

Para esse efeito pode talvez servir o cap. 8 — Cálculo simbólico — dos *Compléments de Mathématiques* por A. ANGOT.

E num primeiro estudo, repito, não julgo de qualquer vantagem ultrapassar as possibilidades da análise clássica e o interesse das Distribuições no domínio das matemáticas aplicadas.

De resto, este meu ponto de vista vai ao encontro do próprio objectivo deste inquérito e até das amplas perspectivas que se abrem à inserção das Distribuições no quadro das disciplinas de um qualquer curso de matemática — «the simplifications obtained and not least the easy justification of different «symbolic» operations often used in an illegitimate way by technicians, is of such striking nature that it seems more than a utopian thought that elements of the theory of the SCHWARTZ distributions may find their place even in the more elementary courses of the calculus in universities and technical schools (1)».

Ruy Luis Gomes

Nota — A Junta de Investigação Matemática possui os elementos bibliográficos indicados nesta resposta e coloca-os à disposição de todos os alunos que desejem abordar o estudo das Distribuições.

Do Sr. JOÃO COSME SANTOS GUERREIRO, finalista da licenciatura em Ciências Matemáticas, recebeu a Redacção uma carta de que se transcreve o seguinte:

«Ao iniciar há pouco menos que um mês o estudo da teoria das distribuições, não possuía senão os

(1) HARALD BOHR — Intervenção feita no Congresso Internacional de Matemática na sessão de entrega das medalhas de ouro.

conhecimentos que correntemente se adquirem nos dois primeiros anos da Faculdade de Ciências (e pouco mais se aprende no resto do curso). Esbarrei logo com dificuldades provocadas pela falta de conhecimentos sobre integração, especialmente integração á LEBESGUE e á STELTJES, e procedi então a uma fase preparatória, estudando o integral de LEBESGUE e o integral de LEBESGUE-STELTJES. Acho que isto é conveniente para os leitores interessados no estudo desta teoria; de resto os estudantes dos nossos cursos superiores pouco conhecem da teoria da integração, nunca saindo do campo mais simples que é o das funções contínuas. Nesta fase preparatória fiz a leitura de alguns capítulos dos seguintes livros que utilizei:

VALLÉE POUSSIN, C. DE LA — *Intégrales de Lebesgue, fonctions d'ensembles, classes de Baire* — Paris.

LEBESGUE, H. — *Leçons sur l'intégration et la recherche des fonctions primitives* — Paris.

CRAMÉR, HAROLD — *Mathematical Methods of Statistics* — Princeton.

Da experiência adquirida, julgo que o estudo pode ser conduzido de forma a se fazer ideia clara sobre o problema da investigação das funções primitivas, não sendo inútil ir até o integral de DENJOY. De qualquer modo deve ser rápido, para não nos perdermos no emaranhado das teorias da análise clássica, o que poderá desviar o fim em vista.

Apoiando a iniciativa da *Gazeta*, que convida os seus leitores ao estudo e ao debate na própria *Gazeta* da introdução à teoria das distribuições, prometo pela minha parte, para o próximo número, impressões mais detalhadas sobre este primeiro contacto com tal teoria».

MOVIMENTO CIENTÍFICO

CONTRIBUIÇÃO LATINO-AMERICANA AO PROGRESSO CIENTÍFICO (*)

INTRODUÇÃO

Nos países novos a matemática pura não aparece senão numa fase tardia da sua evolução. E isso é bastante natural. Nos países em desenvolvimento, a principal exigência é satisfazer as necessidades vitais da sua manutenção e desenvolvimento: são necessários médicos, agrimensores e engenheiros. Só se requiere da matemática a parte que é útil a estes ramos da ciência, isto é, o cálculo, instrumento dos estudos técnicos. Este capítulo particular da matemática mantém-se, contudo, sempre, durante décadas ou mesmo séculos, atrazado relativamente aos que se

estão desenvolvendo e, conseqüentemente estas aplicações contribuem muito pouco para o progresso da matemática. Tal é a razão por que a América Latina, que sempre produziu brilhantes técnicos matemáticos, como se pode provar pelas suas ousadas obras de engenharia, em qualquer país sem excepção, não teve senão muito recentemente estudiosos de categoria de matemática pura.

* Tradução do fascículo «Mathematics» a que já se referiu a G. M. no n.º 54, pp 23, devidamente autorizada pela Direcção do «Centro de Cooperación Científica para América Latina» da UNESCO, a quem a «Gazeta de Matemática» apresenta os melhores agradecimentos.

A formação de um matemático, como a de qualquer outro cientista, requiere um meio adequado. Este meio é talvez mais fácil de preparar do que para outra disciplina; ele requiere simplesmente uma biblioteca: uma biblioteca bem provida dos livros essenciais, clássicos e modernos, e sobretudo, de periódicos, tanto recentes como antigos. Os últimos não são tão fáceis de obter, mas são indispensáveis pois a matemática, ciência conservativa, nunca deixa no esquecimento velhas teorias.

Nenhuma escola matemática pode existir sem uma biblioteca. Em todo o local em que um individuo de visão larga conseguiu, por meio de uma universidade ou doutro centro de estudos, criar uma boa biblioteca matemática, logo surgiu um grupo de bons matemáticos. Um bom exemplo é o do Uruguay onde GARCÍA DE ZÚÑIGA fundou a biblioteca matemática da Faculdade de Engenharia, talvez a melhor da América do Sul e onde rapidamente surgiu uma brilhante escola matemática.

Noutras ocasiões a presença de professores Europeus, quer temporária quer permanente, despertou entre os jovens estudantes interesse para a investigação matemática, originando grupos de pesquisas, que depois continuaram sósinhos, desenvolvendo-se e expandindo-se pelas várias universidades do país.

Tal é o caso de J. REY PASTOR, o cientista que de facto iniciou a investigação matemática na Argentina, e mais recentemente, o de BEPPO LEVI e A. TERRACINI, para mencionar só grandes figuras. No Brasil, visitas periódicas de matemáticos Italianos (L. FANTAPPPIÈ, A. BASSI e outros), a estadia temporária do matemático Francês ANDRÉ WEIL e do Norte-Americano O. ZARISKI e também o trabalho do Por-

tuguês A. MONTEIRO encorajaram a criação e desenvolvimento de centros matemáticos em S. Paulo e Rio de Janeiro. No Perú, o matemático Polaco A. ROSENBLATT foi um excelente colaborador de GODFREDO GARCÍA, o conhecido autodidata criador da escola Peruviana, que pelo seu esforço isolado elevou o seu país ao nível matemático dos principais países da América Latina. No Chile, R. FRUCHT e no Equador P. THULLEN, ambos Alemães, influíram no interesse que despertava pela matemática. No México, as visitas frequentes de matemáticos Norte-Americanos levaram à formação da escola Mexicana que conta proeminentes figuras.

Uma vez criados os centros matemáticos, devidamente dirigidos e equipados, os resultados não se fazem esperar muito. Aqui e ali aparecem os primeiros jornais e publicações de matemática pura, arquivos do trabalho executado, onde se encontram as contribuições, para o progresso da matemática, dos vários centros. Também se fundaram Institutos de Matemática onde, ao contrário das Faculdades, tem prevalência a investigação sobre o ensino (o «Instituto de Matemática» em Rosário, Argentina, criado em 1939; o «Instituto de Matemática y Estadística» em Montevideo, fundado em 1942). Sentindo os matemáticos de vários países a necessidade de se reunir para formarem Uniões ou Sociedades, apareceram: a «Unión Matemática Argentina» (1936), a «Sociedad Matemática Mexicana» (1943), a «Sociedad Cubana de Matemáticas» (1942) e a «Sociedade Matemática de São Paulo» (1945), cada uma com o seu jornal privativo ou outra publicação.

.....
Trad. de M. Zaluar

SEGUNDO COLÓQUIO DE GEOMETRIA ALGÉBRICA

Todos os anos o Centro Belga de Investigações Matemáticas organiza um colóquio internacional (1).

Em Julho de 1952 teve lugar em Liège o 4.º colóquio que foi dedicado, como o primeiro em 1949, à Geometria Algébrica. Participaram na reunião distintos cultores deste ramo de Matemática, representando duas tendências: a da Escola Italiana e a dos que utilizam a Álgebra Moderna.

Como anteriormente o C. B. R. M. publicou (?) o conjunto das conferências realizadas de que apresentamos a relação:

CHISINI, O. — *Courbes de diramation des plans multiples et tresses algébriques.*

(1) Vidé *Gazeta de Matematica*, n.ºs 43, 48 e 51.

(2) *Deuxième Colloque de Géométrie Algébrique*, G. Thone, Liège o Masson et Cie., Paris, 1952.

GAUTHIER, L. — *Quelques travaux récents concernant la classification des courbes algébriques.*

VILLA, M. — *Transformations ponctuelles et transformations éréoniennes.*

KÄHLER, E. — *Sur la théorie des corps algébriques.*

DOLBEAULT, P. — *Formes différentielles méromorphes sur les variétés kähleriennes compactes.*

CONFORTO, F. — *Problèmes résolus et non résolus de la théorie des fonctions abéliennes dans ses rapports avec la géométrie algébrique.*

ANDREOTTI, A. — *Les problèmes de classification dans la théorie des surfaces algébriques irrégulières.*

NÉRON, A. — *La théorie de la base pour les diviseurs sur les variétés algébriques.*

GRÖBNER, W. — *La théorie des idéaux et la géométrie algébrique.*

GAETA, F. — *Quelques progrès récents dans la classification des variétés algébriques d'un espace projectif.*

BURNIAT, P. — *Modèles de surfaces canoniques normales de S_3 et de genre linéaire $11 \leq p^{(1)} \leq 17$.*

NOLLET, L. — *Introduction des courbes quasi irréductibles d'une surface algébrique. Application à la régularité de certains systèmes linéaires.*

GODEAUX, L. — *Les singularités des points de diramation isolés des surfaces multiples.* M. Z.

A MATEMÁTICA NA ASSOCIAÇÃO DOS ESTUDANTES DA FACULDADE DE CIÊNCIAS

SEMANA DA MATEMÁTICA

Está em preparação a Semana da Matemática, uma realização da Secção Pedagógica da A. E. F. C. L., que tem por objectivo contribuir para o desenvolvimento do interesse pela matemática no nosso país.

Fundamentalmente pretende-se, através duma exposição e de conferências acessíveis, exprimir o que são a matemática e as suas aplicações mais importantes. Procura-se também formar cursos, que se prolongarão pelo tempo que for necessário e cuja introdução será feita durante a Semana.

Conta-se com a colaboração de matemáticos portugueses e estrangeiros; receberam revistas, como oferta, e a adesão de centros de estudo, etc.

SEMINÁRIOS DE ESTUDO

Estão em elaboração Seminários de Matemática, por iniciativa da Secção Pedagógica da A. E. F. C. L.,

que têm por objectivo o estudo em conjunto de um ou outro ramo de matemática. Visa-se especialmente criar interesse por certos problemas e pela investigação. A orientação será feita por estudantes.

A título de experiência, funcionou em Junho último um seminário de Cálculo Tensorial. Sob a orientação dum finalista de matemática, estudou-se o conceito de tensor sobre as transformações de coordenadas numa variedade a n dimensões, álgebra e análise tensoriais e aplicações à geometria de RIEMANN. Os resultados foram bons e houve grande concorrência, especialmente dos alunos do curso de Electricidade. Para o próximo ano estão projectados seminários de Álgebra Moderna, Cálculo Vectorial e Tensorial e Análise.

S. Guorrelro

CONGRESSO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICOS DE 1954

Na sua sessão final o Congresso Internacional de Matemáticos de 1950 (Cambridge, Mass.) escolheu, por proposta da delegação holandesa, a Holanda para país hospedeiro do Congresso seguinte.

Em virtude desta decisão o Congresso Internacional de Matemáticos de 1954 reunir-se-á em Amesterdão de 2 a 9 de Setembro do próximo ano, sob os auspícios da Sociedade Matemática holandesa (Wiskundig Genootschap), a qual espera sinceramente que o Congresso de 1954, onde os matemáticos de todas as partes do mundo serão benvindos, seja uma reunião internacional fértil.

A Comissão de organização convidou certo número de matemáticos eminentes para fazerem conferências de uma hora destinadas a dar um resumo do recente desenvolvimento das matemáticas.

O Congresso divide-se em sete secções:

1. Álgebra e Teoria dos Números.
2. Análise.
3. Geometria e Topologia.
4. Cálculo das Probabilidades e Estatística.
5. Física Matemática e Matemáticas aplicadas.
6. Lógica e Fundamentos da Matemática.
7. Filosofia, História e Ensino.

Em cada um destes domínios, especialistas convidados pela Comissão de organização, farão conferências de meia-hora.

Os membros do Congresso, que se tenham inscrito para esse fim, poderão fazer conferências breves, no máximo de um quarto de hora. A sub-divisão eventual das secções dependerá do número dessas conferências.

A Comissão de Organização planeou também reuniões de carácter recreativo e excursões.

Os membros do Congresso dividem-se em duas categorias: *os membros ordinários (membros)* que tem o direito de participar nas actividades científicas e que receberão além disso as Actas do Congresso e *os membros associados*, que, acompanhando os membros não tomarão parte no programa científico nem receberão as Actas do Congresso, mas que terão o direito de participar em muitas outras actividades do Congresso.

O custo da inscrição não está ainda definitivamente fixado, mas provavelmente não ultrapassará a quantia de 50 florins (cerca de 14 dolares) para os membros e a quantia de 20 florins (5,5 dolares) para os membros associados.

Os que desejem participar no Congresso, devem comunicar à Comissão de Organização o seu nome (com títulos etc.) e a sua morada completa. A Comissão de Organização enviar-lhes-á então indicações pormenorizadas que devem ser publicadas durante este ano de 1953. Dirigir-se para isso a

Comité d'organisation

2e Boerhaavestraat 49 — Amsterdam — Holanda

NOTICIÁRIO

CONGRESSO INTERNACIONAL DE FILOSOFIA
DAS CIÊNCIAS

A União Internacional de Filosofia das Ciências encarregou o «Forum Internacional de Zurich» da organização de um Congresso Internacional de Filosofia das Ciências que se realizará de 23 a 28 de Agosto de 1954, em Zurich. O Comité do Congresso compõe-se de: F. Gonseth, presidente, B. Eckmann, P. Nolfi, P. Bernays, A. Pfluger, R. Nevanlinna, P. Finsler, K. Dürr, Mme. M. Ernst-Schwarzenbach, D. Brinkmann, E. Walter, F. Kröner, E. Specker, R. Meyer, M. Altwegg, S. Widmer, W. Boesch, E. Bieri, A. Ostertag, A. Ostrowski, H. Guggenheimer, A. Mercier, P. Rossier, S. Gagnebin, F. Fiala, M. Joray.

Serão debatidos dois temas gerais:

- a) Confronto das diferentes correntes e pontos de vista.
- b) Valor da filosofia das ciências na investigação.

A inscrição provisória para o Congresso deve ser feita directamente ao Secretariado — Forum Internacional de Zurich, Escola Técnica Federal, ou por intermédio da G. M.

CONGRESSO LUSO-ESPANHOL PARA O AVANÇO
DAS CIÊNCIAS

Como já referimos no número anterior realiza-se de 27 de Setembro a 4 de Outubro, deste ano, o Congresso Luso-Espanhol para o Avanço das Ciências, na cidade de Oviedo. Esperamos poder dar, no próximo número, notícias da actividade do Congresso.

INSTITUTO DOS ACTUARIOS PORTUGUESES

O Núcleo de Estudos de Cálculo das Probabilidades e Estatística Matemática reúne na terça-feira, 6 de Outubro, às 21h e 30m para planear as actividades do próximo ano. Prevê-se a realização de séries de exposições sobre: «Leis dos Grandes Números», «Introdução à Teoria dos Processos Estocásticos», «Teoria Matemática das Populações», «Teoria da Decisão Estatística». As pessoas interessadas são convidadas a pôr-se em contacto com o Secretário da Direcção: G. DE CASTRO (Laboratório Nacional de Engenharia Civil).

PRÉMIO «ARTUR MALHEIROS»

O prémio «ARTUR MALHEIROS» foi este ano atribuído, pela Academia das Ciências, ao trabalho «Sobre as relações entre Integral de RIEMANN e Integral de LEBESGUE», do professor RUY LUÍS GOMES. Este trabalho é por assim dizer uma conclusão de trabalhos

anteriores do autor sobre a «Teoria da Medida», trabalhos que vem publicando, na sua maioria, nos «Cadernos de Análise Geral» da Junta de Investigação Matemática.

Muito deve a cultura matemática portuguesa à acção contínua do professor RUY LUÍS GOMES, que tem procurado aumentar a restrita literatura matemática nacional, renovando e actualizando os conceitos por uma crítica aos fundamentos e às teorias clássicas, fazendo uso dos métodos da Álgebra Moderna e da Topologia. Os trabalhos do professor RUY LUÍS GOMES sobre o *integral de RIEMANN* e sobre o *integral de LEBESGUE-STIELTJES*, este último de que está em preparação um segundo volume, deram lugar, pelas investigações a que conduziram, ao trabalho apresentado agora a concurso para o «Prémio ARTUR MALHEIROS». Põe nele o autor em evidência o carácter relativo da distinção que usualmente se faz entre Integral-L e Integral-R, mostrando bem a importância que tem ainda o conceito de integral de RIEMANN.

Esta nota tem por fim exclusivo noticiar a atribuição do prémio que veio mais uma vez pôr em relevo os méritos do professor RUY LUÍS GOMES, de resto bem conhecidos do nosso meio matemático.

A Redacção da *Gazeta* felicita vivamente o seu Amigo e Colaborador Prof. RUY LUÍS GOMES e espera em futuro próximo fazer apreciação pormenorizada da obra premiada.

OBRAS COMPLETAS DE ÉLIE CARTAN

O Comité Nacional Francês de Matemáticas continua a publicação das Obras completas de Élie Cartan. A edição compreenderá, sob a forma de reprodução fotográfica, a totalidade das notas e memórias, com exclusão dos volumes. O conjunto da obra compõe-se de tres partes: I — Grupos de Lie (já publicados); II — Sistemas diferenciais em problemas de equivalência; III — Geometria diferencial.

O Comité preparou a publicação da parte II, sob a forma de dois volumes, e, para tal, fez uma *subscrição internacional*. Os dois volumes compreenderão um total de cerca de 1365 páginas e podem ser adquiridas, ao preço de *subscrição* por 4.800 frs. — brochados ou 5.500 frs. — encadernados (os dois volumes, em conjunto). A subscrição será encerrada em 15 de Dezembro. Os preços de venda ao público em geral serão mais elevados. A subscrição pode fazer-se quer directamente ao Secretário do Comité: Prof. ANDRÉ LICHNEROWICZ, — Collège de France — ou à casa Gauthier-Villars, quer por intermédio da G. M.

Comité Nacional Francês de Matemáticas

Profs. J. Hadamard, Presidente de Honra; E. Borel, presidente; H. Béghin, P. Belgodère, R. Brard, M. Brelot, L. de Broglie, H. Cartan, A. Chatelet, J. Chazy, G. Darrois, H. Delange, A. Denjoy, J. Dieudonné, Mme. Dubreil-Jacotin, P. Dubreil, C. Ehresmann, J. Favard, R. Fortet, M. Fréchet, G. Júlia, A. Lamothe, P. Lelong, J. Leray, P. Lévy, A. Lichnerowicz, S. Mandelbrojt, P. Montel, J. Pérès, C. Pisot, H. Poincaré, P. Robert, L. Schwartz, G. Valiron, H. Villat, G. Choquet.

Comité de Edição das Obras de Élie Cartan

Profs. P. Montel, Presidente; A. Lichnerowicz, Secretário; H. Cartan, A. Chatelet, G. Darrois, J. Leray.

Comité de Honra Internacional

Profs. U. Amaldi, R. T. Bachiller, G. Birkhoff, S. Bochner, E. Bompiani, O. Boruvka, S. S. Chern, C. Chevalley, E. T. Davies, A. Einstein, H. Freudenthal, L. Godeaux, V. Hlavaty, W. V. D. Hodge, H. Hopf, S. Iyanaga, S. Kakutani, A. Kawaguchi, E. Kähler, D. D. Kosambi, C. Kuratowski, T. H. LePage, D. C. Lewis, M. Morse, L. Nachbin, J. Nielsen, N. E. Nörlund, L. Pontrjagin, A. Poulitot, C. Racine, J. Radon, G. de Rham, F. Riesz, M. Riesz, L. Santaló, E. B. Schieldrop, J. A. Schouten, E. Schrödinger, B. Segre, C. L. Syngé, C. De La Vallée-Poussin, O. Veblen, G. Vranceanu, A. Weil, H. Weyl, J. H. C. Whitehead, Sir E. Whittaker, K. Yano, C. L. Siegel, A. Stoilow, M. H. Stone, W. Süss.

MATEMÁTICAS SUPERIORES

PONTOS DE EXAMES DE FREQUÊNCIA E FINAIS

MATEMÁTICAS GERAIS

Resoluções dos n.ºs 3625 a 3650 do fasc. 54 :

3625

R: É uma indeterminação do tipo 1^∞ . Tomando o logaritmo neperiano :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \cdot \log(\cos x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos x)}{x^2}$$

Temos agora uma indeterminação do tipo $\frac{0}{0}$.

Aplicando duas vezes a regra de L'HOSPITAL, vem para valor deste último limite: $-1/2$. Portanto, o verdadeiro valor da expressão dada é :

$$\frac{1}{\sqrt{e}}$$

3626

R: Verifica-se imediatamente que a função só existe no intervalo fechado $(-1, 1)$ e que é simétrica em relação ao eixo dos yy.

Com facilidade se deduz para ela esta outra expressão analítica :

$$y = (1 - 4x^2) \sqrt{1 - x^2}$$

que nos mostra que a curva representativa corta o eixo dos xx nos pontos de abcissas $-1, -1/2, 1/2$ e 1 .

A 1.ª derivada da função tem o valor :

$$y' = \frac{3x(4x^2 - 3)}{\sqrt{1 - x^2}}$$

Esta anula-se para $x=0$ e ainda para $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.

A segunda derivada tem por valor :

$$y'' = \frac{-3 \cdot (8x^4 - 12x^2 + 3)}{\sqrt{(1 - x^2)^3}}$$

que nos mostra que a função tem um máximo para $x=0$ e mínimos para os outros valores de x que anulam a 1.ª derivada. Por seu lado, a 2.ª derivada anula-se para $x = \pm 0,6 \left(\frac{\pm \sqrt{3} - \sqrt{3}}{2} \right)$ onde a curva representativa apresenta pontos de inflexão.

3627

R: Obrigando a função w a tomar os valores indicados para os correspondentes valores de z , obtemos o sistema :

$$\begin{cases} 2a + ci = 0 \\ 5a + 5b = 3c + 3d - 4ci - 4di \\ b + 2di = 0 \end{cases}$$

Fazendo, por exemplo, $c=2$, vem para as outras constantes :

$$a = -i; d = i; b = 2$$

A função dada pode, pois, escrever-se

$$w = \frac{-i + 2z}{2 + iz} = \frac{2x + (2y - 1)i}{(2 - y) + xi}$$