Explicitons cette condition: si $\vec{A}(c, c')$ désigne le vecteur principal de la force mutuelle exercée par c' sur c, on doit avoir d'abord

$$\vec{A}(c, c') + \vec{A}(c', c) = 0 .$$

Le moment en O de la force exercée par c'_0 sur c_0 est, en posant $\vec{\lambda}(c) = \vec{A}(c, c'_0)$,

$$\int_{c_0} \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{d\lambda} .$$

De même, en posant $\vec{\lambda'}(c') = -\vec{A}(c_0, c')$, le moment en O de la force exercée par c sur c' est

$$\int_{c'_0} \overrightarrow{OM'} \wedge \overrightarrow{d\lambda'} .$$

La somme de ces deux moments doit être nulle. Pour la mettre sous une forme simple, considérons l'ensemble de dimension 6 où un point est un couple formé d'un point M de c_0 et d'un point M' de c'_0, ensemble qu'on peut noter $c_0 \times c'_0$. $\vec{A}(c, c')$ constitue une mesure dans cet espace, et l'on a

$$\int_{c_0} \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{d_M \lambda} = \int_{c_0 \times c'_0} \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{d_{MM'} A} ,$$

$$\int_{c'_0} \overrightarrow{OM'} \wedge \overrightarrow{d_{M'} \lambda} = \int_{c_0 \times c'_0} -\overrightarrow{OM'} \wedge \overrightarrow{d_{MM'} A} ,$$

d'où la condition

$$\int_{c_0 \times c'_0} \overrightarrow{MM'} \wedge \overrightarrow{d_{MM'} A} = 0 ,$$

qui généralise le fait que dans le principe de l'action et de la réaction entre deux points, les forces sont portées par la droite qui les joint.

Terminons par une remarque au sujet des repères galiléens. On sait que pour les expériences courantes effectuées à la surface de la terre, on peut prendre cette dernière comme repère galiléen, que pour des expériences plus précises comme celle du pendule de Foucault ou du compas gyroscopique, ainsi que pour étudier le mouvement des planètes, il faut utiliser un repère lié au soleil et aux étoiles. Les forces d'inertie correspondant à un repère en mouvement qui peuvent être aussi grandes qu'on le veut doivent donc être attribuées à l'influence d'astres situés à d'aussi grandes distances.

Toutes les masses de l'univers se déplaçant les unes par rapport aux autres, il semble que la notion de repère galiléen ne puisse être qu'une approximation et que seule une théorie de la mécanique indépendante de tout repère soit exempte de contradition. A ce type appartient la relativité générale, qui a en outre l'avantage de réunir sous un même phénomène l'attraction universelle et les forces d'inertie.

APLICAÇÕES DA MATEMÁTICA

BIOLOGIA MATEMATICA

UNA NUEVA TEORIA MATEMÁTICA DE LA DIVISION DE LAS CÉLULAS

*por **J. Gallego Diaz***

Intentamos dar en este ensayo un esquema matemático de la division celular. Pretendemos reducir el complejo proceso de la mitosis a las mismas leyes que regulan el movimiento de los astros, es decir, a la ley de la atraccion de Newton. No ignoramos que en la division de las células hay que tener en cuenta muchos fenómenos y fuerzas tales como la tension superficial, la viscosidad, la elasticidad y crecimiento de la membrana, etc. En una primera aproximacion y como *hipótesis de trabajo,* admitiremos que el efecto resultante de todas esas fuerzas es proporcional a la distancia entre el elemento infinitesimal de la membrana celular y el centro de atraccion, es decir, el *centrosoma.*

Por lo tanto, y teniendo en cuenta la ley de Newton ello equivale a escribir

$$F_1 = \frac{k}{\rho}$$

en donde F_1 es la fuerza de atraccion, k una constante y ρ la distancia antes mencionada.

Por otro lado, y como es bien conocido [1], la trajectória de una particula que se mueve sometida a una cierta fueza, es, al mismo tiempo, la figura de equilíbrio de un hilo sometido a la accion de una fuerza

$$F'_1 = -\frac{F_1}{\gamma V}$$

donde γ representa la densidad del hilo y V la velocidad de la particula con tal de que en un punto comun a ambas curvas, la tension del hilo sea igual en magnitud y direction a la velocidad de la particula

(1) Schell: *Theorie der Brewegung und der Kräfte,* II Band, S. 148 *(Analogie zwischen Problemen des Gleichgewichts und Problemen der Bewegung),* Berlin, 1919.

y suponiendo que la masa del punto mòvil sea la unidad.

Si com F y F' representamos los centrosomas, las distancias ρ y ρ_1 entre el punto genèrico de la membrana celular — cuyas coordenadas cartesianas rectangulares son x y y, tomando como eje X la recta FF' y como eje Y la perpendicular en su punto medio — y los dos centrosomas F y F' serian respectivamente:

$$\rho^2=(x-a)^2+y^2; \quad \rho_1^2=(x+a)^2+y^2 .$$

Ese punto estará sometido a las fuerzas k_1/ρ y k_1/ρ_1 dirigidas hacia los centrosomas.

Las proyecciones de estas fuerzas sobre los ejes serán:

$$-k_1\,(x-a)/\rho^2 \qquad -k_1\,y/\rho^2 \qquad -k_1\,(x+a)/\rho_1^2 \qquad -k_1\,y/\rho_1^2 .$$

Las ecuaciones del movimiento son, por tanto:

$$\frac{d^2x}{dt^2}=\tau\left(\frac{a-x}{\rho^2}-\frac{a+x}{\rho^2}\right)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2}=-\tau y\left(\frac{1}{\rho^2}+\frac{1}{\rho_1^2}\right).$$

E immediatamente se obtiene:

$$\frac{d^2x}{dt^2}\cdot\frac{dx}{dt}+\frac{d^2y}{dt^2}\cdot\frac{dy}{dt}=-\tau\left[\frac{(x-a)\,dx/dt+y\,dy/dt}{\rho^2}+\right.$$

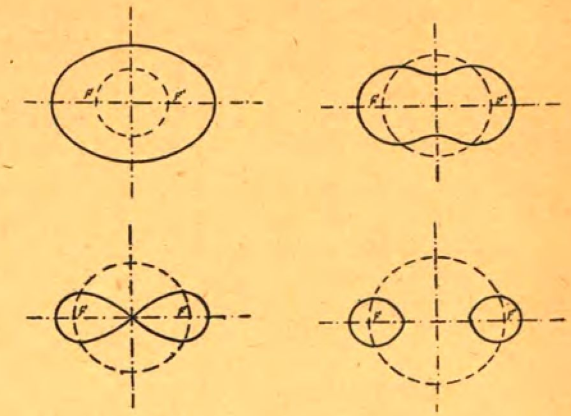
$$\left.+\frac{(x+a)\,dx/dt+y\,dy/dt}{\rho_1^2}\right]=-\frac{\tau}{\rho}\frac{d\rho}{dt}-\frac{\tau}{\rho_1}\frac{d\rho_1}{dt}.$$

Por lo tanto, la integral de las fuerzas vivas dá:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2=-2\tau L\rho\rho_1+C .$$

Pero si queremos que la velocidad permanezca constante ello exige que la trayectoria buscada sea $\rho\rho_1=k^2$ es decir que la figura de equilibrio de la membrana será, como antes se dijo, la curva cuya ecuacion en coordenadas bipolares es: $\rho\rho_1=k^2$ que representa como es sabido una *cassínica*.

Cuando la célula crece, aumenta la distancia FF' entre ambos centrosomas y las diversas formas de



dichas curvas son las indicadas en las figuras adjuntas.

Puede observarse que la funcion de variable compleja $w=z^2$ transforma las cassínicas

$$|z-a|\cdot|z+a|=k^2 \quad (a\; y\; k \text{ reales})$$

en circunferências $|w-a^2|=k^2$, del plano w.

Por tanto, las transformadas de las lineas de fuerza seian las rectas que pasan por el centro de esas circunferencias ya que la representacion es conforme.

Ello equivale a decir que las lineas de fuerza, en el interior de la célula, son hipérbolas equiláteras que pasan por los centrosomas F, F'.

El estudio de la membrana en un espacio de tres dimenciones, por medio de las ecuaciones:

$$\begin{cases} x=x\,(u\,,v\,,t) \\ y=y\,(u\,,v\,,t) \\ z=z\,(u\,,v\,,t) \end{cases}$$

en donde u y v son parámetros y t es el tiempo, y llevando a cabo un más detenido análisis de las fuerzas que al principio aludimos será objeto de otro ensayo. Madrid, Julio 1946.

PEDAGOGIA

OS PONTOS DE EXAME DE GEOMETRIA DO 1.º CICLO NA ÉPOCA DE JULHO

I — JULHO DE 1945 (LICEUS DE LISBOA)

por *A. Nicodemos Pereira* e *J. Xavier de Brito*

Por intermédio da reitoria do Liceu de Passos Manuel, recebemos ordem de serviço para organizar o ponto para a prova escrita do exame de geometria do 1.º ciclo, em Julho, subordinado às seguintes normas:

«Geometria. 6 questões de geometria plana e 2 de geometria no espaço».

Em vista de indicações tão vagas resolvemos, antes de organizar o ponto, especificar normas para a sua constituição, tendo ficado assentes, depois de uma troca de impressões a êsse respeito, as seguintes:

a) As questões propostas deveriam dirigir-se, umas,