PROBLEMAS

ALGUMAS DAS SOLUÇÕES RECEBIDAS

1342 — Desenhar três circunferências de raios proporcionais a h, k e l, de modo que cada circunferência seja tangente às outras duas e a dois lados de um triângulo de que é dada a área S. R: *Desenhem-se três circunferências,* C_1, C_2 *e* C_3 *tangentes entre si duas a duas e de raios respectivamente iguais a* h, k *e* l; *desenhe-se, em seguida, o triângulo* T' *tal que cada circunferência seja tangente a dois dos seus lados. Vê-se fàcilmente que a figura constituída por* T', C_1, C_2 *e* C_3 *é semelhante à figura pedida, bastando-nos, portanto, para construir esta, determinar a razão de semelhança. Seja* S *dada pelo quadrado de lado* $a=\sqrt{S}$ *e determine-se o lado* a' *do quadrado equivalente a* T', *procedendo, por exemplo, do modo seguinte: constrói-se o triângulo rectângulo em que as projeções dos catetos sôbre a hipotenusa são uma altura de* T' *e metade do lado correspondente; a altura dêste triângulo rectângulo relativa à hipotenusa é precisamente* a'. *Visto a razão entre as áreas de duas figuras semelhantes ser igual ao quadrado da razão de semelhança, a razão de semelhança entre figura pedida e a figura constituída é igual a* a/a'. *Os raios das circunfeências pedidas são respectivamente* ha/a', ka/a', la/a', *que podem determinar-se por aplicação do lema de Thales.*

Solução de José Morgado

1434 — Calcular $I_{m,n}=\int \frac{x^n\,dx}{\sqrt[m]{a+bx}}$ (m, n inteiros positivos). R: *É* $I_{m,n}=\int \frac{x^n\,dx}{\sqrt[m]{a+bx}}=\int x^n(a+bx)^{-1/m}dx$.

Faça $a+bx=t^m$, *donde* $x=(t^m-a)/b$ *e* $dx=m/b\,.\,t^{m-1}dt$.

Substituindo, vem $I_{m,n}=\frac{m}{b^{n+1}}\int (t^m-a)^n\,t^{m-2}\,dt=$

$$=\frac{m}{b^{n+1}}\sum_{p=0}^{n}(-1)^p\binom{n}{p}a^p\int t^{m(n-p+1)-2}\,dt=$$

$$=\frac{m}{b^{n+1}}\sum_{p=0}^{n}(-1)^p\binom{n}{p}a^p\frac{t^{m(n-p+1)-1}}{m(n-p+1)-1}+c \quad ou:$$

$$I_{m,n}=\frac{m}{b^{n+1}}\sum_{p=0}^{n}(-1)^p\binom{n}{p}a^p\frac{(a+bx)^{n-p+1-1/m}}{m(n-p+1)-1}+c\,.$$

Solução de José Machado Gil (da Barquinha)

1555 — Circunscrever um tetraedro a um tetraedro dado cujas faces passem por quatro rectas dadas. R: *Sejam* r_1, r_2, r_3, r_4 *as rectas dadas e* A_1, A_2, A_3, A_4 *os vértices do tetraedro dado e seja* (r_i, A_j) *o plano definido pela recta* r_i *e pelo ponto* A_j. *O problema reduz-se a construir conjuntos de quatro planos* (r_i, A_j) *tais que em cada conjunto se tenha uma permutação dos índices* i *e uma permutação dos índices* j. *Há, quando muito,* $4!=24$ *soluções, que podem obter-se escrevendo os têrmos do desenvolvimento do determinante simbólico*

$$\begin{vmatrix} (r_1, A_1) & (r_2, A_1) & (r_3, A_1) & (r_4, A_1) \\ (r_1, A_2) & (r_2, A_2) & (r_3, A_2) & (r_4, A_2) \\ (r_1, A_3) & (r_2, A_3) & (r_3, A_3) & (r_4, A_3) \\ (r_1, A_4) & (r_2, A_4) & (r_3, A_4) & (r_4, A_4) \end{vmatrix}$$

Solução de José Morgado

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção

49 — TORROJA, EDUARDO — **Lecciones elementales de elasticidad con aplicación a la técnica de la construcción.** XVI+326 pgs. (Publicaciones de la Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos). Madrid, 1945. Editorial Dossat.

La resistencia de materiales es, como se sabe, una ciencia matemática, que nació el dia en que Galileo se propuso determinar la resistencia de una viga empotrada en un muro. Pero no basta con etiquetar de matemática a una teoría para que sea, sin más, utilizable. En nuestro caso se precisa, además, que dicha teoria sea sencilla y de aplicación económica, es decir que para calcular un cierto elemento constructivo no se requiere un trabajo que exceda a una determinada fracción de su precio de coste.

Por otro lado, es notorio que dicha ciencia matemática es insuficiente llegado el momento de elegir entre diversas formas posibles la que mejor se adapta a las condiciones prefijadas y en este hallazgo de la idoneidad reside el secreto de la intuición del ingeniero o