

# O método dos limites <sup>(1)</sup>

por Bento Caraça

## 1. Dificuldades antigas

O leitor que tenha acompanhado a exposição feita nos capítulos anteriores (volume I e II) deve estar recordado do que representou, na história da Filosofia e da Ciência, a crítica desenvolvida no século V a. C. pela Escola de Elea contra as proposições da *Escola Pitagórica*. A ruína desta Escola representou a *primeira grande crise da História da Matemática*, crise cujas características essenciais procurámos traçar no capítulo IV do volume I e que o leitor deve ter agora bem presentes para a compreensão do que vai seguir-se

O principal objectivo da crítica eleática — objectivo diga-se de passagem, realizado plenamente — foi mostrar que a teoria pitagórica das *mónadas*, que aspirava a ser a matriz duma interpretação geral do Universo, era inadequada a tal fim e era uma fonte de incapacidade e contradições. *Zenão de Elea*, numa crítica impiedosa de que nos foram conservados por *Aristóteles* os seus célebres *quatro argumentos*, verdadeiros modelos de vigor e de clareza na argumentação, provava com efeito:

1.º — que a afirmação da *Escola Pitagórica* de que *todas as coisas têm um número* era inconsistente em face da teoria das *mónadas*;

2.º — que a mesma teoria não fornecia base suficiente para a compreensão do movimento.

Estes são os dois aspectos fundamentais da *crise*. Do primeiro, adicionado à verificação, já anterior, do fenómeno da *incomensurabilidade*, resultou o eclipse, durante séculos, daquela grandiosa aspiração numa *ordenação matemática do cosmos*, de que a Escola Pitagórica nos fornecera uma primeira realização. Dele nos ocupámos, com algum pormenor, nos volumes I e II, mostrando como foram forçados, embora só muito tarde, dois instrumentos necessários à solução da crise — uma teoria satisfatória dos *números irracionais* e o conceito de *função*.

O segundo aspecto vai ser agora objecto do nosso estudo. Vamos recordar em que consiste a dificuldade, ver os desenvolvimentos a que deu origem a solução

encontrada, e lançar uma vista de olhos sobre as perspectivas que essa solução permitiu abrir.

## 2. A argumentação de Zenão de Elea

Expusemos no volume I <sup>(4)</sup>, com alguma minúcia, os argumentos de Zenão tradicionalmente designados por *argumentos contra o movimento* mas que melhor será designar por *argumentos contra a compreensão do movimento*. Deles resulta que, em face da teoria pitagórica das *mónadas* e, por consequência, considerado o movimento como uma *sucessão de estados dum móvel* <sup>(2)</sup> ele é igualmente incompreensível, quer essa sucessão seja finita (argumento da flecha — não se percebe o que se passa entre um estado e o seu sucessivo), quer seja infinita (argumento de Aquiles e a Tartaruga — não se percebe como aquele alcança esta desde que ela parta com um avanço por mínimo que seja).

## 3. A essência da dificuldade

Qualquer que tenha sido o objectivo efectivo e inicial de Zenão (nós não possuímos mais do que o breve testemunho de *Aristóteles* que é de quase dois séculos posterior), a sua argumentação ficou na História da Ciência com este valor inestimável — mostrar-nos que o movimento não pode ser compreendido como uma sucessão de estados particulares; considerá-lo assim, equivale a abordar o seu estudo por um *método estático* que traz consigo o germen da infecundidade e da incompreensão — não é, já de si, o abordar o estudo do movimento por um *método estático* qualquer coisa de paradoxal?

Na verdade, a essência do movimento é tal que quando vamos a querer fixar a posição dum móvel, em determinado instante, num ponto da sua trajetória, já ele aí se não encontra — entre dois instantes, por mais aproximados que sejam um do outro, o mó-

(1) A págs. 96-99, cuja leitura é neste momento recomendada para o entendimento do que se segue.

(2) Efectivamente, a teoria das *mónadas*, oposta à continuidade eleática, implica que o movimento dum móvel é uma sucessão de estados — passagens de *mónadas* a *mónadas* sucessivas.

(1) Constitui este artigo parte do Capítulo I do Volume III dos «Conceitos Fundamentais da Matemática» ainda inédito e que aparecerá brevemente.

