo da Teoria das Distribuições e das dificuldades que cada autor tenha encontrado na sua elaboração. Serão em seguida revistos e apreciados pelo Prof. RUY LUIS GOMES e, se de interesse, publicados na G. M.

QUESTIONARIO

- 1 — Acha que um aluno de matemática, com os conhecimentos adquiridos no 2.º ano das nossas universidades pode, com relativa facilidade, iniciar o estudo da Teoria das Distribuições?
- 2 — Que conceitos e noções, não tratados nos programas universitários, deve possuir tal aluno antes de iniciar esse estudo?
- 3 — Que elementos bibliográficos indica (sempre ao nível dos tais conhecimentos médios) e qual a orientação a seguir no estudo desses elementos?
- 4 — De um modo geral, qual a importância e que problemas foram resolvidos pela teoria das distribuições?

J. G. T.

RESPOSTA AO QUESTIONÁRIO

Para responder à primeira pergunta suponho que se deve começar por esclarecer, nos termos mais simples, o que se entende efectivamente por Teoria das Distribuições.

Ora, a Teoria das Distribuições, desenvolvida pelo matemático francês, LAURENT SCHWARTZ, a partir de 1945 (1), tem como objectivo fundamental alargar a noção de função pontual — point function — de maneira a assegurar à nova entidade todas as propriedades das funções — tipo do Cálculo Infinitesimal clássico, nomeadamente as de derivação e primitivação. E que esse objectivo foi atingido mostra-o, por exemplo, a circunstância de uma função tão estranha (à face da definição corrente) mas tão útil (na Física e de um modo geral no Cálculo Operacional) como a função $\delta(x)$ de DIRAC,

$$\delta(x) = 0, x \neq 0$$

$$\delta(0) = \infty$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1,$$

se comportar no âmbito das Distribuições como a

derivada da conhecida função de HEAVISIDE

$$\Gamma(x) = 0 \quad x \leq 0$$

$$\Gamma(x) = 1 \quad 0 < x$$

Além disso, a nova definição inclui, como de resto era essencial, as funções continuas, as funções localmente somáveis (segundo a definição clássica de LEBESGUE) e a respectiva derivada (distribuição derivada) coincide com a noção ordinária, quando esta última existe e é localmente somável. Mas abrange ainda uma categoria muito mais vasta de funções, por exemplo, as funções de conjunto completamente aditivas, que na teoria clássica se chamam *medidas*; e a função (distribuição) $\delta(x)$ é precisamente um exemplo de uma *medida*. Contém ainda outras entidades que nem são funções pontuais localmente somáveis nem medidas. E a repercussão que a teoria das distribuições já produziu é de tal ordem que o seu autor foi consagrado no último Congresso Internacional de Matemática (1950), como um dos maiores Matemáticos da actualidade e por isso recebeu uma das duas medalhas de ouro do Congresso.

É, pois, compreensível e só merece aplausos, o interesse que os jovens estudantes portugueses manifestam pelo estudo da Teoria das Distribuições.

Quanto à maneira mais simples de abordar essa Teoria, precisamente no caso de um aluno do 2.º ano das nossas Universidades, o preferível é aproveitar ao máximo as possibilidades que a própria análise clássica nos oferece; e deixar para uma segunda etapa aqueles aspectos da Teoria e aquela especialização que já exigem conhecimentos mais ou menos completos de Análise Geral.

Nesta ordem de ideias aconselho, de entrada, um folheto de HALPERIN intitulado — *Introduction to the theory of Distributions* — redigido, segundo lições feitas por SCHWARTZ, em Agosto-Setembro de 1949, no Seminário do Congresso Matemático do Canadá (Vancouver).

Assim, o leitor começará a familiarizar-se com o conceito de integral, encarado como funcional linear, e poderá sentir gradualmente a necessidade de refazer o estudo desse conceito e das noções de topologia de mais frequente aplicação.

O leitor pode ainda utilizar, para um problema de análise clássica que surge logo de entrada, o meu primeiro artigo na *Gazeta de Matemática* — n.º 46 — a partir de páginas 2 e as indicações bibliográficas aí mencionadas.

Parecia-me também conveniente a leitura de um ou outro trabalho de Cálculo Operacional, para verificar o interesse de funções estranhas como $\Gamma(x)$, $\delta(x)$, tão largamente utilizadas em matemáticas aplicadas.

(1) O seu primeiro artigo foi publicado no t. 21, 1945, dos *Annales de l'Université de Grenoble*, sob o título «*Généralisation de la notion de fonction, de dérivée, de transformation de FOURIER, et applications mathématiques et physiques*».

Para esse efeito pode talvez servir o cap. 8 — Cálculo simbólico — dos *Compléments de Mathématiques* por A. ANGOT.

E num primeiro estudo, repito, não julgo de qualquer vantagem ultrapassar as possibilidades da análise clássica e o interesse das Distribuições no domínio das matemáticas aplicadas.

De resto, este meu ponto de vista vai ao encontro do próprio objectivo deste inquérito e até das amplas perspectivas que se abrem à inserção das Distribuições no quadro das disciplinas de um qualquer curso de matemática — «the simplifications obtained and not least the easy justification of different «symbolic» operations often used in an illegitimate way by technicians, is of such striking nature that it seems more than a utopian thought that elements of the theory of the SCHWARTZ distributions may find their place even in the more elementary courses of the calculus in universities and technical schools (1)».

Ruy Luis Gomes

Nota — A Junta de Investigação Matemática possui os elementos bibliográficos indicados nesta resposta e coloca-os à disposição de todos os alunos que desejem abordar o estudo das Distribuições.

Do Sr. JOÃO COSME SANTOS GUERREIRO, finalista da licenciatura em Ciências Matemáticas, recebeu a Recitação uma carta de que se transcreve o seguinte:

«Ao iniciar há pouco menos que um mês o estudo da teoria das distribuições, não possuía senão os

(1) HARALD BOHR — Intervenção feita no Congresso Internacional de Matemática na sessão de entrega das medalhas de ouro.

conhecimentos que correntemente se adquirem nos dois primeiros anos da Faculdade de Ciências (e pouco mais se aprende no resto do curso). Esbarrei logo com dificuldades provocadas pela falta de conhecimentos sobre integração, especialmente integração á LEBESGUE e á STELTJES, e procedi então a uma fase preparatória, estudando o integral de LEBESGUE e o integral de LEBESGUE-STELTJES. Acho que isto é conveniente para os leitores interessados no estudo desta teoria; de resto os estudantes dos nossos cursos superiores pouco conhecem da teoria da integração, nunca saindo do campo mais simples que é o das funções contínuas. Nesta fase preparatória fiz a leitura de alguns capítulos dos seguintes livros que utilizei:

VALLÉE POUSSIN, C. DE LA — *Intégrales de Lebesgue, fonctions d'ensembles, classes de Baire* — Paris.

LEBESGUE, H. — *Leçons sur l'intégration et la recherche des fonctions primitives* — Paris.

CRAMÉR, HAROLD — *Mathematical Methods of Statistics* — Princeton.

Da experiência adquirida, julgo que o estudo pode ser conduzido de forma a se fazer ideia clara sobre o problema da investigação das funções primitivas, não sendo inútil ir até o integral de DENJOY. De qualquer modo deve ser rápido, para não nos perdermos no emaranhado das teorias da análise clássica, o que poderá desviar o fim em vista.

Apoiando a iniciativa da *Gazeta*, que convida os seus leitores ao estudo e ao debate na própria *Gazeta* da introdução à teoria das distribuições, prometo pela minha parte, para o próximo número, impressões mais detalhadas sobre este primeiro contacto com tal teoria».

MOVIMENTO CIENTÍFICO

CONTRIBUIÇÃO LATINO-AMERICANA AO PROGRESSO CIENTÍFICO (*)

INTRODUÇÃO

Nos países novos a matemática pura não aparece senão numa fase tardia da sua evolução. E isso é bastante natural. Nos países em desenvolvimento, a principal exigência é satisfazer as necessidades vitais da sua manutenção e desenvolvimento: são necessários médicos, agrimensores e engenheiros. Só se requiere da matemática a parte que é útil a estes ramos da ciência, isto é, o cálculo, instrumento dos estudos técnicos. Este capítulo particular da matemática mantém-se, contudo, sempre, durante décadas ou mesmo séculos, atrazado relativamente aos que se

estão desenvolvendo e, conseqüentemente estas aplicações contribuem muito pouco para o progresso da matemática. Tal é a razão por que a América Latina, que sempre produziu brilhantes técnicos matemáticos, como se pode provar pelas suas ousadas obras de engenharia, em qualquer país sem excepção, não teve senão muito recentemente estudiosos de categoria de matemática pura.

* Tradução do fascículo «Mathematics» a que já se referiu a G. M. no n.º 54, pp 23, devidamente autorizada pela Direcção do «Centro de Cooperación Científica para América Latina» da UNESCO, a quem a «Gazeta de Matemática» apresenta os melhores agradecimentos.