

Livros Contados

Paulo Ventura Araújo

O ritmo das formas, Itinerário matemático (e não só) no mundo da simetria

recensão por Eduardo Rêgo, Universidade do Porto

A edição portuguesa do livro *O Ritmo das Formas, itinerário matemático (e não só) no mundo da simetria*, originalmente em italiano, editado por Paolo Bellingeri, Maria Dedò, Simonetta Di Sieno e Cristina Turrini, é da Associação Atractor, com tradução de Maria Pires de Carvalho. O livro, que reúne contribuições de 19 autores, ...*propõe-se como roteiro no mundo da simetria. Narra uma viagem guiada pela matemática, que (...) pode oferecer-nos uma acuidade de visão suficiente para detectarmos a harmonia oculta em formas aparentemente distintas e ajudar-nos a descobrir uma chave de leitura significativa*, e, como é explicado pelos editores, que na apresentação evocam a experiência da exposição “Simetria, jogos de espelhos” que prepararam no Departamento de Matemática da Università degli Studi de Milão, pretende dirigir-se a um público vasto, exterior à matemática. Como é dito no texto da contracapa, ...*a simetria [é] um instrumento que permite a cada um ter experiência directa de factos matemáticos não triviais*: quem já teve a oportunidade de ver a citada exposição, cuja versão portuguesa é da responsabilidade do Atractor confirmará com certeza esta afirmação - o livro, aliás, reproduz em fotografia vários modelos da exposição.

Começo por dizer que o livro é muito bonito: tem belas imagens e fotografias, com um bom tratamento gráfico e impressão cuidada e folheá-lo foi, logo de início, um prazer.

O livro está dividido em quatro partes: a primeira, *Simetria: galeria de imagens*, contém três dezenas de imagens, apenas acompanhadas de títulos descritivos; são, na quase totalidade, fotografias de simetrias do mundo real, motivos ornamentais, reflexos em espelhos e alguns cristais. Esta parte não tem apenas um interesse estético, uma vez que nas partes seguintes há múltiplas referências às imagens desta *Galeria* para ilustrar factos ou conceitos.

A segunda parte, com o mesmo título da exposição, *Simetria: jogos de espelhos*, contém o núcleo matemático do livro, e é nela que é feita a *viagem guiada pela matemática* referida na citação, em cima. Supõe-se, pela não indicação dos autores desta parte, que a sua autoria seja dos quatro editores. Numa primeira secção, *Como nasce uma figura simétrica*, com uma análise comparada de várias figuras simétricas no plano, e do modo como podem ser geradas, são introduzidos, numa linguagem não técnica mas precisa e clara, os conceitos de reflexão, rotação, rotação como produto de duas reflexões, simetrias de uma figura; nestes primeiros exemplos, que têm as simetrias de polígonos regulares é ainda introduzida a ideia de modelo gerador da figura simétrica, e que corresponde essencialmente à noção de região fundamental da acção do grupo das simetrias. Em seguida são vistos, numa introdução aos padrões de frisos e de papéis de parede, os casos de figuras que têm nas suas simetrias translações,

numa ou duas direcções independentes: é vista a translação como produto de duas reflexões em rectas paralelas e introduzida a ideia de rede de paralelogramos com o modelo gerador, para o caso dos papéis de parede. Com a simulação da reflexão em rectas feita por espelhos, é elaborada a ideia de modelo gerador, através de jogos de espelhos, com referências várias a exemplos ilustrados na *Galeria*. De forma análoga são sugeridas dobragens e recortes em papel como forma de gerar figuras com simetrias. Na secção seguinte, *Rosáceas, frisos e padrões*, é dado um enquadramento conceptual ao experimentalismo seguido na primeira secção, com a explicação das noções matemáticas associadas: grupo, grupo de transformações, grupos discretos de isometrias do plano e sua classificação: os grupos finitos (de *rosáceas*) e os grupos que contêm translações numa só direcção (grupos de *frisos*) ou em duas (grupos de simetria de pavimentações do plano - os grupos de papéis de parede - a que o livro chama simplesmente grupos de *padrões*); são ainda introduzidas as noções de grupos cíclicos e diedrais, e mencionado o teorema de Leonardo - que afirma que os grupos finitos de isometrias do plano são apenas os destes dois tipos - bem como a classificação dos *frisos* e *padrões* em sete e dezassete tipos, respectivamente. Na terceira e última secção, *Do plano ao espaço*, após referência à classificação por E.S. Fedorov, dos 230 grupos cristalográficos (os análogos tridimensionais dos grupos de *padrões* do plano), são apresentados *alguns dos análogos tridimensionais dos grupos de rosáceas*: começando com o cubo e considerando os seus vários planos de simetria por reflexão, que o dividem em 48 pirâmides congruentes, é visto que uma qualquer dessas pirâmides pode ser tomada como modelo gerador do cubo, constituindo assim a base para um caleidoscópio de espelhos

onde não só o sólido pode ser reconstruído como exibidas outras estruturas com o mesmo tipo de simetria, por exemplo o octaedro. É finalmente indicado que apenas outros dois caleidoscópios se podem obter de forma análoga, correspondentes aos outros poliedros regulares, a saber o tetraedro e o par dodecaedro-icosaedro.

Após esta rápida e necessariamente incompleta descrição da segunda parte, devo dizer que esta *viagem* é guiada pelos autores num ritmo suficientemente lento e detalhado, com explicações cuidadas e numerosos exemplos, apoiados em meia centena de ilustrações, para permitir pensar que será acessível a muitas pessoas exteriores à matemática.

Terminada a leitura desta parte do livro, senti alguma pena de que alguns factos não tivessem sido destacados ou tornados mais explícitos, o que poderia ser feito sem grande esforço e sem um aumento significativo da extensão da exposição: a classificação das isometrias do plano nos quatro tipos: reflexões, rotações, translações e reflexões deslizantes; a par da nota, na página 50, sobre o grupo cíclico $C(1)$ corresponder a uma figura sem qualquer simetria, seria desejável dizer também algo sobre o grupo diedral $D(2)$ (que é isomorfo ao grupo de Klein e não aparece como grupo de simetria de um polígono regular, mas sim de um rectângulo); na descrição, páginas 52-53, dos possíveis quartos de espelhos geradores dos *padrões* em apenas quatro tipos, poderia ser mencionada a chamada *restrição cristalográfica* sobre as ordens possíveis para as rotações que preservam um reticulado de paralelogramos, pela importância que tem também no caso tridimensional e nas possíveis formas dos cristais; a propósito dos poliedros regulares poderia ter sido exibida a dualidade cubo-octaedro e dodecaedro-icosaedro como outra explicação



para terem o mesmo modelo de simetria; finalmente podiam ter sido mencionados os prismas e antiprismas como exemplos tridimensionais de objectos com grupos de simetria cíclicos ou diedrais - e que também podem ser gerados por jogos de espelhos - para evitar alguma confusão que pode decorrer da leitura da página 54, segundo parágrafo, quando comparando com a situação do plano em que, como grupos finitos, ocorrem apenas grupos cíclicos e diedrais, é afirmado que no espaço as possibilidades são na realidade até menos - penso que os autores estariam a pensar nos grupos de simetria dos polígonos regulares do plano em comparação com os dos seus análogos tridimensionais, os sólidos platónicos, mas a redacção não torna isso claro.

Lamento também que esta viagem tão bem preparada e cuidada, não tenha sido acompanhada da oferta de roteiros para os interessados em a prosseguir: há apenas uma indicação bibliográfica, na página 53, de um texto de um dos editores, mas que por ser em italiano não é o mais adequado aos leitores portugueses. Referências bem conhecidas, em inglês, são [1] e [2]; a segunda obra é a bíblia matemática da simetria.

Na terceira e mais curta parte do livro, *Simetria: como construí-la*, da autoria de duas matemáticas, é mostrado como se podem construir artesanalmente caleidoscópios de espelhos e outros mecanismos para realizar experiências com simetrias. O destaque, na minha opinião, vai para os modelos fornecidos de dobragens e recortes de tiras de papel para a realização de exemplos dos sete tipos de *frisos*.

A quarta parte, *Simetria à volta do mundo*, reúne doze contribuições de autores não matemáticos (com uma excepção), especialistas de outras ciências e artes, sobre o tema da simetria; à fisiologia e medicina, psicologia,

música, cinema, literatura, química, física, arquitectura, botânica e dança estão ligados estes autores. Na edição portuguesa do livro um dos textos da edição original italiana foi substituído por um texto de Fernando Pinto do Amaral sobre os *efeitos de simetria na literatura*. Embora tenha achado alguns destes textos muito interessantes, tal como os editores afirmam na introdução a esta última parte do livro, também *da [minha] parte, não [arrisco] comentar os diversos contributos*.

Em conclusão, acredito que o livro *O Ritmo das Formas* cumpre muito bem aquilo a que se propõe, dirigindo-se a um público vasto e exterior à matemática; em particular, considero a segunda parte do livro, apoiada na *Galeria de imagens*, admirável do ponto de vista pedagógico e não hesitarei em a incluir como referência em cursos futuros sobre grupos de simetria que vier a leccionar aos meus alunos da universidade: se a simplicidade quase mágica das regiões fundamentais e dos caleidoscópios associados, não dispensa outros processos mais eficazes de analisar e identificar os grupos finitos de simetria no espaço com os grupos simétricos e alternos, é sempre fascinante ver um dodecaedro ou um icosaedro nascer, num jogo de espelhos, quase do nada.

[1] - Martin, George E., *Transformation Geometry - An Introduction to Symmetry*, Springer-Verlag (1982)

[2] - Grünbaum and Shephard, *Tilings and Patterns*, Freeman (1987)

Esta secção propõe-se publicar recensões aprofundadas de livros de Matemática editados recentemente em português, dando preferência a livros que interessem a um público alargado. Agradecemos aos leitores da Gazeta de Matemática o envio de sugestões de livros que julguem merecedores da nossa atenção. Contacto do editor da secção: Paulo Ventura Araújo (FCUP); email: paraujo@fc.up.pt