arbitraire. Si $C=0$, (2) *donne* r *constant, cercle de centre* O. *Pour* $h=0$ *on obtient une droite.*

Le mouvement du disque (non demandé) est défini par

$$(3) \qquad \frac{a^2}{2}\,\theta' = \frac{-r^2\,(Dr - CK^2 \sin\varphi)}{r\,(K^2+r^2)} + D = $$

$$= \frac{K^2\,(D+Cy)}{r^2+K^2} = \frac{K^2\,h^2\,C^2}{Cy+D}.$$

On voit que θ *varie toujours dans le même sens.*

III. Prenons comme origine la projection fixe y *du centre de gravité sur le plan du disque. Le non-glissement s'écrit* $\vec{V}_0 + \theta'\,\vec{k}\wedge\vec{OI} = \vec{V}_I + \vec{\Omega}\wedge\vec{CI}$, *ou* $2\theta'\,\vec{k}\wedge\vec{gI} = 2\vec{V}_I + \vec{\Omega}\wedge\vec{CI}$, *et les équations* (1) *sont valables en remplaçant* 2/5 *par* 4/7. *L'équation du moment cinétique du disque s'écrit*

$$\frac{ma^2}{2}\,\theta'' = -\vec{OI}\wedge\vec{R}_1 = 2\,(yX - xY).$$

On obtient encore les équations (2) *mais avec* $K^2 = 7a^2/16$, *et l'équation* (3) *avec* $\frac{a^2}{4}\,\theta'$ *au premier membre.*

Le centre instantané du disque est le point $P\,(x_1, y_1)$ *tel que* $\vec{V}_0 + \theta'\,\vec{k}\wedge\vec{OP} = 0$ *ou* $-x' - \theta'\,(y_1+y) = 0$, $-y' + \theta'\,(x_1+x) = 0$. D'*après* (1) *et* (3) *modifiée, on obtient*

$$x_1 = \frac{y'}{\theta'} - x = \frac{4}{7}\,x - x = -\frac{3}{7}\,x,$$

$$y_1 = -\frac{x'}{\theta'} - y = -\frac{3}{7}\,y - \frac{C}{\theta'} + \alpha y + \beta,$$

α *et* β *etant deux constantes. La base est donc une conique qui se déduit simplement du lieu de* I.

ALGER — Faculté des Sciences — MÉCANIQUE RATIONNELLE — **Epreuve Pratique — Mai 1946**

2265 — Une plaque carrée de coté $2b$ située dans un plan vertical fixe s'appuie sans frottement sur une droite horizontale fixe D. Son centre de gravité G est au centre du carré. La plaque est animée d'une rotation ω autour de son sommet A situé sur D au moment où il y a choc entre le côté AB et la droite D. Déterminer l'état des vitesses de la plaque après le choc. Le moment d'inertie de la plaque par raport à son centre doit-il vérifier une condition pour que les hypothèses suivantes n'entraînent pas contradiction? On admettra sucessivement:

1° que le contact subsiste entre le côté AB et la droite.

2° qu'il n'y a pas de perte d'energie cinétique au cours du choc et que l'un des points A ou B quitte la droite. On examinera les deux cas.

Ennoncés et solutions des n.os 2264 et 2265 de René de Possel.

PROBLEMAS

As resoluções de problemas propostos devem ser enviadas para a Redacção da «Gazeta de Matemática». Para facilitar a organização da secção, pedimos que cada resolução seja transcrita numa fôlha de papel, utilizada só de um lado (onde outros assuntos não sejam tratados), com a indicação do nome e da morada do autor.

Das resoluções recebidas de cada problema proposto publica-se a melhor ou uma das melhores e mencionam-se os autores de todas as resoluções correctas e só destas.

PROBLEMAS PROPOSTOS

2266 — Dividem-se os lados de um triângulo equilátero T em n partes iguais e pelos pontos de divisão tiram-se paralelas aos lados, cobrindo-se assim T por meio de triângulos equiláteros iguais, T_i. Mostre que a área do círculo inscrito no triângulo T é igual à soma das áreas dos círculos inscritos nos triângulos T_i.

2267 — Dados um ponto A, uma recta b, uma circunferência γ e um triângulo $[A'\,B'\,C']$, construa o triângulo $[A\,B\,C]$ semelhante a $[A', B', C']$ e tal que B pertença a b e C a γ.

2268 — Mostre que é condição necessária e suficiente para que um anel seja idempotente que se tenha $ab+ba=0$ para quaisquer a e b do anel.

2269 — Baseando-se no enunciado anterior prove que todo o anel idempotente é comutativo.

[Consultar o livro *Elementos da Teoria dos Aneis,* de A. Costa — C. E. M. P.].

2270 — Se um domínio D é limitado por um contôrno simples C e $\omega = f(z)$ é regular em D e sôbre C, mostre que, se $f(z)$ não toma valores iguais em dois pontos distintos de C, o mesmo acontecerá em D.

[Proposto em «*Functions of a complex variable*», E. G. Phillips, University Mathematical Texts].

2271 — Se $a > e$, mostrar que $e^z = az^n$ tem n raízes no interior do círculo $|z|=1$ (Aplicar o Teorema de Rouché).

[Proposto em «*Fonctions of a complex variable*», E. G. Phillips.]

2272 — Dada uma elipse (definida por exemplo, por dois diâmetros conjugados dados em grandeza e direcção) determinar, gràficamente, um diâmetro dessa elipse de comprimento dado. Condição de possibilidade.

Problemas n.os 2266 a 2272, propostos por Laureano Barros.

SOLUÇÕES RECEBIDAS

2217 — Seja G um grupo, a e b dois quaisquer dos seus elementos e $\cdot$ a operação nele definida. Definamos em G a operação $\odot$ da seguinte maneira: $x \odot y = (x \cdot a) \cdot (y \cdot b)$ para quaisquer $x, y \in G$. Mostre que é condição necessária e suficiente para que: *a*) G constitua um grupo relativamente à operação $\odot$, que b seja um elemento do centro de G; *b*) G constitua um grupo abeliano relativamente à operação $\odot$, que a e b sejam elementos do centro de G; *c*) a operação $\odot$ coincida com a operação $\cdot$ que $a \cdot b$ seja o elemento unidade. R: a) A condição é necessária: *A associatividade da operação* $\odot$, $(x \odot y) \odot z = x \odot (y \odot z)$, *implica* $x \cdot a \cdot y \cdot b \cdot a \cdot z \cdot b = x \cdot a \cdot y \cdot a \cdot z \cdot b \cdot b$, *ou seja,* $b \cdot (a \cdot z) = (a \cdot z) \cdot b$, *qualquer que seja* z; *partanto* b *pertence ao centro de* G. A condição é suficiente: *Como as implicações anteriores são reversíveis, é verificada a associatividade da operação* $\odot$; *existe um elemento unidade,* $a^{-1} \cdot b^{-1}$, *pois* $x \odot (a^{-1} \cdot b^{-1}) = x$, *qualquer que seja* x; *existe um elemento inverso de todo o elemento* x, $a^{-1} \cdot x^{-1} \cdot a^{-1} \cdot b^{-1}$, *pois* $x \odot (a^{-1} \cdot x^{-1} \cdot a^{-1} \cdot b^{-1}) = a^{-1} \cdot b^{-1}$. b) *A igualdade* $x \odot y = y \odot x$ *implica* $(x \cdot a) \cdot y = y \cdot (a \cdot x)$, *que, em particular para* $y = u$ (*elemento unidade relativo à operação* $\cdot$), dá $x \cdot a = a \cdot x$, *quere dizer,* a *pertence ao centro de* G. *A* condição é, *pois,* necessária; não é, *porem,* suficiente, *como se afirma no enunciado.* c) *Supondo* b *pertencente ao centro de* G, *a igualdade* $x \odot y = x \cdot y$, *para quaisquer* $x, y \in G$, *implica* $a \cdot b = u$ *e recìprocamente.*

A redacção desta solução foi baseada nas soluções enviadas por A. Andrade Guimarães (Pôrto) e J. Tiago de Oliveira (Pôrto).

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção

53 — GREEN, S. L. — **Introduction to differential equations.** London, University Tutorial Press, Ltd., 1945.

O presente trabalho é um tratado elementar sôbre equações diferenciais, dirigido notòriamente no sentido de dar aos leitores um treino completo na resolução daquelas equações.

Com esta orientação, o fulcro dêste livro é uma excelente colecção de exercícios, bem graduados e com a indicação das soluções.

O capítulo sôbre a integração por séries (cap. VIII) atingiu, no género de clareza elementar que o Autor imprimiu a todo o volume, a melhor exposição que conhecemos sôbre o assunto.

Só é de lamentar que a resolução dos sistemas de equações (que só esporàdicamente aflora) e o estudo de equações diferenciais, de ordem superior e coeficientes variáveis, não tenham merecido do Autor notícia mais detalhada.

Apesar disso, parece-nos que, estando êste livro escrito de maneira extrêmamente clara, e sendo acessível a todos os nossos alunos universitários, pode prestar-lhes grandes serviços.

Luís Albuquerque

—**54** GEARY, A., LOWRY, H. V., and HAYDEN, H. A. — **Advanced Mathematics for Technical Students** — Part I — Longmans, Green and Co. — London, New York, Toronto, 1945.

A obra, como o título indica, é dedicada aos estudantes das escolas técnicas, especialmente de engenharia. É abundantemente ilustrada com claras gravuras e os assuntos mais importantes são seguidos de exemplos completamente tratados e de numerosos exercícios propostos cujas soluções se encontram no fim do volume. Abrange 12 capítulos que compreendem elementos de análise infinitesimal (infinitésimos, séries, derivação, primitivação, cálculo de integrais definidos, equações diferenciais ordinárias, etc.), as suas principais aplicações à geometria plana (destacando-se o estudo das cónicas), números complexos (de que se tratam em seguida as aplicações na teoria