résultats d'expériences selon la loi des moindres carrés.

(24) *R. Lacape : Les problèmes mathématiques de l'influx nerveux.

(25) Mariani : Les espaces généralisés et l'électromagnétisme.

Samedi 14 septembre (10h.30 à 12h.) :

(26) E. Merwart: Chronologie mathématique: Deux numérotations inverses : période julienne et millésimes préchrétiens.

(27) E. Kraft : Critériuns de divisibité, critérium des nombres premiers.

(28) J. Malburet : Une démonstration du théorème de Saccheri (5e postulat).

(29) J. Malburet : Le sixième postulat d'Euclide.

(30) *E. Barbette : Le dernier théorème de Fermat et sa généralisation.

Le 66e Congrès aura lieu à Biarritz en Septembre 1947. Le 67e Congrès aura lieu à Genève en 1948.

MATEMÁTICAS ELEMENTARES

PONTOS DE EXAMES DE APTIDÃO ÀS ESCOLAS SUPERIORES

F. C. L. — Exame de Aptidão — Julho de 1946.

I

2273 — Determine o parâmetro m de modo que as raizes da equação $x(1-x)=m/(m+1)$ difiram de duas unidades. R: *A equação proposta pode escrever-se sob a forma equivalente* $x^2-x+m:(m+1)=0$ *e se forem* x_1 *e* x_2 *as suas raízes teremos o sistema*: $x_1+x_2=-1$, $x_1-x_2=2$ *e* $x_1 x_2=m:(m+1)$, *cuja resolução conduz à solução procurada* $m=-3/7$.

2274 — Diga o que se lhe oferecer sôbre a possível existência de soluções inteiras e positivas da equação $10x-6y=8$. Justifique a resposta. R: *A equação* $10x-6y=8$ *é equivalente a* $5x-3y=4$, *equação que tem uma infinidade de soluções inteiras e positivas pois estas são dadas pelas expressões* $x=2+3m$ *e* $y=2+5m$, *onde* m *representa um inteiro positivo ou nulo qualquer, em vista de o par* $x_1=2, y_1=2$ *constituir uma solução inteira da equação proposta.*

2275 — Diga qual dos números $\sqrt[3]{3}$ e $\sqrt{2}$ é maior. Justifique a resposta. R: *Como* $\sqrt[3]{3}$ *e* $\sqrt{2}$ *se podem escrever sob as formas* $\sqrt[6]{3^2}$ *e* $\sqrt[6]{2^3}$ *resulta imediatamente da comparação destes radicais que é* $\sqrt[3]{3}>\sqrt{2}$.

II

2276 — Dado um cateto dum triângulo rectângulo, e a diferença entre a sua hipotenusa e o outro cateto, deduza em função dos dados as fórmulas que exprimem os comprimentos dos lados desconhecidos do triângulo, os seus ângulos agudos e a sua área. R: *Seja* b *o cateto dado e* $a-c=d$ *a diferença entre a hipotenusa e o outro cateto. Como o triângulo é rectângulo será* $b^2+c^2=a^2$ *ou* $a^2-c^2=b^2$ *ou ainda* $(a+c)(a-c)=b^2$, *donde se deduz* $a+c=b^2:d$ *e portanto* $a=(b^2+d^2):2d$ *e* $c=(b^2-d^2):2d$. *Daqui se deduz que* $\operatorname{tg} B=2db:(b^2-d^2)$ *e* $\operatorname{tg} C=(b^2-d^2):2db$.

2277 — Verifique a identidade

$$\sec^2\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=\frac{2}{1-\operatorname{sen}(2\alpha)}.$$

R: *O primeiro membro da igualdade pode escrever-se sucessivamente sob as formas:*

$$\sec^2(\pi/4+\alpha)=1:\cos^2(\pi/4+\alpha)=1:[\cos\pi/4\cos\alpha-$$
$$-\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\pi/4]^2=1:[(\sqrt{2}/2)^2.(\cos\alpha-\operatorname{sen}\alpha)^2]=$$
$$=1:[1/2\times(\cos^2\alpha+\operatorname{sen}^2\alpha-2\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha)]=$$
$$=2:[1-\operatorname{sen}(2\alpha)],$$

o que prova a identidade.

2278 — Deduza a expressão geral dos ângulos que têm a mesma cosecante que o ângulo que mede θ radianos. R: *Como se sabe os ângulos* θ *e* $\pi-\theta$ *têm a mesma cosecante, e como* θ *e* $\theta+2k\pi$ (k *inteiro*), *e* $\pi-\theta$ *e* $\pi-\theta+2k'\pi$ (k' *inteiro*) *têm a mesma cosecante, poderemos escrever as expressões* $2k\pi+\theta$ *e* $(2k'+1)\pi-\theta$, *que se podem condensar sob a forma* $n\pi+(-1)^n\cdot\theta$ (n *inteiro*), *como sendo as expressões gerais dos arcos que têm a mesma cosecante que o ângulo* θ.

III

2279 — Deduza o valor da razão entre o volume de uma esfera e o de um cubo nêle inscrito. R: *O volume da esfera é dado pela expressão* $4\pi R^3:3$, *e a aresta do cubo inscrito na esfera de raio* R *é dada por* $l=2R\sqrt{3}:3$, *donde o volume* $l^3=8R^3\sqrt{3}:3^2$. *A razão dos volumes é então* $\pi\sqrt{3}:2$.

2280 — Considere duas circunferências de raios diferentes, tangentes exteriormente num ponto T.

Demonstre que tendo P e P' os pontos de contacto duma tangente comum às duas circunferências, o ângulo $P\widehat{T}P'$ é um ângulo recto. R: *Tracemos a tangente comum às duas circunferências no ponto* T *a qual encontrará a tangente* PP' *num ponto* Q. *Em vista da propriedade bem conhecida de os segmentos das tangen-*