

O segundo trimestre de 2008 foi extremamente produtivo para a Sociedade Portuguesa de Matemática, que lançou quatro novos livros em suas diversas colecções. Para os dar a conhecer melhor, ficam aqui trechos seleccionados de todos eles.

A Matemática das Coisas - Nuno Crato

Prefácio

"Quando digo que sou matemático, as pessoas brincam comigo e perguntam-me se as posso ajudar a manter a conta bancária equilibrada; quando digo que me engano muito nas contas, pensam que devo ser um matemático medíocre." Quem assim se queixava era Paul Halmos, mas a frase pode ser atribuída a muitos outros matemáticos, pois quase todos os que se

dedicam a esta actividade se lamentam das incompreensões do público. Na realidade, há muita gente que não sabe o que fazem os matemáticos.

A matemática, no entanto, atravessa o nosso dia-a-dia. O século XX não teria sido, como foi, o século mais revolucionário da história da ciência sem os extraordinários desenvolvimentos obtidos na matemática. Os computadores não teriam sido possíveis sem a lógica binária, a teoria dos grupos e o conceito matemático de informação. Os nossos

telemóveis não funcionariam se não tivessem existido o estudo estatístico de sinais e os algoritmos de digitalização e compressão de dados. Os semáforos automáticos não seriam eficazes sem os desenvolvimentos de uma área da matemática aplicada designada por Investigação Operacional.

No entanto, ao mesmo tempo que se torna cada vez mais decisiva para as nossas vidas, a matemática é considerada, por vezes, uma ciência hermética e tecnicista, em que poucos se aventuram. E a ignorância de alguma gente culta na história da matemática e nos conceitos da matemática moderna é surpreendente. Se pedirmos a um intelectual que nos diga dois ou três nomes decisivos da filosofia do século XX, poucos haverá que não dêem uma resposta imediata. Se

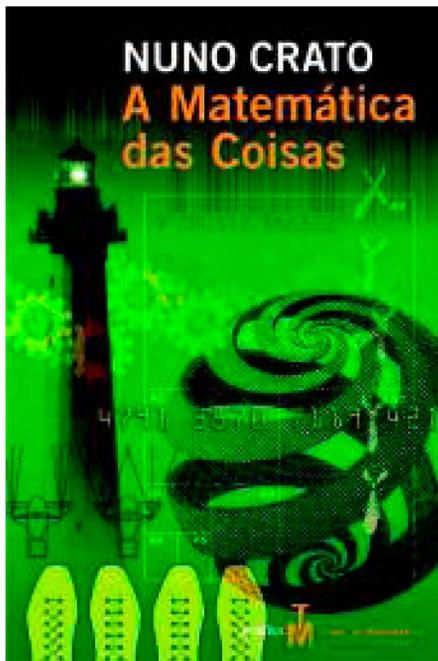
pedirmos a pessoas minimamente cultas para designarem dois ou três grandes compositores do nosso século, poucas

hesitarão, tal como poucas terão dificuldade em nomear meia dúzia de correntes artísticas modernas, do cubismo ao minimalismo. Fazemos a mesma pergunta, mas referindo-nos a temas matemáticos. Pouca gente saberá quem foi Hilbert e o que foi a escola formalista, ou a importância que Kolmogorov e von Neumann tiveram no estudo das probabilidades.

Neste livro contam-se histórias matemáticas. Há poucas fórmulas, muitos exemplos e muitas aplicações. A matemática é uma ciência fascinante, fundamental para a nossa história e omnipresente no nosso dia-a-dia. As obras de Picasso e as transacções bancárias via Internet, o número das portas das casas e o papel A4, os mapas modernos e a derrota de Hitler só foram possíveis graças a ela. As aplicações aparecem onde menos se suspeita. As histórias matemáticas são histórias de sucesso. **M**

Nuno Crato

Nuno Crato é presidente da Sociedade Portuguesa de Matemática, professor de Matemática e de Estatística no ISEG, pró-reitor da UTL e coordenador científico do centro de investigação Cemapre. É um dos mais conhecidos e premiados divulgadores portugueses. Três artigos seus sobre criptografia publicados neste livro conquistaram-lhe o primeiro prémio no concurso Public Awareness of Mathematics, promovido pela Sociedade Europeia de Matemática em 2003. A Comissão Europeia galardoou-o em 2008 com o segundo lugar na categoria de Divulgador Científico do Ano.



A Matemática das Coisas - Nuno Crato
Colecção Temas de Matemática SPM/Gradiva
245 páginas | 10,40 euros / 13 euros

A Magia das Sucessões - Joaquim Eurico Nogueira

Se pretendessemos coligir, numa lista restrita, os nomes daqueles que, ao longo dos séculos, mais assinaláveis contribuições deram para o avanço da Matemática, por certo se nos deparariam alguns embaraços ao termos de optar por este ou por aquele, em detrimento de outros, mas provavelmente todos estaríamos de acordo em que o nome de Johann Carl Friedrich Gauss (1777–1855) não deveria ser preterido. Os seus trabalhos, ao longo de cerca de sessenta anos de pesquisas frutuosas, versaram áreas tão distintas como a Álgebra, a Análise, a Geometria, a Teoria das Probabilidades, a Teoria dos Erros, a Astronomia, a Mecânica Celeste, a Geodesia, o Electromagnetismo, a Óptica e as Ciências Actuariárias, tornando-o, na realidade, um dos maiores cientistas de todos os tempos.

Ora, foi precisamente Gauss quem afirmou que a Matemática é a rainha das Ciências e a Teoria dos Números é a rainha da Matemática, emprestando a esta frase famosa todo o peso do seu saber e da sua experiência de décadas.

A *Teoria dos Números* (ou seja, a velhinha Aritmética) é um dos ramos mais antigos da Matemática e dos mais desenvolvidos. Prende-se, basicamente, com o estudo das propriedades dos números inteiros e fraccionários, e sem dúvida que uma das principais raízes do seu fascínio reside na circunstância de os números inteiros — e, de entre estes, mais particularmente, os naturais, i.e., os inteiros positivos — serem bem conhecidos de todos, mesmo daqueles que não cultivam a Matemática, parecendo mesmo aos leigos de uma tal simplicidade que os não imaginam envoltos em mistério. Na verdade muitos problemas de formação elementar, acessíveis aos não matemáticos, acabam por se revelar tremendamente difíceis de resolver, continuando, muitos deles, em aberto, após vários séculos de investigação.

Teria talvez razão Leopold Kronecker (1823–1891) quando responsabilizava o espírito humano por toda a criação matemática, com excepção dos números

inteiros que se lhe afiguravam de inspiração divina («Die ganze Zahl schuf der liebe Gott, alles Übrige ist Menschenwerk»).

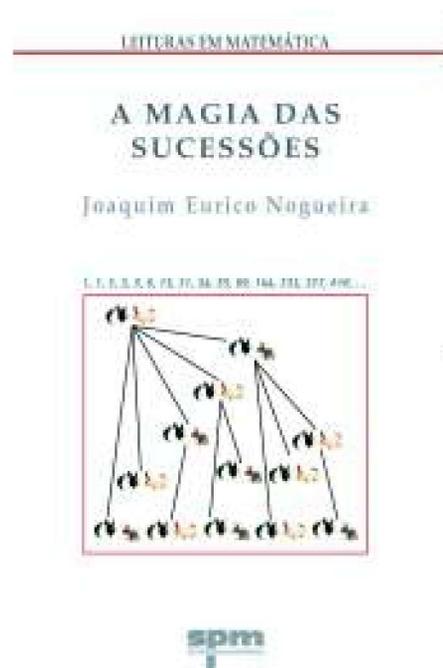
Mais ainda, tem sucedido com frequência que a respostas às questões mais enigmáticas suscitadas pelos números inteiros requeiram a utilização de ferramentas obtidas nos mais diversos e profundos ramos da Matemática, afastando assim tais questões da chamada *Teoria Elementar dos Números*, a qual,

por sua vez, de «elementar» só tem o facto de não ir buscar essas tais ferramentas exteriores e sofisticadas.

Uma das características mais patentes dos números naturais — de resto bem evidenciada por Giuseppe Peano (1858–1932) na elaboração do conjunto de axiomas bem conhecidos, de que nos podemos servir para os construir e fundamentar — é a circunstância de se disporem, de modo bem conhecido, por uma determinada ordem, começando no número 1, o primeiro de todos, e seguindo depois, sem parar.

Nos primórdios do estudo dos números naturais encontra-se, evidentemente, a observação de que, sob variados pontos de vista, nem todos têm o mesmo comportamento. Assim, por exemplo, enquanto uns se podem obter como produtos de factores menores que eles próprios, outros não admitem uma tal factorização e são por isso chamados *primos* (isto é, primeiros), excelente

Joaquim Eurico Nogueira é professor auxiliar de Matemática na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa. Publicou vários trabalhos em Teoria dos Números, História da Matemática e Matemática Recreativa.



A Magia das Sucessões
Joaquim Eurico Nogueira
Colecção Leituras em Matemática
197 página | 4 euros / 5 euros

designação que põe em relevo o papel preponderante que acabam por ter como blocos à custa dos quais se vai construindo o vastíssimo edifício da Aritmética. Outros surgem do produto de factores todos iguais (são as *potências*) ou de factores consecutivos (como os *factoriais*), enquanto outros ainda se vão distinguindo por uma ou outra propriedade notável. Logo ali surge a curiosidade do investigador: dado um número com determinadas características, seremos capazes de encontrar outros que as compartilhem? E quantos haverá? E com que frequência ocorrem na infinita sucessão dos naturais?

Até certos valores relativamente baixos, a experimentação directa fornece muitas vezes respostas interessantes, mas quando se quer avançar lidando com números da ordem dos muitos biliões, por vezes excedendo até a capacidade dos mais modernos computadores, no sentido de se verificar uma ou outra arrojada conjectura, ou de lhe encontrar contra-exemplos, só a argúcia dos pensadores mais subtis parece capaz de chegar a conclusões satisfatórias, mediante argumentações engenhosas e, como se disse acima, muitas vezes recorrendo a técnicas só conhecidas dos grandes especialistas.

É, pois, assombroso este balanço entre o que é claro — como a formulação de muitas das conjecturas mais conhecidas (de entre as quais se destaca a famosa afirmação de Fermat, no sentido de nenhuma potência de um natural de expoente superior a 2 se poder apresentar como soma de duas potências de naturais com esse mesmo expoente, recentemente

demonstrada, ao cabo de três séculos de labor continuado) — e o que é tremendamente difícil e totalmente obscuro para os não iniciados — não esqueçamos, por exemplo, que se provou já que a teoria das equações diofantinas é um problema indecível. Aí, então, reside a atracção destas matérias, para as quais muitas das mais brilhantes mentes da História da Matemática têm sido levadas.

Com efeito, depois da escola Pitagórica, na antiga Grécia, uns três séculos antes da Era Cristã, não se podem esquecer os nomes de François Viète (1540–1603), Pierre de Fermat (1601–1665), Leonhard Euler (1707–1783), Joseph-Louis Lagrange (1736–1813), Adrien-Marie Legendre (1752–1833), o já citado Gauss e muitos outros.

Em resumo, caro Leitor, os tópicos que verá abordados nas próximas páginas porão nas suas mãos a chave mágica que lhe poderá abrir as portas de um mundo fantástico e, quantas vezes, insuspeitado. O estudo das peculiaridades de determinados números e das sucessões que partilham as mesmas poderá conduzir ao desejo de saber mais, de cada um tentar por si descobrir novos aspectos relativos aos mesmos problemas, ou de inventar outros, de sua lavra, num esforço de dedução e análise capaz de proporcionar inigualável prazer intelectual.

Avance, pois, caro Leitor, e desfrute dos segredos dos números. **M**

António Monteiro (Universidade Lusíada)

Logaritmos - Elon Lages Lima

Este pequeno livro contém uma exposição elementar sobre logaritmos, apresentando o assunto de forma a transmitir as seguintes mensagens:

1. Os logaritmos, que durante três séculos e meio tão bem desempenharam o papel de maravilhoso instrumento para simplificar o cálculo aritmético, permitindo que se efectuassem, com rapidez e precisão, operações complicadas como a multiplicação de dois números com muitos algarismos, ou uma potenciação com expoente fraccionário, perderam há algum tempo esse lugar de eficiente calculador, hoje ocupado com grande êxito pelas maquininhas electrónicas. Apesar disso, os

logaritmos continuam, por motivos bem diversos, a merecer uma posição de destaque no ensino da Matemática, devido à posição central que ocupam nesta ciência e em suas aplicações. Essa posição é permanente porque a função logarítmica e a sua inversa, a função exponencial, constituem a única maneira de se descrever matematicamente a evolução de uma grandeza cuja taxa de crescimento (ou decrescimento) é proporcional à quantidade daquela grandeza existente num dado momento.

2. Conforme imaginado por seu descobridor, Lord Napier, no início do século XVII, um *sistema de logaritmos* é simplesmente uma tabela com duas

Novos Livros SPM

[Logaritmos - Elon Lages Lima]

colunas. A cada número real positivo x na coluna à esquerda corresponde, no mesmo nível à direita, um número real $L(x)$ chamado o *logaritmo de x* (naquele sistema). Essa tabela deve satisfazer duas condições:

A. Se os números x da coluna à esquerda estiverem dispostos em ordem crescente, o mesmo deve ocorrer com seus logaritmos $L(x)$ à direita.

B. Se multiplicarmos dois números positivos x e y , o logaritmo $L(x \cdot y)$ do produto deve ser a soma dos logaritmos $L(x)$ e $L(y)$.

Em linguagem de hoje, isto pode ser reformulado assim: um sistema de logaritmos é uma função $L: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, cujo domínio é o conjunto dos números reais positivos, a qual possui as seguintes propriedades:

- A. L é crescente, isto é $x < y \Leftrightarrow L(x) < L(y)$;
- B. $L(x \cdot y) = L(x) + L(y)$ para quaisquer $x, y \in \mathbb{R}^+$.

Dito isto, a segunda mensagem deste livro é esta: suponhamos que, de maneiras arbitrárias e independentes uma da outra, tenhamos obtido duas funções logarítmicas, ou dois sistemas de logaritmos L e M . Pois bem, não importa de que formas L e M tenham sido definidas, existe uma constante positiva c tal que $M(x) = c \cdot L(x)$ para todo $x > 0$. Noutras palavras, pensando num sistema de logaritmos como uma tabela, o único modo de conseguir outro sistema é multiplicar todos os números da coluna à direita por uma mesma constante.

O significado desta mensagem é o de tornar, de certo modo, irrelevante a maneira particular como um dado sistema de logaritmos L foi definido, contanto que sejam válidas as propriedades A. e B. acima. Se chamarmos de base de um sistema de logaritmos L ao número a tal que $L(a) = 1$, um modo popular de definir a função $L: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, consiste em pôr $L(x) = y$ se, e somente se, $a^y = x$, ou seja, chamar de logaritmo de x na base a ao expoente y ao qual se deve elevar a base a para obter x . Esta definição, embora bastante difundida, apresenta três inconvenientes, que mostraremos agora.

O primeiro inconveniente é que ela requer que se estudem preliminarmente as propriedades da função exponencial, em particular que se saiba o significado de a^y quando y é irracional, e que se provem regras como $a^y \cdot a^z = a^{y+z}$ para $y, z \in \mathbb{R}^+$ quaisquer. Tais preliminares envolvem dificuldades técnicas que conduzem ao seguinte dilema: ou passar por cima dessas dificuldades, fazendo de conta que elas não existem — o que deixa a desejar do ponto de vista de honestidade científica — ou esgotar a paciência do aluno (ou leitor) com longos detalhes rebarbativos.

O segundo inconveniente da definição de logaritmos como expoente é que, tratando todas as bases da mesma maneira, ela não permite apresentar espontaneamente o número e e como uma base especial, que se distinga naturalmente das demais. Como se sabe, e será amplamente mostrado neste texto, os logaritmos de base e surgem naturalmente em problemas de origens as mais diversas, daí serem chamados de logaritmos naturais. Na definição de logaritmo como expoente, o número e aparece artificialmente.

O terceiro inconveniente da definição de logaritmo como expoente é a dificuldade de se estabelecerem certas desigualdades fundamentais, como por exemplo $L(1+x) < x$ (válida para logaritmos de base e), que é óbvia na definição geométrica.

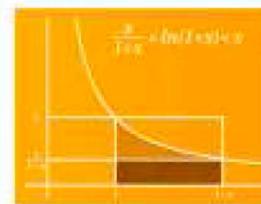
3. A terceira mensagem deste livro é que a definição geométrica dos logaritmos apresenta uma vantagem incontestável de simplicidade conceptual e técnica. Na realidade, cada um dos 3 inconvenientes apontados acima para a definição de logaritmo como expoente constitui, em contraponto, uma vantagem nítida da definição geométrica. A definição geométrica depende apenas do conceito de área de uma figura plana e a propriedade fundamental $L(x \cdot y) = L(x) + L(y)$ resulta meramente do facto de que a área de um rectângulo não se

Elon Lages Lima é um matemático brasileiro que trabalha Instituto de Matemática Pura e Aplicada (Rio de Janeiro), do qual foi director por diversas vezes. É autor de mais de vinte livros de Matemática e ganhou duas vezes o Prémio Jabuti da Câmara Brasileira do Livro por livros que escreveu. Recebeu também o Prémio Anísio Teixeira do Ministério da Educação e do Desporto.

LITURAS EM MATEMÁTICA

LOGARITMOS

Elon Lages Lima



spm

Logaritmos - Elon Lages Lima
Coleção Leituras em Matemática
116 páginas | 4 euros / 5 euros

altera quando se multiplica sua base por um número e se divide a altura pelo mesmo número. Em segundo lugar, na definição geométrica o número e surge de modo natural e os logaritmos que se definem dessa maneira são os de base e . E, finalmente, as desigualdades fundamentais como $L(1+x) < x$ são evidentes quando $L(1+x)$ é definido como uma área. Desta desigualdade resulta, por exemplo, que para valores muito grandes de x , $L(x)$ é insignificante diante de x .

4. A última mensagem deste livro, talvez a mais importante, está no capítulo final: o estudo dos logaritmos naturais e da função exponencial e^x é recompensador pela variedade de aplicações simples, surpreendentes, interessantes e variadas que daí resultam sem maiores esforços adicionais.

Espero ter conseguido marcar esses pontos de modo claro e compreensível no texto que se segue e que sua leitura seja amena e proveitosa. **M**

Elon Lages Lima

Como Resolver Problemas Matemáticos - Terence Tao

Prefácio

Em 22 de Agosto de 2006, em Madrid, o Rei de Espanha entregou a medalha Fields ao matemático australiano Terence Tao, no primeiro dia do 25º Congresso Internacional de Matemática. Para a maioria dos leitores este será um prêmio obscuro. Outros terão ouvido dizer que é algo como o prêmio Nobel da Matemática. Na verdade, a medalha Fields é muito mais difícil de obter do que o prêmio Nobel. Em primeiro lugar, é atribuída nos Congressos Internacionais de Matemática, e estes realizam-se apenas de quatro em quatro anos. Em segundo lugar, só pode ser candidato à medalha Fields num Congresso quem não tiver completado 40 anos até ao fim do ano anterior ao da realização do Congresso. Ou seja: a medalha Fields, destinada a reconhecer trabalhos matemáticos excepcionais, é um prêmio para pessoas relativamente jovens. Por exemplo, Andrew Wiles, que nos anos 90 demonstrou o "Último Teorema de Fermat", recebeu muitos prêmios, mas não a medalha Fields, por causa da idade.

Os premiados com a medalha Fields são escolhidos por comissões nomeadas pela União Matemática Internacional. Os nomes dos membros dessas comissões, desde que a medalha foi atribuída pela primeira vez, formam uma lista que é um verdadeiro *who's who* da Matemática mundial no século XX.

As primeiras duas medalhas Fields foram entregues em 1936, no Congresso de Oslo. As duas seguintes em 1950, em Paris. A partir de 1966, o

número máximo de medalhas a atribuir em cada Congresso subiu para quatro e, desde então, o número de premiados tem variado entre dois e quatro (o total é de 48 em 70 anos). Em Madrid foram quatro: além de Terence Tao, Andrei Okounkov, Wendelin Werner e Grigori Perelman. Na altura, os *media* de todo o mundo encheram-se de notícias sobre um dos medalhados, Grigori Perelman, não tanto pelas contribuições científicas como pelas suas características pessoais, algo excêntricas, que culminaram na recusa da medalha.

Nas semanas anteriores ao Congresso de Madrid, Perelman era uma aposta óbvia para a medalha, por ter provado a famosa conjectura de Poincaré. Mas também a medalha de Tao era mais do que esperada, pelos resultados espectaculares em várias áreas que tinha obtido nos anos anteriores. A um colega que – apostando ele próprio em Perelman e Tao – me desafiou para uma opinião respondi que seriam dadas quatro medalhas: uma a Perelman e três a Tao. A razão era simples: Tao era autor não de um mas de vários trabalhos matemáticos excepcionais, alguns dos quais resolvendo problemas antigos e difíceis.

A citação oficial que acompanhou a atribuição da sua medalha explicita algumas dessas contribuições. A primeira, e a mais famosa, é um trabalho sobre números primos. Há muito tempo que se observou que a sucessão dos números primos contém progressões aritméticas – isto é, sequências em que a diferença entre cada número e o seguinte é constante – de vários comprimentos. Por exemplo, 3, 5, 7 é uma progressão aritmética de comprimento três. Outra é 3, 7, 11. É muito difícil encontrar progressões aritméticas

Novos Livros SPM

[Como Resolver Problemas Matemáticos - Terence Tao]

nos primos, e a maior que actualmente se conhece tem comprimento 24. O que Tao provou, em colaboração com Ben Green, foi que, na sucessão dos números primos, existem progressões aritméticas de qualquer comprimento (a demonstração não é construtiva, isto é, não exhibe explicitamente tais progressões).

A segunda contribuição referida refere-se a trabalhos de Tao sobre o problema de Kakeya, outra questão famosa que começa com uma pergunta muito simples: se num plano fizermos uma agulha rodar 180° (continuamente e admitindo translações), qual é

a menor área possível percorrida pela agulha? Este problema está resolvido há 80 anos (faça o leitor algumas experiências, e depois informe-se sobre a solução, que é muito surpreendente). Tao investigou profundamente a generalização do problema para n dimensões, que tem ligações com importantes áreas da Matemática.

A terceira e a quarta contribuições de Tao mencionadas na citação

oficial são trabalhos mais próximos da Física, respectivamente sobre relatividade geral e versões não lineares da equação de Schrödinger.

No fim da citação é referido outro trabalho notável de Tao: em colaboração com Allen Knutson, ele resolveu completamente, usando técnicas combinatórias, o problema da descrição dos valores próprios possíveis da soma de duas matrizes simétricas quando se conhecem os respectivos valores próprios. Este trabalho, conjugando resultados anteriores de Andrei Zelevinsky e Alexander Klyachko, permitiu responder afirmativamente a uma conjectura que Alfred Horn fizera em 1962.

Com dois colegas de Coimbra, passei bastante tempo, nos anos 90, a pensar na conjectura de Horn. Tendo feito alguns progressos, e tendo sabido da importante contribuição de Klyachko, decidimos organizar um encontro em Coimbra sobre o assunto, no Verão de 1999. Já a organização estava em andamento quando soubemos, em finais de 1998, dos resultados espectaculares de Knutson e Tao. Logo os

convidámos a vir participar no encontro. Ainda me lembro da mensagem que enviei a Tao, que começava com "Dear Professor Tao". Não sabia então que, do outro lado do correio electrónico, em Los Angeles, estava um jovem de 23 anos, doutorado aos 20. Ele acabou por me dizer que não podia vir, mas estiveram no encontro Zelevinsky, Klyachko e Knutson, os outros protagonistas do assalto final à conjectura de Horn.

Tao tem mais trabalhos de grande impacto. Uma investigação cujas consequências poderão um dia chegar às mãos do leitor é a que realizou, em colaboração com Emmanuel Candès, sobre técnicas de compressão de imagens ou, mais geralmente, sobre a substituição inteligente – com uma nova técnica a que chamaram *compressed sensing* – de enormes colecções de dados por conjuntos mais pequenos contendo o essencial da informação. Uma aplicação possível – em relação à qual o próprio Tao é um pouco céptico – será à concepção de máquinas fotográficas digitais com um processamento das imagens mais eficiente.

Sobre Terence Tao já muito foi escrito, em particular sobre a sua extraordinária capacidade para resolver problemas difíceis em áreas muito diversas, normalmente em colaboração com especialistas nessas áreas. A citação da medalha Fields fala mesmo de "um engenho do outro mundo" e de "um ponto de vista surpreendentemente natural que deixa outros matemáticos a perguntar: porque é que ninguém se lembrou daquilo antes?". A página de Tao na Internet é um prodígio de criatividade e transmissão de ideias novas, que vale a pena consultar (incluindo um blog matemático mantido com regularidade, tanto em *posts* como em respostas a comentários e perguntas): por alguma razão já lhe chamaram o "Mozart da Matemática".

Há muitos *clichés* sobre os grandes matemáticos e a sua vida. Mas mesmo quem, como eu, não conhece Tao pessoalmente, facilmente se apercebe, por entrevistas e testemunhos, de que se trata de uma pessoa com uma vida normal, consciente dos seus talentos invulgares mas usando-os naturalmente – ele próprio gosta de insistir que o essencial em Matemática é o trabalho – e relacionando-se com maturidade e sem excentricidades com o mundo à sua volta.

Só depois do convite frustrado a Tao me apercebi de que se tratava da mesma pessoa que ficara famosa muito antes, em 1988, ao ganhar uma medalha de

Terence Tao nasceu em Adelaide, na Austrália, em 1975. Nos anos de 1987, 1988 e 1989 participou nas Olimpíadas Internacionais de Matemática, tendo ganho, respectivamente, uma medalha de bronze, uma de prata e outra de ouro. Foi o mais jovem participante de sempre a conseguir uma medalha de ouro nessa competição. É, desde 2000, professor catedrático de matemática na Universidade da Califórnia, em Los Angeles. Em 2006, foi um dos quatro vencedores da medalha Fields, prémio atribuído de quatro em quatro anos pela União Matemática Internacional para distinguir trabalhos de investigação de qualidade excepcional.

ouro nas Olimpíadas Internacionais de Matemática – uma competição extremamente exigente pensada para jovens no fim do Ensino Secundário – com 13 anos de idade e na sua terceira participação (em 1986, ainda antes de completar 11 anos, ganhara uma medalha de bronze, e em 1987 uma de prata).

Tanto Tao como os seus dois irmãos foram crianças e jovens excepcionalmente brilhantes e precoces, tendo sido acompanhados pelos melhores especialistas mundiais nesses casos. Terence, em particular, teve um percurso escolar delineado com cuidado pelos seus pais (uma professora de Matemática e um pediatra emigrados de Hong Kong para a Austrália) que lhe permitiu um progresso acelerado na disciplina de Matemática.

Aos 15 anos, já depois das suas três participações nas Olimpíadas Internacionais de Matemática, escreveu o livro que o leitor tem nas mãos. Nele coligiu vários problemas de Matemática, que organizou tematicamente em quatro capítulos, mais um com exemplos diversos (nomeadamente de combinatória). Antes dos quatro capítulos principais – sobre teoria dos números, álgebra e análise, geometria euclidiana, e geometria analítica – há um interessante capítulo sobre “Estratégias de resolução de problemas”, onde o autor analisa, com exemplos, vários princípios e regras gerais para abordar e resolver problemas de Matemática: compreender o problema, compreender os dados e o objectivo, escolher símbolos adequados, escrever o que se sabe, modificar o problema, ir provando alguma coisa, etc.

Numa entrevista que deu em 2006, Tao afirmou: “Quando eu era criança, tinha uma ideia romântica da Matemática, a ideia de que os problemas difíceis eram resolvidos em momentos 'Eureka' de inspiração.” Depois, acrescentou: “Hoje, comigo, é sempre assim: 'Vamos tentar esta ideia. Isso leva-me a algum progresso, ou então não funciona. Agora tentemos aquilo. Oh, há aqui um pequeno atalho.' Trabalhamos durante tempo suficiente e, a certa altura, conseguimos progredir num problema difícil entrando pela porta das traseiras. No final, o que normalmente acontece é: 'Olha, resolvi o problema.'” É este tipo de atitude e de estratégia que está presente logo no primeiro capítulo do livro.

Os problemas que Tao analisa ao longo desta obra são do tipo dos que se encontram nas Olimpíadas de Matemática: são elementares no que se refere ao nível dos conhecimentos matemáticos necessários, mas

exigem reflexão e engenho para a sua resolução. Com grande clareza, Tao explica como resolver os problemas seleccionados, discute estratégias, exemplifica truques comuns. Depois inclui, como exercícios, problemas que o leitor pode e deve experimentar por si mesmo.

O público para um livro destes é formado por quaisquer pessoas, em particular jovens, que gostem de Matemática e estejam dispostas a fazer algum esforço mental. Essas pessoas achá-lo-ão interessante, útil e formativo.

Esqueça o leitor que o autor deste livro tinha 15 anos quando o escreveu. A idade não é importante para a Matemática. Esqueça também tudo o que sabe sobre o passado de “criança-prodígio” do autor. Os raciocínios podem ser os mesmos para todos. Concentre-se apenas na Matemática.

A excelente tradução de “Como resolver problemas matemáticos” deve-se a Paulo Ventura Araújo, matemático da Universidade do Porto, que é autor de um bom “Curso de Geometria”.

Fala-se muito na crise do ensino da Matemática em Portugal, mas de vez em quando convém prestarmos atenção às coisas positivas. Entre elas está decerto o facto de muitos jovens portugueses gostarem de Matemática. Para esses jovens, poucos livros serão melhor escolha do que este. Leiam-no, acompanhem o jovem autor nos seus desafiantes problemas, nos seus engenhosos raciocínios, nas suas inesperadas soluções. Dificilmente poderiam estar em melhor companhia. [M](#)

João Filipe Queiró (Universidade de Coimbra)



Como Resolver Problemas Matemáticos - Terence Tao
Colecção Olimpíadas Portuguesas de Matemática (SPM/Texto editores)
112 páginas | 10,99 euros