

1) Por permuta de  $(H_3)$  com  $(T_3)$ .

$$H: \begin{cases} a = a' & (H_1) \\ b = b' & (H_2) \\ \widehat{V}C = \widehat{V}C' & (T_3) \end{cases}$$

e semelhantemente dispostos

$$T: \begin{cases} c = c' & (H_3) \\ \widehat{V}A = \widehat{V}A' & (T_1) \\ \widehat{V}B = \widehat{V}B' & (T_2) \end{cases}$$

donde o teorema:

Se dois triedros têm um diedro igual, compreendido por faces iguais, cada um a cada um, e semelhantemente dispostos, então são iguais.

2) Por permuta de  $(H_2)$  e  $(H_3)$  com  $(T_2)$  e  $(T_3)$ .

$$H: \begin{cases} a = a' & (H_1) \\ \widehat{V}B = \widehat{V}B' & (T_2) \\ \widehat{V}C = \widehat{V}C' & (T_3) \end{cases}$$

e semelhantemente dispostos

$$T: \begin{cases} b = b' & (H_2) \\ c = c' & (H_3) \\ \widehat{V}A = \widehat{V}A' & (T_1) \end{cases}$$

Logo o teorema:

Se dois triedros têm uma face igual e os diedros adjacentes a essa face iguais, cada um a cada um, e semelhantemente dispostos, então são iguais.

3) Por permuta de  $(H_1)$ ,  $(H_2)$  e  $(H_3)$  com  $(T_1)$ ,  $(T_2)$  e  $(T_3)$ .

$$H: \begin{cases} \widehat{V}A = \widehat{V}A' & (T_1) \\ \widehat{V}B = \widehat{V}B' & (T_2) \\ \widehat{V}C = \widehat{V}C' & (T_3) \end{cases}$$

e semelhantemente dispostos

$$T: \begin{cases} a = a' & (H_1) \\ b = b' & (H_2) \\ c = c' & (H_3) \end{cases}$$

tem lugar o teorema:

Se dois triedros têm os diedros iguais cada um a cada um e semelhantemente dispostos, então são iguais.

Se considerarmos inicialmente qualquer dos teoremas correspondentes a um dos casos de igualdade de triedros, os outros teoremas de igualdade de triedros poderiam ser considerados recíprocos desse.

Devemos notar que a partir do teorema proposto se poderiam obter 19 teoremas recíprocos, isto é:

$$3 \times {}^3C_2 + 3 \times {}^3C_1 + {}^3C_3 = 19.$$

Destes teoremas apenas 7 são verdadeiros. Os 12 restantes, não tendo os elementos (diedros ou faces) semelhantemente dispostos, são recíprocos falsos. Dos 7 teoremas recíprocos verdadeiros, 3 deles correspondem a um mesmo caso de igualdade de triedros, outros 3 a outro caso.

O último é aquele que permuta as 3 faces com os 3 ângulos diedros.

Estudo análogo poderia ser feito relativamente aos casos de igualdade de tetraedros: Dado um dos casos de igualdade de tetraedros, os outros casos podem ser considerados teoremas recíprocos do caso considerado como primeiro.

Analogamente para os casos de semelhança de tetraedros, isto é, dado um caso de semelhança de tetraedros, os outros casos podem ser considerados teoremas recíprocos do teorema correspondente ao caso considerado.

Ainda para os casos de igualdade de triângulos, considerado um caso de igualdade de triângulos, os outros casos podem ser considerados, como teoremas recíprocos do teorema que corresponde ao caso que se considerou.

Também, na semelhança de triângulos, estabelecido um dos casos de semelhança, os outros casos podem ser considerados teoremas recíprocos do teorema que corresponde ao caso que se considerou.

## MOVIMENTO CIENTÍFICO

### FILMES CIENTÍFICOS

Na noite de 28 de Fevereiro de 1949 realizou-se no Grande Anfiteatro da Sorbonne, promovida pela «União Nacional dos Intelectuais» e pela «Associação dos Trabalhadores Científicos», a primeira sessão de filmes científicos com o fim de apresentar algumas das investigações realizadas em diversos domínios da Ciência e como meio de propaganda a favor da investigação científica e dos novos métodos de ensino, de

que, infelizmente, não se ocupa a chamada grande imprensa. Além dum filme de Jean Painlevé e Georges Rouquier sobre Pasteur, e de outros sobre microorganismos, reanimação do organismo, protuberâncias solares, etc., destacaremos, pelo interesse, — e para alguns novidade — o filme intitulado «Famílias de rectas e de parábolas» de M. Cantagrel, cedido pelo Museu Pedagógico de Paris.

Julgamos de um alto interesse pedagógico a exibição em escolas portuguesas de filmes como este. Creemos também — apesar da nossa ignorância da técnica cinematográfica — na facilidade da montagem.

Os modelos com fios, de matérias plásticas ou gesso, bem como os quadros murais com gráficos, são um precioso instrumento pedagógico quando bem executados. O cinema dispõe porém de meios vivos e sugestivos que muito podem ajudar tanto a exposição do professor como a compreensão do aluno. O filme pode mesmo exemplificar a técnica utilizada nos laboratórios de matemática para a construção dos gráficos. Até talvez sob o ponto de vista económico fosse vantajosa a introdução do cinema.

Segundo o testemunho do Prof. Bauer, encarregado da apresentação e justificação da sessão este filme foi exibido em vários liceus franceses com êxito pedagógico. Como o leitor sabe, o ensino da Geometria, sintética

e analítica, é feito com largo desenvolvimento em França, já no ensino secundário, e contribui largamente para a formação matemática do estudante.

O filme exemplificava a construção geométrica de uma recta, ou parábola definida pela sua equação cartesiana. No caso das famílias consideradas os coeficientes das respectivas equações dependiam linearmente, ou eram polinómios do 2.º grau, de um parâmetro contínuo, casos evidentemente simples. Recordamos terem sido apresentados feixes de rectas, uma família de rectas tangentes a uma parábola, uma família de parábolas tangentes num ponto a uma dada recta outra família de parábolas cujo foco descrevia uma cúbica, etc. O cinema permitia dar ideia do deslocamento, com ou sem deformação, resultante da variação do parâmetro dum elemento genérico da família.

M. Z.

## SEMINÁRIOS DE MATEMÁTICA NA UNIVERSIDADE DE PARIS

Há muito a *Gazeta de Matemática* vem dando aos seus leitores notícia dos programas de estudos e de alguns aspectos do trabalho em Universidades estrangeiras. Esse noticiário, mais ou menos breve, pormenorizado ou não, oferece contudo a possibilidade de conhecer certos traços essenciais da feição que em diferentes centros universitários tem hoje o ensino das ciências matemáticas e a preparação para a investigação científica. Um destes aspectos, que sempre se vai encontrar adentro das escolas superiores, de organização e níveis científicos embora variados, é a existência de núcleos de trabalho, geralmente designados por *Seminários*, cuja actividade se desenvolve a par e em relação com os estudos básicos feitos nos cursos regulamentares.

As conferências comentadas e discutidas que se realizam nos *Seminários*, o estudo e o intercâmbio de conhecimentos feitos nas suas reuniões científicas, onde uma experiência intelectual adquirida em comum por professores, assistentes, alunos e toda uma gama de outros estudiosos constitui um laço forte de unidade de trabalho e uma garantia de actualização científica permanente, são hoje parte integrante da actividade normal, regular, de todos os grandes centros universitários.

A finalidade dos *Seminários* pode definir-se pelos resultados úteis que se obtêm da sua acção e que em poucas palavras procuraremos caracterizar: O desenvolvimento e a actualização de conhecimentos, até à primeira linha dos problemas que constituem a preocupação da ciência dos nossos dias; o exercício do espírito crítico na análise de memórias científicas re-

centes, prenes de questões não inteiramente esclarecidas e de métodos de trabalho a aperfeiçoar, e que, pelos seus ensinamentos e estímulos, conduzem à investigação científica; o amadurecimento intelectual indispensável a um professor e que a frequência de cursos e a leitura de tratados de ciência feita, por si só, não permitem atingir.

Vemos assim que aí se procura obter um prolongamento do quadro, cada dia mais largo, dos estudos universitários considerados hoje fundamentais e que estão compreendidos entre os programas. Mas, mais do que isso, se pretende simultaneamente introduzir um trabalho com um carácter diferente do dos cursos, com maior intervenção da iniciativa pessoal, exigindo e pondo em jogo capacidades e facultades desenvolvidas naqueles. O ritmo e os processos de trabalho são outros, correspondendo a novos interesses e objectivos.

Será a existência dos *Seminários* apenas uma solução de compromisso entre, dum lado, as necessidades criadas por um rápido desenvolvimento da ciência e por uma progressiva intervenção desta na vida social através das técnicas que lhe correspondem e, doutro lado, a orgânica do ensino vigente que deixou de satisfazer a estas necessidades? uma solução de compromisso, uma solução provisória, desempenhando em relação aos cursos regulamentares um papel análogo ao dos Institutos de investigação relativamente às Universidades, e porventura destinada a desaparecer no futuro, por uma fusão destes com aqueles, em virtude duma reforma profunda no sistema de formação dos quadros científicos e técnicos? É possível. Seja porém como for, o que nos detem neste momento é

observar, nas circunstâncias existentes, a utilidade dos *Seminários* para ir ao encontro dos problemas que se apresentam no campo da educação científica e da preparação técnica, e que pedem solução urgente.

Também nas nossas Universidades se fizeram já experiências neste sentido e os resultados foram pelo menos animadores.

Mas ao recordar os Centros de Estudos Matemáticos que há anos existiam nas Faculdades de Ciências de Lisboa e do Porto, somos levados a reconhecer que a sua actividade — marcada pela realização de colóquios e por um trabalho de iniciação na investigação científica, de que nos ficaram importantes elementos — nunca pôde integrar-se inteiramente na vida universitária. Talvez por isso não foi longa a sua duração e haverá que recomeçar.

Trazendo hoje ao conhecimento dos leitores da *Gazeta de Matemática* uma breve referência aos trabalhos que se realizam em alguns dos *Seminários* de escolas superiores de Paris, como actividade regular — embora não regulamentada — de professores, alunos e outros estudiosos, queremos ilustrar com mais um exemplo o que acima dizemos. Fazemo-lo também na convicção de que, para cuidar entre nós de empreendimentos desta natureza, estas e outras informações bem merecem ser apreciadas nos seus diferentes aspectos e utilizadas, tendo em conta as condições do desenvolvimento dos estudos matemáticos no nosso país.

A. Pereira Gomes

## SEMINÁRIO DE ALGEBRA SUPERIOR

Na Faculdade de Ciências de Paris (Instituto Henri Poincaré) tem lugar quinzenalmente um Seminário de Álgebra Superior, presidido pelo Professor A. Châtelet. Em continuação dos trabalhos do ano passado, efectuam-se aí exposições e correspondente discussão de memórias de grande importância e actualidade, não tendo carácter de iniciação. Os assuntos tratados são escolhidos pelo interesse que apresentam e não estão necessariamente em correlação imediata entre si.

As conferências realizadas até Fevereiro versaram os temas seguintes:

- 1 — Memórias de Jacobson relativas à teoria de Galois, por L. Kaloujnine.
- 2 — Generalização da Teoria de Galois, por J. Dieudonné.
- 3 — Memórias de Artin relativas aos anéis de valuação.
- 4 — O teorema de Remach e Schmidt, por Riguet.

Também aqui um resumo policopiado das conferências é distribuído pelos que frequentam o Seminário.

## SEMINÁRIO DE BOURBAKI

Voltou a funcionar o Seminário Bourbaki, que reúne em Paris matemáticos vindos de diferentes centros universitários de França. É secretariado pelo professor J. Dieudonné, que há um ano regressou à Universidade de Nancy, depois de ter ensinado durante um largo período na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de São-Paulo.

A primeira reunião do Seminário teve lugar na Escola Normal Superior em tres dias consecutivos (sábado, domingo e segunda-feira) da primeira quinzena de Dezembro. Cada sessão foi preenchida por duas conferências e sua discussão.

As conferências versaram os seguintes temas:

- 1 — A hipótese de Riemann para os corpos de funções algébricas de característica  $p$ , por C. Chevalley.
- 2 — O teorema de Minkowski-Hlawka — por C. Chabauty.
- 3 — As representações unitárias irredutíveis do grupo complexo unimodular (Gelfand e Neumark, *Recueil de Moscou* (1947), por R. Godement.
- 4 — Sobre a estrutura de  $p$ -grupo de Sylow dos grupos simétricos finitos e de algumas generalizações infinitas destes grupos, por L. Kaloujnine.
- 5 — Os trabalhos de Koszul, por H. Cartan.
- 6 — Sobre a teoria das correspondências biracionais, por P. Samuel.

Os trabalhos deste Seminário, verdadeiras reuniões científicas, decorrem num nível altamente especializado.

As próximas sessões estão previstas para a 1.ª quinzena de Março.

## SEMINÁRIO DE CALCULO DAS PROBABILIDADES

Todas as 6.ª feiras têm lugar, no anfiteatro Darboux do Instituto Henri Poincaré da Faculdade de Ciências de Paris, as sessões do Seminário de Cálculo das Probabilidades presidido pelo Professor Fréchet. No presente ano lectivo até Fevereiro foram expostos e discutidos os temas seguintes:

1948, Nov. 5 — Une propriété générale des valeurs typiques aléatoires — Fréchet.

Nov. 12 et 19 — Problèmes de Probabilité qui se posent pour un groupe de lignes téléphoniques sans possibilité d'attente (Phénomène de blocage; recherche de diverses fonctions caractéristiques; méthodes analytiques; solutions) — Pollaczek.

Nov. 26 — Les valeurs typiques d'ordre déterminé d'un nombre aléatoire — Fréchet.

Déc. 3 — Problème d'estimation statistique dans le cas d'un tirage de boules d'une urne — Bouzitat.

Déc. 10—Loi de distribution du premier chiffre d'un nombre dans les tableaux statistiques — R. Féron.

Déc. 17—Le problème de la collinéarité — Gerhard Tintner.

1949, Janv. 7 — Distribution asymptotique du «range» dans le cas d'échantillons tirés d'une population laplacienne — R. Féron.

Janv. 14 — Sur certaines classes de fonctions aléatoires — J. Bass.

Janv. 21 — Estimation des paramètres lorsque le nombre des paramètres inconnus croît indéfiniment avec le nombre des observations — Le Cam.

Janv. 28 — Sur la concurrence intra-spécifique («Nouvelle Génétique») — Kostitzin.

## SEMINARIO DE TOPOLOGIA ALGÉBRICA

Sob a direcção do Professor Henri Cartan, realiza-se semanalmente, na Escola Normal Superior de Paris, um Seminário de Topologia Algébrica. O Seminário abriu com uma sessão preparatória, onde se estabeleceu um programa de trabalhos e se deu começo à sua distribuição. Frequentado sobretudo por jovens, destina-se a uma iniciação no estudo da Topologia Algébrica, pela exposição de problemas e resultados fundamentais da teoria e não pressupõe conhecimentos prévios neste domínio, da parte dos que nele participam.

Cada sessão é ocupada por uma exposição de uma hora a uma hora e meia, seguida de uma discussão.

Até Fevereiro foram tratados os seguintes assuntos:

- 1 — Complexos simpliciais, por H. Cartan;
- 2 — Grupo de homologia dum complexo simplicial. Generalidades sobre os grupos com derivação, por J. P. Serre;
- 3 — Grupos abelianos discretos, por J. Cerf;
- 4 — Dualidade, cocadeias e cohomologia, por P. Samuel.
- 5 — Homologia e cohomologia singulares, por Dixmier.
- 6 — A cohomologia de Čech-Alexander, por H. Cartan.
- 7 — Operadores de homotopia, por H. Cartan.

Um apanhado de cada conferência, redigido pelo seu autor, é policopiado e distribuído por todos os que frequentam o Seminário.

## COLLÈGE DE FRANCE

No corrente ano escolar, 1948-49, realizam-se no «Collège de France», entre numerosos outros, os seguintes cursos:

Mathématique et Mécanique — Prof. Mendelbrojt. *Transformées de Fourier dans le plan complexe.*

Théorie des équations différentielles et fonctionnelles — Prof. J. Leray, *Équations intégrales, équations fonctionnelles.*

Physique Théorique — Prof. L. Brillouin, *Problèmes modernes sur la propagation des ondes.*

## INSTITUTO ROMANO DI CULTURA MATEMÁTICA

De uma circular enviada a vários professores extraímos o seguinte programa das conferências a realizar no corrente ano, por este centro de estudos pedagógicos.

5 de Fevereiro — G. ARMELLINI: *As ideias modernas sobre a cosmogonia do sistema planetário.*

12 de Fevereiro — L. L. RADICE e L. TALAMO: Debate sobre o tema: *O método cíclico no ensino das matérias científicas.*

26 de Fevereiro — T. VIOLA: *Sobre a origem da perspectiva.*

12 de Março — G. FICHERA e A. PERNA: Debate sobre o tema: *Sobre a preparação para os concursos de matemática aos lugares das escolas secundárias.*

26 de Março — A. FRAIASE: *Onde deve ser colocado o IV postulado de Euclides?*

9 de Abril — R. GIANNARELLI: Debate sobre o tema: *O que podemos aprender dos métodos de ensino da matemática nas escolas estrangeiras?*

23 de Abril — G. VACCA: *Investigações sobre Arquimedes.*

14 de Maio — G. FANO: *O método e o valor das ciências matemáticas e físicas nas doutrinas dos pensadores modernos.*

## UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Promovida pela Sociedade Portuguesa de Geofísica e pela Secção de Física da Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra, realizou-se, em 21 de Janeiro deste ano, no Antiteatro de Física, da Universidade, uma conferência do Dr. António Gião sobre o tema: «Teoria das relações entre a gravitação e o electromagnetismo e suas aplicações astrofísicas e geofísicas».