

$R_j < R_{j+1}$ . É evidente a relação  $\text{sen } \alpha = \frac{R_{j+1} - R_j}{R_{j+1} + R_j}$ ,

ou  $R_{j+1} = R_j \times \frac{\text{sen } \alpha + 1}{-\text{sen } \alpha + 1}$ . A soma de  $n$  raios será a soma de  $n$  termos duma progressão geométrica em

que o primeiro termo é  $R_1$  e a razão  $\frac{\text{sen } \alpha + 1}{-\text{sen } \alpha + 1}$ . Por-

tanto  $S = \frac{R_1 \left[ \left( \frac{\text{sen } \alpha + 1}{1 - \text{sen } \alpha} \right)^n - 1 \right]}{\frac{\text{sen } \alpha + 1}{1 - \text{sen } \alpha} - 1}$ . No caso de ser

$R_j > R_{j+1}$  a progressão será decrescente e a razão igual a  $\frac{1 - \text{sen } \alpha}{1 + \text{sen } \alpha}$ .  $S = \frac{R_1 \left[ 1 - \left( \frac{1 - \text{sen } \alpha}{1 + \text{sen } \alpha} \right)^n \right]}{1 - \frac{1 - \text{sen } \alpha}{1 + \text{sen } \alpha}}$ .

Solução de Álvaro Simões (de Sangalhos).

Enviaram também soluções correctas: J. S. Faria de Abreu (de Penafiel) e Paul Richard (de Portalegre).

**1341** — Calcular o valor da soma  $S = 1/1 + 2/2 + \dots + n/n$ .  $R: n!n = n![(n+1) - 1] = n!(n+1) - n! = (n+1)! - n!$ . Fazendo  $n$  sucessivamente igual a  $n-1, n-2, \dots, 3, 2, 1$ , vem  $n!n = (n+1)! - n!, (n-1)!(n-1) = n! - (n-1)!, (n-2)!$

$(n-2) = (n-1)! - (n+2)!; \dots, 3!3 = 4! - 3!, 2!2 = 3! - 2!, 1!1 = 1$ . Somando ordenadamente vem  $1!1 + 2!2 + 3!3 + \dots + n!n = (n+1)! - 1$ .

Solução de Paul Richard (de Portalegre).

Enviou também solução correcta: J. S. Faria de Abreu (de Penafiel).

**1343** — Consideremos um diedro de rectilíneo  $2\alpha$  e um plano que secciona o diedro perpendicularmente ao plano bissector. Sendo  $\beta$  o ângulo formado pela aresta e por aquêl plano, determinar, em função de  $\alpha$  e  $\beta$ , o ângulo de secção do diedro.  $R$ : Considere-se o triedro que tem por vértice  $V$ , o ponto de intersecção da aresta do diedro e do plano que secciona este perpendicularmente ao plano bissector, e por arestas, a aresta do diedro e as intersecções do dito plano com o plano bissector e com uma das faces do diedro; arestas que se designam por  $VA, VB$  e  $VC$  respectivamente. Neste triedro rectângulo conhecem-se a face  $BVA = \beta$  e o ângulo  $\alpha$  oposto à face  $BVC$ . O triedro está, pois, determinado. Resolvendo-o, acha-se:  $\text{tg } B\widehat{V}C = \text{sen } \beta \text{tg } \alpha$  donde  $B\widehat{V}C = \text{arc tg}(\text{sen } \beta \text{tg } \alpha)$  e  $2B\widehat{V}C = 2 \text{arc tg}(\text{sen } \beta \text{tg } \alpha)$ . É o ângulo pedido.

Solução de Alberto Pais (de Lisboa).

Enviaram também soluções correctas: José Morgado (do Pôrto), J. S. Faria de Abreu (de Penafiel) e Paul Richard (de Portalegre).

## BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de criticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas criticas de livros e outras publicações de matemática de que os autores ou editores enviarem dois exemplares à Redacção

**23** — BUTLER, CHAS. H. and LYNNWOOD WREN, F. — *The Teaching of Secondary Mathematics* — Mc Graw-Hill Gook Co. 1941. XII+513 págs. \$3.00.

É um livro verdadeiramente actual que todo o professor de matemáticas do ensino secundário deveria inscrever na sua lista de leituras. Deveria ser lido também pelos educadores em geral e pelos difigentes que têm a seu cargo qualquer trabalho sobre matemáticas nas escolas secundárias. Escrito por dois professores capazes e experimentados, este livro é precioso e cheio de sugestões, particularmente para o grupo de professores jovens que, faltando-lhe a experiência do trabalho escolar, necessitam de um guia para os seus planos diários de lições.

O livro está dividido em três partes:

1.ª O lugar e a função das matemáticas na educação secundária.

2.ª Melhoramento e avaliação da instrução na educação secundária.

3.ª O ensino do assunto principal das matemáticas secundárias.

Pode-se felicitar os autores por terem escrito um bom livro, agradável e cheio de notas de filosofia e sugestões para o desenvolvimento da instrução; é são e bem equilibrado.

Os exercícios do fim de cada capítulo são bem escolhidos e a bibliografia é actual.

(de W. D. R. em «The Mathematics Teacher» Vol. XXXV, n.º 4 — Abril 1942 — Trad. J. S. P.)

**24** — FRANKLIN, PHILIP — *A Treatise on Advanced Calculus* — John Wiley and Sons, Inc. — New York; Chapman and Hall — London; 1940.

Esta obra constitue uma valiosa contribuição a este campo da matemática. Preenche definitivamente a lacuna existente entre o trabalho de forma elementar e o de rigor dentro da moderna análise, como é pôsto em evidência pelos titulos dos primeiros capítulos. Como ponto de partida os

