

vimentos em série de Taylor e Maclaurin. Uso das derivadas no estudo da variação de uma função de uma variável real. O integral  $\int_0^{\infty} e^{-x'} dx$ .

Diferenças de uma função. Notação simbólica, os símbolos  $\Delta$  e  $E$ . Notação factorial. Diferenças de um polinómio. Fórmula de interpolação de Newton e sua extensão às diferenças divididas. Fórmula de interpolação de Lagrange. Subdivisão de intervalos.

Somação. A função  $U_x V_x$ ; somação por partes. O operador  $\Sigma$  e a sua relação com o operador  $\Delta$ . Determinação da soma de séries.

Operador  $D \equiv \frac{d}{dx}$  e operador  $\Delta$ . Aplicações simples a derivação numérica.

Fórmula de Euler-Maclaurin. Aplicações simples a integração numérica.

Probabilidade. Probabilidades totais. Probabilidades compostas. Esperança matemática. Provas repetidas. Probabilidades geométricas. A lei da probabilidade de Gauss.

b) Uma prova elementar sobre os princípios gerais do sistema português de previdência social.

As provas indicadas na alínea a) poderão ter duração de duas horas e meia cada uma e a mencionada na alínea b) a duração de uma hora.

O concurso é válido por um ano.

## A N T O L O G I A

### CIÊNCIA E TÉCNICA

Passagem da alocução de Paul Langevin proferida na Sorbonne em 18 de Maio de 1939  
no jubileu científico de Élie Cartan

Há quatro ou cinco anos, um engenheiro americano, Gabriel Kron, resumia uma série de artigos destinados aos técnicos numa memória intitulada «Dinâmica não riemanniana das máquinas eléctricas rotativas». Aí mostrou o autor que as novas geometrias permitem realizar ao electrotécnico o equivalente do que Lagrange conseguiu com a mecânica analítica. Afirma que o problema da rede eléctrica mais geral, isto é, dum conjunto de máquinas eléctricas rotativas associadas dum modo qualquer, se reduz ao problema do movimento dum partícula num espaço não riemanniano a um número de dimensões igual ao número de graus de liberdade do sistema, com conexão afim disimétrica, isto é, com torsão, sendo a partícula submetida a uma força não conservativa determinada pela sua posição e a uma resistência de atrito proporcional à sua velocidade.

O intuito desta memória é o de mostrar aos engenheiros

electrotécnicos que existe um novo e poderoso ramo das matemáticas admiravelmente adaptado à verificação das teorias respeitantes aos inúmeros tipos de máquinas rotativas.

O emprego deste novo método permite, nos cálculos práticos, uma economia de tempo considerável e relação aos processos actuais.

Além disso, e em contrapartida, as máquinas eléctricas parece fornecerem uma representação muito mais concreta das geometrias não riemannianas do que a teoria do campo unitário na Relatividade Generalizada. O leitor da memória de Kron constatará com este está familiarizado com a maioria das noções novas, mas que em lugar de lhes dar os nomes de tensor métrico ou de símbolo de Christoffel, as conhece já sob os nomes de indutância ou de força electromotriz induzida.

Tradução de M. ZALUAR

## MATEMÁTICAS ELEMENTARES

Exames de Aptidão às Escolas Superiores (1943)

Curso de habilitação para professores de desenho nos liceus

Ponto n.º 1

I

**1556** — Forme a equação biquadrada de que são raízes os números que constituem uma solução inteira e positiva da equação  $5x + 3y = 11$ .  
R: Uma solução inteira da equação proposta é:

$x_1 = 1, y_1 = 2$  e as soluções gerais  $x = 1 + 3m$   
 $y = 2 - 5m$  o que mostra ser  $x_1, y_1$  a única solução inteira e positiva. A biquadrada terá então por raízes 1, -1, 2 e -2 e será  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$  visto as raízes da resolvente serem 1 e 4.

**1557** — Indique as condições a que devem satisfazer os coeficientes da equação  $ax^2 + bx + c = 0$  para que as suas raízes sejam reais e o valor d