

curva descrita pela imagem de $\frac{2}{z-1}$. R: $2X^2+2Y^2+4X+Y=0$, equação da circunferência de centro no ponto $(-1, -1/4)$ e de raio $\sqrt{17}/4$.

Soluções dos n.ºs 2209 a 2212 de José Morgado.

I. S. C. E. F. — 1.ª Cadeira — 1.º Exame de frequência — 23-II-1945.

2213 — Calcular o produto de tôdas as determinações de $(1+i+i^2+\dots+i^{n-1})^{1/n}$. Discussão. R: A expressão dada reduz-se a $E = \left(\frac{1-i^n}{1-i}\right)^{1/n}$. Ora $i^n = 1, i, -1, -i$

consoante $n=4k, 4k+1, 4k+2, 4k+3$ (k inteiro e positivo). Em cada um destes casos teremos que calcular os produtos das n determinações de, respectivamente, $E_0=0^{1/n}$, $E_1=1^{1/n}$, $E_2=[2/(1-i)]^{1/n}$ e $E_3=[(1+i)/(1-i)]^{1/n}$; representemo-los por P_0, P_1, P_2 e P_3 . Mostra-se que, sendo $z = \rho(\cos \alpha + i \sin \alpha)$, o produto das n determinações de $z^{1/n}$ é $P = (-1)^{n-1} \cdot z$.

Assim, ter-se-á $P_0=0, P_1=1, P_2=-1-i$ e $P_3=i$, em cada uma das hipóteses formuladas sobre n .

2214 — Dados os complexos z_1, z_2 e z_3 , provar

que se $\frac{z_1-z_3}{z_2-z_3}$ é real, os afixos dêles estão em linha recta. R: Seja $z_k = x_k + y_k \cdot i$ ($k=1, 2, 3$). Calcule-se $\frac{z_1-z_3}{z_2-z_3}$. Para que êste complexo se reduza à parte real, terá que anular-se o coeficiente da parte imaginária, ou seja $(x_2-x_3) \cdot (y_1-y_3) - (x_1-x_3)(y_2-y_3) = 0$ ou $\frac{x_1-x_3}{x_2-x_3} = \frac{y_1-y_3}{y_2-y_3}$, condição de colinearidade de 3 pontos de coordenadas $P_k(x_k, y_k)$, ($k=1, 2, 3$), que são os afixos de z_k .

2215 — Dum táboa de anuidades tiraram-se os seguintes valores

$x = 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50$

$a_n = 17,6281, 16,8157, 15,7599, 14,4738, 12,9711, 11,2596, 9,3777$.

¿ Até que ordem de diferenças se deve ir para obter uma boa interpolação? Calcular a_{32} . R: Construindo uma tabela de diferenças ordinárias e utilizando a interpoladora de Gregory-Newton, obtém-se $a_{32} = 15,2721$.

Soluções dos n.ºs 2213 a 2215 de Orlando Morbey Rodrigues

PROBLEMAS

As resoluções de problemas propostos devem ser enviadas para a Redacção da «Gazeta de Matemática». Para facilitar a organização da secção, pedimos que cada resolução seja transcrita numa folha de papel, utilizada só de um lado (onde outros assuntos não sejam tratados), com a indicação do nome e da morada do autor.

Das resoluções recebidas de cada problema proposto publica-se a melhor ou uma das melhores e mencionam-se os autores de todas as resoluções correctas e só destas.

PROBLEMAS PROPOSTOS

2216 — Seja S um semi-grupo, comutativo ou não. Construa um grupo G que contenha um subconjunto S' isomorfo de S . [Sugestão: Recorde a construção da teoria dos números racionais a partir da dos números inteiros].

2217 — Seja G um grupo, a e b dois quaisquer dos seus elementos e \cdot a operação nele definida. Definamos em G a operação \odot da seguinte maneira: $x \odot y = (x \cdot a) \cdot (y \cdot b)$ para quaisquer $x, y \in G$. Mostre que é condição necessária e suficiente para que: a) G constitua um grupo relativamente à operação \odot , que b seja um elemento do centro de G ; b) G constitua um grupo abeliano relativamente à

operação \odot , que a e b sejam elementos do centro de G ; c) a operação \odot coincida com a operação \cdot que $a \cdot b$ seja o elemento unidade.

Problemas n.º 2216 e 2217 propostos por José Morgado.

Para compreensão da terminologia empregada consultem-se *Aritmética Racional* de A. Monteiro e J. da Silva Paulo e *Elementos da Teoria dos Grupos* de Almeida Costa (C. E. M. P. — n.º 1).

CORRECÇÃO

No problema n.º 2183, (*Gazeta de Matemática* n.º 27),

figura por lapso $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{\sqrt{e^{2x}-1}}$ em vez de $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{\sqrt{e^{2x}-1}}$.

AOS LEITORES

Para não atrazar mais ainda a publicação dêste número, que deveria, normalmente, ser distribuído em Abril de 1946, reduzimos as secções «Matemáticas Superiores» e «Problemas» e suprimimos a secção «Boletim Bibliográfico — Publicações Recebidas». Êste atrazo é devido a causas estranhas à nossa vontade e esperamos poder no próximo n.º 29 compensar as reduções que fomos forçados a levar a efeito neste número.

A Redacção