1 — Os trabalhos de Koszul, 3.ª exposição por H. Cartan. 2 — Sobre o Teorema de Koszul, por C. Chevalley. 3 — Sobre o problema de Cauchy para sistemas de equações de derivadas parciais (segundo uma memória de Petrowsky, Recueil Math. (Sbornik), 1937, t. 2 (44), p. 815-868)), por L. Schwartz. 4 — Teoremas fundamentais da teoria das funções téta (segundo memórias de Poincaré e Frobenius), por A. Weil. 5 — Continuação da exposição sobre os trabalhos recentes de R. Brauer na teoria dos grupos (Brauer: «On Artin's L-series with general group characters», Ann. of. Math. (2) 48 (1947), p. 502-514), por Krasner. 6. — Trabalhos de Heins sobre diversas majorações do crescimento de funcões analíticas de sub-harmónicas, por Mme M. H. Schwartz.

Para o ano de 1949-1950 estão previstas três reuniões do seminário (em Dezembro, Março e Maio). Alguns dos assuntos que serão tratados encontram-se já afixados.

P. G.

NOTAS DE MATEMÁTICA

NOTA I

Na *Gazeta de Matemática* n.os 37-38, de Agosto-Dezembro 1948, o Sr. Mauricio Matos Peixoto publica uma demonstração da desigualdade

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{S-x_i} \geqslant \frac{n}{n-1}$$

$(0 \leqslant x_1 \leqslant x_2 \leqslant \cdots \leqslant x_n, x_{n+1} > 0$ e $S = x_1+x_2+\cdots+x_n)$.

Afigura-se-nos essa demonstração escusadamente complicada de tal modo que ficam escondidas as razões do facto que se procura esclarecer. Mais simples será notar que desejamos provar

$$\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{(n-1)\,x_i}{S-x_i} - 1\right) \geqslant 0,$$

isto é:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{nx_i - S}{S-x_i} \geqslant 0.$$

E que, se for j o menor dos índices para o qual $nx_j - S \geqslant 0$, se tem não só

$$\sum_{i=j}^{n} \frac{nx_i - S}{S-x_i} \geqslant \sum_{i=j}^{n} \frac{nx_i - S}{S-x_j},$$

mas ainda (para $j > 1$)

$$\sum_{i=1}^{j-1} \frac{nx_i - S}{S-x_i} \geqslant \sum_{i=1}^{j-1} \frac{nx_i - S}{S-x_j}.$$

Portanto,

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{nx_i - S}{S-x_i} \geqslant \frac{\sum_{i=1}^{n} nx_i - nS}{S-x_j} = 0$$

Berkeley — Hugo Ribeiro

NOTA II

Sobre a desigualdade $\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{S-x_i} \geqslant \frac{n}{n-1}$ estabelecida pelo Prof. M. Matos Peixoto

A relação entre números positivos

$$(1) \qquad \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{S-x_i} \geqslant \frac{n}{n-1},$$

onde $S = \sum_{i=1}^{n} x_i$, é um caso particular de uma desigualdade deduzida da relação de Jensen:

$$(2) \qquad f\left[\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)\right] \leqslant \leqslant \frac{1}{n}[f(x_1)+f(x_2)+\cdots+f(x_1)],$$

no qual $f(x)$ é função *convexa* de x definida em um intervalo fechado $[a, b]$ e $x_1, x_2, \cdots, x_n$ pontos pertencentes ao mesmo.

Com efeito.

Consideremos $f(x) = x\,(k-x)^{-1}, x > 0$ variando em $[a, b]$ e $k > b > 0$.

A função $f(x)$, assim definida, é convexa; pois $f''(x) > 0$ e o critério de convexidade é verificado.

Substituindo a expressão de $f(x)$ em (2), virá:

$$\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)\left[k - \frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)\right]^{-1} \leqslant \leqslant \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{k+x_i}$$

ou

$$(3) \qquad \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{k-x_i} \geqslant S\left(k - \frac{S}{n}\right)^{-1}$$

Fazendo-se $k = S$, esta desigualdade geral fornece a relação (1):

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{S-x_i} \geqslant \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{-1} = \frac{n-1}{n}.$$

Rio de Janeiro — Gaspar S. M. Rodrigues Pereira