coplanares. Suponha que êle admite dois eixos de simetria material ortogonais e concorrentes em O.

Demonstre que, se os momentos de inércia do sistema em relação a êsses eixos forem iguais, o momento quadrático do sistema tem o mesmo valor em relação a tôdas as rectas do seu plano que passam por O. R: *Os eixos de simetria material são principais de inércia. Se os momentos quadráticos em relação a êstes eixos (momentos principais) são iguais, a elipse de inércia é uma circunferência, facto que torna evidente a proposição enunciada.*

1923 — Considere um tronco recto de cilindro de revolução homogéneo, com densidade ρ, raio da base R e comprimento b.

Calcule o seu momento de inércia em relação: *a*) ao eixo de simetria; *b*) a uma das geratrizes.
R: a) *Decompondo em tubos elementares coaxiais, vem* $I_\Gamma = 2\pi\rho b \int_0^R r^3\,dr = \frac{1}{2}\pi\rho b R^4$; b) *o Teorema de Lagrange fornece, a partir do resultado anterior,* $I_g = \frac{3}{2}\pi\rho b R^4$.

1924 — Se o ponto de aplicação da fôrça $\boldsymbol{F} = 5\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j} + 4\boldsymbol{k}$ percorrer o eixo Ox no sentido positivo com velocidade igual a 2, qual é a potência de $\boldsymbol{F}$? (Unidades M.K.S.). R: 10 W.

1925 — $Oxyz$ é um sistema galileano.

O ponto material P com 9,80 kg de massa percorria Ox, no sentido positivo, com a velocidade constante de 2 cm/s. O é a posição inicial de P.

Quando P chegou ao ponto de abscissa $+1{,}52$ m, foi-lhe aplicada uma fôrça, com a direcção e o sentido de Oy, de intensidade igual a 2 kg.

Calcule a velocidade vectorial de P no instante $t = 1$ m 20 s. R: $\mathbf{V} = 0{,}02\mathbf{i} + 8\mathbf{j}$ (U. m.).

Soluções dos n.os 1917 a 1925 de P. de Varenes e Mendonça.

PROBLEMAS

ALGUMAS DAS SOLUÇÕES RECEBIDAS

1895 — Calcular os catetos e a hipotenusa dum triângulo rectângulo, conhecendo-se as superfícies (A_1 e A_2) dos dois triângulos, em que a altura, correspondente à hipotenusa, o divide. R: *Sejam* h *a altura relativa à hipotenusa, e* p *e* q *os segmentos em que esta é dividida por aquela, correspondentes aos triângulos de áreas* A_1 *e* A_2 *respectivamente. Tem-se* $2A_1 = h\cdot p$ $2A_2 = h\cdot q$ *e, por conseqüência,* $4A_1A_2 = h^4$ *Tem-se mais* $ah = 2(A_1+A_2)$, $bc = 2(A_1+A_2) \cdots (1)$, $a^2 = b^2 + c^2 \cdots (2)$. *Resolvendo êste sistema de 4 equações a 4 incógnitas, acha-se:*

$$a = \frac{2(A_1+A_2)}{\sqrt[4]{4A_1A_2}}, \quad b = \frac{\sqrt{(A_1+A_2)^2 \pm (A_1^2 - A_2^2)}}{\sqrt[4]{A_1A_2}},$$

$$c = \frac{2(A_1+A_2)\sqrt[4]{A_1A_2}}{\sqrt{(A_1+A_2)^2 \pm (A_1^2 - A_2^2)}},$$

onde os radicais são tomados com o seu valor aritmético. Qualquer das 2 últimas fórmulas dá os valores dos 2 catetos, porque se b_1 *e* c_1 *são os valores de* b *e de* c *correspondentes ao sinal superior, e* b_2 *e* c_2 *os correspondentes ao sinal inferior, tem-se, em virtude da simetria das equações* (1) *e* (2), $b_1 = c_2$, $b_2 = c_1$.

Solução de Alberto Paes (de Lisboa).

Enviaram também soluções correctas: Carlos A. G. Gomes (do Pôrto); Fernando R. D. Agudo (de Lisboa); e Paul Richard (de Portalegre).

1896 — Encontrar quatro números inteiros consecutivos tais que o cubo do maior seja igual à soma dos cubos dos outros três.

(*Generalizar:* — quatro números formando progressão aritmética).

R: *Seja* r *a razão da progressão. Se* r *fôr positivo, deverá ser* $(x+3r)^3 = x^3 + (x+r)^3 + (x+2r)^3$ *ou* $x^3 - 6r^2x - 9r^3 = 0$. *Esta equação tem sempre uma só raiz real, como se conclui do sinal do seu discriminante* $(9/2\cdot r^3)^2 - (2r^2)^3$. *Acha-se* $x = 3r$. *Os números* $3r$, $4r$, $5r$, $6r$, *verificam pois a relação*

$$(3r)^3 + (4r)^3 + (5r)^3 = (6r)^3. \tag{1}$$

Se a razão da progressão fôsse $-r$ (r *positivo), os números que se obteriam seriam ainda os precedentes, escritos em ordem inversa, porque se fôssem diferentes, dispondo-os em progressão crescente, a razão seria* r, *recair-se-ia no caso anterior e igualando o cubo do maior à soma dos cubos dos outros, ter-se-ia uma igualdade que não coïncidiria com a identidade* (1) *e que, portanto, não seria verdadeira. Fazendo na identidade* (1) $r = 1$ *obtém-se os 4 inteiros consecutivos pedidos.*

Solução de Alberto Paes (de Lisboa).

Enviaram também soluções correctas: Carlos A. G. Gomes (do Pôrto); Fernando R. D. Agudo, (de Lisboa); Heliodoro A. Lopes (de Coimbra); J. S. Faria de Abreu (de Penafiel); e T. Ferreira Rato (S. Tiago de Cabo Verde).

1897 — Resolver a equação

$$\frac{(x-a)\sqrt{x-a} + (x-b)\sqrt{x-b}}{\sqrt{x-a} + \sqrt{x-b}} = a - b.$$

R: *Efectuando o cociente*