

investigação científica e mantê-lo vivo nestes é tanto mais difícil quanto é certo que os problemas de matemáticas superiores parecem, à primeira vista, inteiramente afastados do campo dos elementos, no qual terá lugar a actividade do professor da escola média.

Convém, portanto, mostrar a contribuição significativa que as matemáticas superiores dão, em muitos sentidos, à compreensão dos conceitos e à resolução dos problemas elementares.

Traduções de A. SÁ DA COSTA

## PONTOS DO EXAME DE ADMISSÃO AO ESTÁGIO DO 8.º GRUPO NO LICEU NORMAL DE LISBOA

Ano lectivo de 1940-1941

*Provas escritas: Álgebra e geometria analítica*

Ponto n.º 1 — a) — Determine  $m$  de modo que as raízes do trinómio  $(m+3)x^2 - (m+1)x - (m+1)$  sejam inferiores a 1.

b) — Determine analiticamente o lugar geométrico dos pontos de onde se vê um segmento de recta sob um ângulo constante em grandeza.

Ponto n.º 4 — a) — O trinómio  $mx^2 + px + q$  toma para  $x=1$  e  $x=2$  respectivamente os valores 2 e 1. Indique a que condições deve satisfazer o parâmetro  $m$  para que sejam reais as raízes do trinómio dado.

b) — Determine analiticamente o lugar geométrico dos pés das perpendiculares baixadas de um ponto fixo  $O$  sobre as rectas que passam por outro ponto fixo  $A$ .

*Trigonometria e geometria sintética*

a) — Determine uma relação entre as distâncias  $m$ ,  $n$  e  $p$  dos vértices dum triângulo rectângulo ao centro da circunferência inscrita.

b) — Considere uma superfície esférica de raio  $r$  e um ponto  $S$  da superfície esférica de raio  $(r+h)$  concêntrica com a anterior e uma superfície cónica de vértice  $S$  circunscrita à primeira superfície esférica. Determine a expressão da área total da superfície do cone de altura  $h$  limitado pela superfície cónica referida e pelo plano tangente à primeira superfície esférica.

*História das matemáticas*

Ponto n.º 1 — História e importância da descoberta da lei da atracção universal.

*Física e Química*

Ponto n.º 2 — O pêndulo e suas aplicações.

*Prova oral de matemáticas superiores (ponto com 24 horas de antecedência)*

Ponto n.º 1 — Eliminação; redução das cônicas de centro.

Ponto n.º 2 — Máximos e mínimos; centros das quádricas.

Ponto n.º 3 — Indeterminações; cálculo de volumes.

Ponto n.º 4 — Derivadas e diferenciais; curvatura, evoluta.

Ponto n.º 5 — Polinómios inteiros; focos e directrizes das cônicas.

Ponto n.º 6 — Sistemas de equações lineares; geratrizes rectilíneas das quádricas.

Ponto n.º 8 — Séries; classificação das quádricas e estudo da sua forma.

Pontos das provas escritas de matemáticas elementares dos exames do ano lectivo de 1941-1942.

*Álgebra e geometria analítica*

a) — Determine o parâmetro  $m$  de modo que as raízes da equação  $(m-1)x^2 - (4m-6)x + m+1 = 0$  estejam compreendidos entre 3 e -2.

b) — Determine o lugar geométrico dos centros das cônicas da família cuja equação é:

$$(4x-3y)(y-3) + m(x-3)(2y-3x) = 0.$$

*Trigonometria e geometria sintética*

a) — Calcule a hipotenusa de um triângulo rectângulo conhecendo um cateto  $c$  e o ângulo  $\alpha$  formado pela hipotenusa com a mediana relativa a esse cateto. Determine as condições de possibilidade do problema.

b) — Considere um tetraedro regular  $[ABCD]$  de aresta  $a$ ; marque sobre as arestas  $AC$ ,  $AD$ ,  $BC$  e  $BD$  respectivamente os comprimentos  $\overline{AM}$ ,  $\overline{AN}$ ,  $\overline{BP}$  e  $\overline{BQ}$  tais que  $\overline{AM} = \overline{AN} = \overline{BP} = \overline{BQ} = c$  sendo  $0 < c < a$ .

1) Sabendo que as arestas opostas dum tetraedro são perpendiculares demonstre que o quadrilátero  $[MNQP]$  é um rectângulo e calcule os seus lados em função de  $c$  e de  $a$ .

2) Determine em função de  $a$  e de  $c$  a área da superfície lateral do tronco de prisma triangular  $[AMNBPO]$ .