Investigações recentes acerca da influência do núcleo nos movimentos da terra (*)

R. O. Vicente
Lisboa

Desejaria indicar sumàriamente os movimentos principais da Terra que parecem ser afectados pela existência do núcleo, antes de falar acerca das investigações recentes sobre este assunto.

Têm sido estudados os seguintes movimentos:

1) os movimentos de precessão e nutação — tradicionalmente estudados em astronomia em relação com a teoria da rotação da Terra, considerada como um corpo sólido e rígido, sob a acção das forças gravitacionais do Sol e da Lua
2) as marés terrestres — tratando das marés da parte sólida da Terra, considerada como um corpo elástico sob a influência dos corpos exteriores (Sol e Lua)
3) as oscilações livres da Terra — procurando-se investigar o comportamento da Terra sob a influência das forças elásticas, sendo este movimento também dependente das forças gravitacionais
4) o campo geomagnético secular — estudando-se as possíveis explicações das variações observadas no campo magnético secular da Terra. Supõe-se geralmente que a origem do magnetismo terrestre é devido à existência do núcleo

Esta descrição concisa mostra imediatamente que estes movimentos têm sido estudados de uma maneira completamente independente uns dos outros: o primeiro em astronomia e os restantes em diferentes ramos da geofísica.

Estes movimentos foram escritos por esta ordem por duas razões: 1.ª foram estudados històricamente na ordem indicada; 2.ª referem-se a movimentos de complexidade crescente.

Todos estes fenómenos dependem em maior ou menor grau da existência do núcleo terrestre. Devemos no entanto notar que esta dependência só foi possível estabelecer recentemente, graças aos progressos feitos em geofísica durante as últimas décadas.

A Terra foi considerada como um corpo sólido e rígido para o estudo da precessão e nutação, mas no caso das oscilações livres e das marés terrestres temos de considerar um corpo elástico constituido por um envólucro e um núcleo; o estudo destes movimentos é feito a partir das equações conhecidas da elasticidade e da hidrodinâmica. O estudo do campo geomagnético principal envolve a consideração do electromagnetismo e, portanto, é ainda mais complicado.

(*) Tradução da conferência pronunciada no «Earth Sciences Building» do «Massachusetts Institute of Technology» E. U. A. em Maio de 1965.

Vou procurar indicar alguns resultados mais importantes obtidos no estudo destes movimentos e, ao mesmo tempo, mostrar as relações existentes entre estes diferentes movimentos. Parece-me que esta é uma das tendências das investigações recentes acerca destes problemas.

O centro de massa da Terra considera-se como a origem O dos diferentes sistemas de eixos coordenados utilizados na teoria do movimento da Terra. Um sistema de eixos rectangulares $OXYZ$, fixo no espaço, considera-se de tal maneira que OZ é dirigido para o polo norte da eclíptica e OX para o equinócio (referido a uma época determinada). Também se define um outro sistema de eixos rectangulares $Oxyz$, de maneira que coincide com os eixos principais de inércia da Terra e, portanto, solidários com a terra. O eixo Oz denomina-se o eixo de figura e corresponde ao maior momento de inércia.

As equações dinâmicas do movimento podem exprimir-se pela equação vectorial

$$\frac{d\vec{H}}{dt} = \vec{G} \tag{1}$$

mostrando que a variação do vector $\vec{H}$, momento da quantidade de movimento, em torno do centro de massa é igual ao vector $\vec{G}$ momento resultante das forças exteriores. A projecção desta equação vectorial no sistema de eixos $Oxyz$ corresponde às conhecidas equações de EULER do movimento de um corpo rígido em torno do seu centro de massa

$$\begin{aligned} A\dot{\omega}_1 + (C-B)\,\omega_2\,\omega_3 &= L \\ B\dot{\omega}_2 + (A-C)\,\omega_3\,\omega_1 &= M \\ C\dot{\omega}_3 + (B-A)\,\omega_1\,\omega_2 &= N \end{aligned}$$

sendo (A, B, C) os momentos de inércia principais, (L, M, N) os momentos das forças exteriores em torno dos eixos $Oxyz$ e $(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ as velocidades angulares, segundo estes eixos, do movimento dos dois sistemas de eixos indicados. Como se sabe, podemos exprimir $(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ em função dos ângulos de EULER (θ, φ, ψ).

O movimento da Terra, em relação ao ponto O, é representado, em qualquer instante, pela rotação instantânea $\vec{\omega}$ ao longo de um eixo passando pelo centro de massa e que se denomina o eixo de rotação (a intersecção do eixo de rotação com a superfície da Terra corresponde aos polos geográficos).

O eixo, ao longo do vector $\vec{H}$ do momento da quantidade de movimento, denomina-se eixo invariável nos estudos de dinâmica dos corpos rígidos em rotação.

As forças externas que temos de considerar no estudo do movimento de rotação da Terra são devidas ao Sol e à Lua, mas os seus efeitos são relativamente pequenos, de modo que o movimento real da Terra pode ser considerado como um movimento de rotação perturbado pelas forças exteriores. Uma consequência importante deste resultado é o facto de que a deformação provocada pela maré terrestre tem pequena influência na forma do elipsóide de inércia, para qualquer hipótese plausível acerca da constituição do interior terrestre.

Para determinarmos o movimento de rotação, consideramos que não existem forças exteriores, isto é, $\vec{G} = 0$ na equação (1) e portanto $\vec{H} =$ const., e este resultado significa que o momento da quantidade de movimento é constante e o vector $\vec{H}$ é fixo no espaço.

As equações do movimento dão a possibilidade de determinar os ângulos que os eixos acima mencionados formam entre si. Isto é muito útil para nos dar uma idéia da ordem de grandeza destes movimentos puramente dinâmicos e, ao mesmo tempo, mostram já a complexidade dos movimentos que têm lugar no núcleo.

Os cálculos mostram que o ângulo α entre o eixo do momento da quantidade de movimento e o eixo de rotação é cerca de $0'',001$, isto é, 3 cm à superfície da Terra. Este ângulo é tão pequeno que o vector $\vec{\omega}$ coincide pràticamente com o vector $\vec{H}$.

A ordem de magnitude do ângulo β entre os eixos de rotação e de figura é $0'',3$ ou sejam, 10 metros à superfície da Terra; este resultado significa que os polos geográficos estão afastados cerca de 10 metros dos polos correspondentes ao eixo de figura. Este movimento pode ser sòmente detectado por meio de observações de alta precisão, mostrando a variação da latitude astronómica de qualquer lugar situado na terra.

As equações do movimento mostram ainda que o eixo instantâneo de rotação descreve um cone de revolução em torno do eixo de figura num período de cerca de 10 meses, denominado período livre ou nutação euleriana livre. Se considerarmos a Terra como um corpo elástico, as deformações provocadas pelas forças centrífugas são ao longo deste eixo.

Os cálculos feitos a partir de muitas observações de latitude mostram que o período da nutação livre é cerca de 14 meses, isto é, há uma divergência de cerca de 4 meses entre o valor calculado teòricamente e o valor obtido a partir das observações.

Temos de considerar agora as forças exteriores, isto é, a equação (1) sendo $\vec{G} \neq 0$ e tendo em atenção a pequena influência do Sol e da Lua. A integração das equações do movimento é mais difícil e obtém-se uma primeira aproximação considerando sòmente o 1.º termo do 2.º membro das equações (1), obtendo-se as denominadas equações de Poisson:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{Cn \operatorname{sen} \theta} \frac{\partial U}{\partial \psi}$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{Cn \operatorname{sen} \theta} \frac{\partial U}{\partial \theta}$$

sendo $n = \omega_3 = \text{const.}$ e U o potencial gravitacional das forças exteriores (para a dedução destas equações ver, por exemplo, Vicente 1961).

É conveniente considerar as posições e movimentos no espaço dos eixos atrás mencionados para o caso em que $\vec{G} \neq 0$ e que corresponde ao movimento real da Terra. O movimento euleriano ainda se executa mas a equação (1) mostra que o eixo do vector $\vec{H}$ não é fixo no espaço. Esta equação mostra que o movimento de $\vec{H}$, em relação ao sistema de coordenadas fixo $OXYZ$, depende das posições do Sol e da Lua, sendo este movimento designado com o nome de movimento luni-solar. O movimento dos eixos de figura e rotação pode ser considerado como resultante dos movimentos destes eixos em torno de $\vec{H}$ e, em seguida, o movimento de $\vec{H}$ no espaço.

Uma das teorias antigas da nutação mais interessantes é devida a Poincaré (1910) que considera um núcleo fluido rodeado por um envólucro rígido. Poincaré utilizou o princípio de que as componentes da velocidade do líquido são funções lineares das coordenadas, e o problema relativo a um elipsóide pode reduzir-se ao caso de um líquido contido numa superfície esférica se transformarmos as coordenadas e as velocidades correspondentes por meio de deformações homogéneas (desta maneira teremos de considerar sòmente superfícies esféricas e sem haver alteração das condições fronteiras).

Designamos por (A, C) os momentos de inércia principais da Terra (considerada como um esferóide de semi-eixos a e c), por (A_0, C_0) os do envólucro e por (A_1, C_1) os do núcleo. Supondo que o centro de massa e os eixos principais de inércia do envólucro coincidem com os do núcleo, e que o núcleo tem vorticidade uniforme, podemos escrever as componentes da velocidade (u, v, w) da seguinte maneira:

$$u = \frac{a}{c} q_1 z - r_1 y + q z - r y$$

$$v = r_1 x - \frac{a}{c} p_1 z + r x - p z$$

$$w = \frac{c}{a} p_1 y - \frac{c}{a} q_1 x + p y - q x$$

sendo (p_1, q_1, r_1) as componentes da rotação do núcleo e (p, q, r) referem-se a uma rotação uniforme de todo o corpo.

As equações dinâmicas e as equações de HELMHOLTZ em relação aos eixos móveis mostram que $r = \text{const.} = \omega$, considerando $L = k \cos \sigma t$, $M = k \operatorname{sen} \sigma t$ como os momentos das forças exteriores.

Esta teoria simplificada conduz às seguintes conclusões importantes:

A) Se as forças perturbadoras luni-solares fossem invariáveis no espaço ($\sigma = -\omega$) a existência de um núcleo líquido não teria influência
Se as forças perturbadoras luni-solares variarem no espaço ($\sigma = -\omega + n$ sendo $\frac{n}{\omega}$ pequeno) o núcleo líquido altera os movimentos terrestres.

B) A nutação euleriana tem um período mais curto do que no caso de um corpo sólido e rígido.
A explicação do alongamento do período da nutação euleriana pode sòmente obter-se considerando a elasticidade da Terra e a existência do núcleo líquido.

Mencionámos sucintamente o problema das nutações terrestres e os deslocamentos dos diversos eixos que são importantes considerar na teoria do movimento da Terra. Se considerarmos a constituição da Terra, tal como sabemos actualmente, podemos imaginar os movimentos complexos que aparecem no núcleo líquido em virtude dos deslocamentos no espaço dos eixos mencionados.

Outro aspecto das acções do Sol e da Lua sobre a Terra refere-se às marés de atracção, provocadas pelas forças luni-solares, as quais, deformando a Terra, dão origem às marés da parte sólida da Terra.

Apesar de que as marés terrestres dependem das acções do Sol e da Lua, tal como acontece com a teoria da nutação, o facto é que as investigações feitas no passado acerca destes dois problemas foram sempre consideradas separadamente.

Componentes diferentes da maré terrestre produzem as nutações que acabámos de mencionar, correspondendo as nutações forçadas às marés diurnas.

As investigações relativas às marés da parte sólida da Terra introduzem os denominados números característicos das marés terrestres: h, k e l. Devemos fazer notar que estes números foram derivados considerando-se uma teoria estática, aplicada a um modelo sólido e elástico da Terra, com simetria esférica, e o potencial perturbador de maré é uma função esférica harmónica de 2.ª ordem.

A teoria da maré terrestre tem de entrar em consideração com os factos de que a Terra está num estado de tensão inicial e tem gravidade. Temos a possibilidade de considerar uma teoria estática em virtude dos períodos das oscilações livres de tipo maré serem muito curtos em comparação com quaisquer períodos das marés.

As equações do movimento, utilizando coordenadas rectangulares, constituem um sistema de 3 equações do tipo

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \rho \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z}$$

onde (u, v, w) são as componentes do deslocamento do ponto material a partir da posição inicial, ρ a densidade, V o potencial das forças actuando na terra, e o estado de tensão (existente no ponto (x, y, z) no instante t) pode ser especificado pelas 6 componentes da tensão $X_x, X_y, \cdots$ (designando estas componentes a composição das tensões inicial e adicional).

A solução das equações do movimento, considerando a Terra constituida por um envólucro e um núcleo líquido, juntamente com a equação de Poisson

$$\nabla^2 K = 4\pi f\left(U\frac{d\rho_0}{dr} + \rho_0 \Delta\right)$$

sendo K o potencial adicional devido aos corpos exteriores (Sol e Lua) e às variações adicionais de densidade, f a constante de gravitação, U o deslocamento radial, Δ a dilatação cúbica, r a distância contada a partir da origem e ρ_0 a densidade no estado inicial, permite determinar os valores de h, k e l para o caso estático, e os valores obtidos por Takeuchi (1950) apresentam concordância com as observações.

A solução do problema das marés terrestres permitiu tornar mais fácil o tratamento conjunto dos problemas das nutações e das marés terrestres.

A teoria desenvolvida por Sir Harold Jeffreys e por mim (1957) utilizou a solução estática para o envólucro, obtida por Takeuchi, simplificando-se assim consideràvelmente os cálculos numéricos. Adoptámos dois modelos para o núcleo: 1.º modelo de partícula central: considera o núcleo como um fluido homogéneo e incompressível, adicionando-se um ponto material no centro para dar uma estimativa dos possíveis efeitos do núcleo interior; 2.º modelo Roche: considera a variação de densidade provocada ùnicamente pela compressibilidade. Estes modelos podem considerar-se como representando casos limites do possível comportamento do núcleo, e as expressões adoptadas para os deslocamentos no núcleo supõem-se representar os movimentos principais no seu interior.

Esta teoria conduz à determinação não só dos períodos das diversas nutações como também dos valores dos números da maré terrestre h, k e l para as componentes principais das marés diurnas. Desta maneira foi possível, pela primeira vez, tratar conjuntamente os problemas das nutações e das marés terrestres.

O estudo das oscilações livres e forçadas da Terra foi levado a efeito por Pekeris e colaboradores (1959), que consideraram os períodos naturais determinados para oscilações dos tipos radial, torsional e esferoidal. As equações do movimento, expressas em coordenadas esféricas (r, φ, θ), sendo as componentes do deslocamento $\vec{u}$ representadas por (u_r, u_ν, u_φ), são

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} = \rho_0 g_0 \Delta + \rho_0 \frac{\partial K}{\partial r} - \rho_0 \frac{\partial}{\partial r}(g_0 u_r) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda\Delta + 2\mu\frac{\partial u_r}{\partial r}\right) + \frac{\mu}{r}\frac{\partial e_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\mu}{r \operatorname{sen}\theta}\frac{\partial e_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\mu}{r}(4e_{rr} - 2e_{\theta\theta} - 2e_{\varphi\varphi} + \cot\theta\, e_{r\theta})$$

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2} = \frac{\rho_0}{r}\frac{\partial K}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial r}(\mu e_{r\theta}) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}(-g_0\rho_0 u_r + \lambda\Delta + 2\mu e_{\theta\theta}) + \frac{\mu}{r \operatorname{sen}\theta}\frac{\partial e_{\theta\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\mu}{r}\left[2\cot\theta\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r}\cot\theta - \frac{1}{r\operatorname{sen}\theta}\frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi}\right) + 3e_{r\theta}\right]$$

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial t^2} = \frac{\rho_0}{r\operatorname{sen}\theta}\frac{\partial K}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial r}(\mu e_{r\varphi}) + \frac{\mu}{r}\frac{\partial e_{\theta\varphi}}{\partial \theta} + \frac{1}{r\operatorname{sen}\theta}\frac{\partial}{\partial \varphi}(-g_0\rho_0 u_r + \lambda\Delta + 2\mu e_{\varphi\varphi}) + \frac{3\mu}{r}e_{r\varphi} + \frac{2\mu}{r}\cot\theta\, e_{\theta\varphi}$$

sendo g_0 a gravidade no estado inicial, e_{ij} as componentes da deformação e (λ, μ) as constantes de Lamé. Além das oscilações