PROBLEMAS

SOLUÇÕES RECEBIDAS

2397 (*Gaz. Mat.* n.º 31) — Se os números complexos z_1, z_2, z_3, e z_4 são tais que

$$|z_1-z_2|=|z_2-z_3|=|z_3-z_4|=|z_4-z_1|,$$

então $z_1+z_3=z_2+z_4$ e $\frac{z_1-z_3}{z_2-z_4}$ é um imaginário puro.

R: *Como o módulo da diferença de dois complexos mede o comprimento do segmento de recta que tem para extremos as suas imagens no plano de Argand, o quadrilátero que tem para vértices as imagens de* z_1, z_2, z_3, *e* z_4 *é um losango, em que* z_1 *e* z_3 *correspondem a vértices opostos, o mesmo sucedendo a* z_2 *e* z_4. *Então* z_1+z_3 *tem por imagem o simétrico da origem em relação ao ponto de cruzamento das diagonais do losango,* z_2+z_4 *tem por imagem o mesmo ponto, sendo, por isso,* $z_1+z_3=z_2+z_4$. *Em virtude das diagonais do losango serem ortogonais, o argumento principal de* $\frac{z_1-z_3}{z_2-z_4}$, *(diferença dos argumentos de* z_1-z_3 *e* z_2-z_4*) é igual a* $\pm\frac{\pi}{2}$, *o que significa que aquele cociente é um imaginário puro, c. q. d.*

2398 (*Gaz. Mat.* n.º 31) — Mostre que é igual a 1 o determinante $|a_j^i|$, $(i,j=1,2,\cdots,n)$, assim definido: $a_1^i=a_j^1=1\,(i,j=1,2,\cdots,n)$ e

$$a_j^{i-1}+a_{j-1}^i=a_j^i\,(i,j=2,3,\cdots,n).$$

R: *Vamos proceder por indução. Para* $n=2$, $|a_j^i|=\begin{vmatrix}1&1\\1&2\end{vmatrix}=1$. *Admitamos que para* $n=p$ *se tem ainda* $|a_j^i|=1$ *e vamos mostrar que, nesta hipótese, se tem também* $|a_j^i|=1$. *Com efeito, conservando* a_1^i *e substituindo* a_j^i *por* $a_j^i-a_{j-1}^i\,(j>1)$, *obtém-se um determinante* $|b_j^i|=|a_j^i|$, *em que* $b_1^i=1\,(i=1,2,\cdots,p+1)$, $b_j^1=0\,(j=2,3,\cdots,p+1)$ *e* $b_j^i=a_j^{i-1}\,(i,j=2,3,\cdots,p+1)$, *em virtude de ser* $a_j^{i-1}+a_{j-1}^i=a_j^i$. *Baixando de ordem, encontra-se o determinante* $|c_j^i|=|b_j^i|$ *em que*

$$c_j^1=1\,(j=1,2,\cdots,p) \text{ e}$$
$$c_j^i=b_{j+1}^{i+1}\,(i=2,3,\cdots,p;\ j=1,2,\cdots,p).$$

Substituindo neste determinante c_j^i *por* $c_j^i-c_j^{i-1}$, *obtém-se finalmente o determinante* $|d_j^i|=|c_j^i|$ *em que*

$$d_1^i=d_j^1=1 \quad \text{e} \quad d_j^i=a_j^i\,(i,j,=2,3,\cdots,p),$$

quer dizer, obtém-se o determinante $|a_j^i|$ *para* $n=p$, *que, por hipótese é igual a* 1, *o que prova a veracidade do enunciado.*

Soluções dos n.ºs 2397 e 2398 de José C. Morgado

As resoluções de problemas propostos devem ser enviados para a Redacção da «Gazeta de Matemática». Para facilitar a organização da secção, pedimos que cada resolução seja transcrita numa folha de papel, utilizada só de um lado (onde outros assuntos não sejam tratados), com a indicação do nome e da morada do autor.

Das resoluções recebidas de cada problema proposto publica-se a melhor ou uma das melhores e mencionam-se os autores de todas as resoluções correctas e só destas.

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção

83 — CASTELNUOVO, EMA — **Geometria Intuitiva per le Scuole medie inferiori, com 414 disegni e 19 riproduzioni artistiche e oltre 750 esercizi e complementi** — Casa Editrice R. Carabba S. A. Lanciano—Roma. Preço 500 liras.

Desde há muito que os metodólogos, e até mesmo os que o não são, procuram que a matemática, por sua natureza árida quando apresentada sem ligação com os factos da vida corrente, seja ensinada aos que principiam, duma forma atraente, enquadrando-a nos centros de interesse do aluno, levando-o à compreensão do facto matemático como representação adequada dos fenómenos de observação comum, e mostrando a sua necessidade e vantagem para a solução de tantos problemas que diáriamente a vida nos põe. Um ensino que não tem em conta esses casos da vida diária, aparece ao aluno sem interesse e destituído de utili-