

Comentário à «recensão» ao livro «Contar e fazer contas - uma introdução à Teoria dos Números», publicada na *Gazeta de Matemática*, nº 149, Julho 2005

Quem publica um trabalho submete-se sempre à crítica dos seus leitores e quando o(a) autor(a) de uma recensão se dá ao trabalho de examinar o texto publicado e de assinalar defeitos que lá julgue encontrar, só resta a quem escreveu e publicou exprimir um sincero agradecimento a quem o fez, presumindo que o exame crítico, a enumeração de gralhas e a apresentação de sugestões de modificação têm um sentido eminentemente construtivo e se destinam a contribuir para a melhoria de futuras edições. Se, pelo contrário, a crítica for gratuita ou motivada pelo mesquinho sentimento da inveja de quem não fez - porque não quis ou porque não foi capaz de fazer - o que vê feito por terceiros, os defeitos apontados não tiverem outro propósito que o de apoucar o trabalho alheio, se, em suma, a crítica for afinal destrutiva e escrita a ácido que corrói as páginas em que assenta, nada restará senão ignorá-la. No caso presente, estamos, decerto perante uma crítica do primeiro tipo e apraz-nos registar comentários elogiosos, quer quanto ao público-alvo («esta é uma excelente razão para avançarmos na leitura...»), quer quanto à organização do trabalho («os temas dos cinco primeiros capítulos correspondem a uma escolha primorosa de um vasto leque de assuntos possíveis em teoria de números»).

Essa avaliação de conteúdos é extremamente positiva, visto que a obra se compõe, na realidade, de apenas seis capítulos de texto efectivo (sendo o sexto considerado «menos feliz», o que, face ao «primor» dos cinco anteriores, deixa ainda uma margem positiva acentuada). Já a afirmação de que o «livrinho» tem conteúdo «essencialmente histórico» será discutível, dado o importante volume de material técnico incluído, enquadrado, sempre que possível, numa perspectiva histórica, que se julgou tornar a leitura mais aliciante. De agradecer - por vir claramente ao encontro das intenções e dos esforços dos autores e dos diversos colegas que leram e comentaram o trabalho, antes da sua publicação - é a clara indicação de que o produto final ficou «acessível a todos os que se interessam por matemática».

No plano técnico, a autora da recensão em análise faz diversas observações, de desigual pertinência. Analisemos algumas delas:

Crítica-se uma certa repetição entre capítulos, sem se entender que é voluntária (e não espelha qualquer «descoordenação») e que o seu objectivo é o de permitir a leitura de um capítulo independentemente de outros, tornando mais flexível a utilização do livro. Protesta-se quanto à apresentação de opiniões, quando, desde que se não fira a verdade científica ou histórica, cada qual está no pleníssimo direito de ter as suas... A propósito do reparo em atribuir a Andrew Wiles a totalidade dos méritos da demonstração do chamado «Último Teorema de

Fermat», confirmam-nos os especialistas em Teoria de Números que temos razão.

Assinalam-se «erros, imprecisões e omissões» no conteúdo matemático da obra e certamente que há gralhas, muitas das quais já detectadas pelos próprios autores, após a publicação do livro - e, conseqüentemente, tarde demais para se poder corrigi-las. Quem está habituado a publicar, está familiarizado com tais acidentes. Felizmente, muitas das gralhas e imprecisões são de tal modo evidentes que os próprios leitores as corrigirão por si. Não podendo nem pretendendo os autores arrogar-se dons de infalibilidade, de boa vontade dão a mão à palmatória por cada lapso detectado, que tencionam corrigir assim que possível.

Lamenta-se que a autora da recensão entenda que «o argumento das páginas 38 e 42 para mostrar a unicidade do resultado das operações em \mathbb{N} não se percebe». Esse argumento, com maior ou menor peso de escrita simbólica - no livro, optámos por reduzi-la ao mínimo indispensável - costuma ser apresentado aos estudantes dos cursos de Matemática de diversas Universidades, sem que se note particular dificuldade em o acompanhar. Saúda-se o reconhecimento de que «a ordem por que se apresentam as propriedades das operações facilita a verificação». Já no que se refere ao uso do termo «característica», aplicado a um número real, há que reconhecer que se regista alguma imprecisão, sendo preferível dizer explicitamente, em vez de deixar subentendido, que estamos a lidar com números positivos. «Cela va sans dire», diz o bom senso; «mais cela va mieux en le disant», acrescenta a prudência!

A simplicidade relativa das duas argumentações apresentadas para provar a existência de uma infinidade de números naturais primos não passará nunca de uma questão de opinião: uns preferirão uma, outros encontrarão maior facilidade em acompanhar a outra. Custa perceber o alcance das objecções apontadas ao texto do capítulo cinco, pois discutem-se pormenores de apresentação dos assuntos, mas não se apontam quaisquer erros. Tudo equivale pois a dizer «se fosse eu, teria feito de outra maneira». Pois que faça, que ninguém lhe levará a mal; permita também que os autores façam como melhor entendem. Já no capítulo seis, a autora da recensão parece procurar pormenores com que possa implicar e, como deverá ter sido assim, só uma explicação se adivinha para tão peculiar comportamento, que é a de estar já fatigada pela leitura dos cinco capítulos anteriores. Parece perfeitamente óbvio, por exemplo, que a escolha do intervalo $]0,1[$ se destina a restringir a lista dos números a estudar a dízimas de parte inteira igual a 0, o que, efectivamente, simplifica as coisas. Seria objectivamente mais maçador utilizar o

intervalo]23,49[, por exemplo. Não tem nada a ver com a questão da unicidade da representação decimal. Por sua vez, perguntar-se se zero tem dízima infinita é descabido, porquanto zero não está no intervalo considerado. Há, evidentemente, pormenores que são deixados ao cuidado do leitor, suscitando o seu esforço de compreensão e de pesquisa, que seria lamentável perder.

Tem razão a autora da recensão quando sublinha que, na nota de rodapé número 68, falta a palavra «positivos» a seguir a «inteiros». Oxalá fosse esta a única imperfeição! Felizmente ela mesma iliba os autores de preocupações de maior, por afirmar peremptoriamente que o teorema só se refere a soluções inteiras positivas, «como é óbvio». Ora se é óbvio, é de crer que os leitores possam detectar a gralha e entender a emenda necessária (sem a qual, de resto, a coisa resultaria trivialmente falsa, bastando tomar $x = z$ e $y = 0$; logo se compreende que há «gato»...).

Quanto ao enunciado do Teorema de Wilson, há discrepância, de que os autores têm de penitenciar-se, entre as páginas 80 e 192, no que se refere ao uso da implicação ou da equivalência (sendo esta válida, como é sabido). Restará aos autores (consolando-os do uso mas não da discrepância) apoiar-se em textos de qualidade reconhecida, como, por exemplo, Adler, Andrew & Coury, John E., *The Theory of Numbers - a text and source book of problems* (Jones & Bartlett Publishers, 1995), no qual o teorema é apresentado apenas na forma de implicação, remetendo-se a prova da recíproca para o estatuto de mero exercício.

Outros comentários - a timidez de apresentação de assuntos mais difíceis (pudera!) ou a omissão de determinadas justificações e explicações - não merecem observação. Mais uma vez, outros fariam de outro modo, escolheriam outros tópicos, variariam a ênfase dada aos tópicos comuns, etc. Os autores decidiram fazer assim, fizeram, está feito. Por exemplo, o algoritmo (supõe-se que na recensão se pretendia dizer «algoritmo» e não «argumento») para cálculo da raiz quadrada de um número não é mais nem menos verdadeiro por ser ou não explicado ou justificado. Não se pretendeu ser exaustivo em tais justificações, assim como quando se diz que Lagrange nasceu em 1736, não houve a preocupação de documentar essa afirmação com a exibição da respectiva certidão de nascimento.

Do mesmo modo e para dar outro exemplo de inutilidade de uma objecção apresentada, repare-se na questão de se discutir como é que alguém se lembrou de uma dada mudança de variável. O que é verdade é que alguém se lembrou dela! E funciona! Que mais poderíamos desejar? Quantas e quantas demonstrações requerem a utilização de artifícios, alguns bastante rebuscados? Se tivéssemos de explicar, em cada caso, como é que tais malabarismos ocorreram aos seus inventores, todos os livros de

Matemática atingiriam proporções descomunais e indesejáveis.

É despropositada e imerecida a comparação do trabalho em discussão com os manuais escolares destinados ao ensino secundário, com base na utilização de «caixas» onde parte do conteúdo é incluída. Na verdade, os tais manuais usam as «caixas», a maior parte das vezes, para destacar os enunciados ou as fórmulas mais importantes, enquanto no livro em análise, foram remetidas para as «caixas» porções do texto cuja leitura se não tornasse indispensável à compreensão do que viria a seguir, por forma a que os leitores que desejassem optar por uma consulta mais rápida pudessem omiti-la, ao menos numa primeira abordagem. Quanto à preferência por destacar Pedro Nunes menos que Anastácio da Cunha, a razão é tão óbvia que não merece qualquer comentário, pese embora a deferência que todos temos pela memória do segundo.

Finalmente, tece a autora da recensão em análise considerações depreciativas sobre a qualidade da linguagem utilizada, chegando ao ponto de classificar como «coxo» o português usado. Julgamos que se trata, neste e só neste ponto, de uma crítica que os autores não merecem, porque é injusta e errada, e que não podem, nem devem admitir, independentemente das habilitações que a referida autora tenha ou a si mesma se outorgue e que nos são inteiramente desconhecidas. Para mais, dos três exemplos que apresenta, em apoio das suas afirmações, o primeiro não enferma de qualquer vício gramatical, o segundo peca apenas por redundância, que se pretendia enfática, e o terceiro apresenta meramente uma gralha no uso de um singular que devia ser plural, como qualquer pessoa bem-falante mas, acima de tudo, bem intencionada, fácil e imediatamente reconhecerá. Já agora, julgará a autora da recensão em análise exemplar o seu uso da Língua Pátria? Para além de outros pormenores que nos dispensamos de assinalar, atente-se na forma como inicia o antepenúltimo parágrafo da sua exposição: «Impunha-se dos cinco autores...». Não será antes «Impunha-se aos cinco autores» ou «Esperava-se dos cinco autores»? Ou será «impor-se de alguém» a forma mais correcta de utilização da forma reflexa do verbo «impor»?

Em resumo, os autores estão gratos à autora da recensão pelas muitas palavras amáveis que lhes destina, indo mesmo ao ponto de pugnar pela correcção, numa segunda edição do livro, de lapsos ora verificados, de modo a fazer «justiça à qualidade dos autores». Sendo imerecidos tais encómios, mais servirão de estímulo a futuras realizações.

J. Eurico Nogueira, Suzana Nápoles, António Monteiro

José A. Rodrigues, M^o Adelaide Carreira