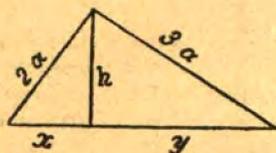


a junta, encontra  $y = \frac{a}{\sqrt{13}}$ ,  $x = \frac{12a}{\sqrt{13}}$  e não nota que

o resultado é absurdo!

¿Que concluir destes e outros casos? Que a única coisa que interessa na resolução dum problema é fazer determinadas operações em obediência a certas receitas. Que o resultado dê ou não dê coisa aceitável, não interessa — foi... um engano de contas e nós, como somos pessoas superiormente inteligentes, não ligamos a essas ninharias!



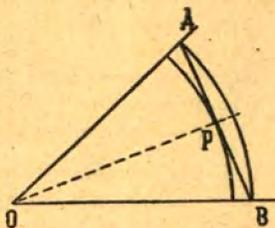
5. Outro facto saliente é a tendência a usar das receitas, mesmo quando elas dão muitíssimo mais trabalho do que pensar um pouco, ainda que seja muito pouco, sobre uma figura. Na época de Julho, num ponto de cálculo numérico pedia-se a área da corôa circular limitada pelas circunferências inscrita e circunscrita a um octógono regular de lado 18,31 metros.

Houve um número muito limitado de candidatos que observaram na figura que a área é  $\pi(R^2 - r^2) = \pi \frac{l^2}{4}$ .

A grande maioria seguiu um raciocínio que tem a sua expressão típica no seguinte, que reproduzo textualmente (Liceu):

Sejam:

- $R$  o raio da circunferência circunscrita
- $r$  o raio da circunferência inscrita
- $l$  o lado do octógono.



Tem-se

$$R = \frac{1}{2} l \sqrt{4+2\sqrt{2}} \quad \text{donde} \quad R^2 = \frac{1}{4} l^2 (4+2\sqrt{2})$$

$$r = \frac{1}{2} l (1 + \sqrt{2}) \quad \text{donde} \quad r^2 = \frac{1}{4} l^2 (1+2+2\sqrt{2})$$

logo

$$\begin{aligned} \pi R^2 - \pi r^2 &= \pi \frac{l^2}{4} (4+2\sqrt{2}) - \pi \frac{l^2}{4} (3+2\sqrt{2}) = \\ &= \pi \frac{l^2}{4} [(4+2\sqrt{2}) - (3+2\sqrt{2})] = \pi \frac{l^2}{4} \end{aligned}$$

6. Muitos candidatos não distinguem com clareza, de entre várias proposições apresentadas, as que eles próprios tomam como definições e como propriedades.

Um exemplo típico: Um candidato dá a seguinte definição de triângulos semelhantes — «dois triângulos dizem-se semelhantes quando têm os ângulos iguais e os lados homólogos proporcionais». E logo a seguir: Propriedades: 1.ª — «dois triângulos dizem-se semelhantes quando têm os três ângulos iguais».

7. Todas estas insuficiências, se reduzem, creio eu, fundamentalmente a duas falta de espírito crítico e automatismo. Diante do problema, a primeira reacção do candidato é procurar a fórmula que se aplica (chegam a encontrar-se expressões como esta — «aplicando o Pitágoras» — e recorro um caso ainda mais expressivo — «agora aplico pitágoras» — com p minúsculo!) e atirar-nos com o resultado, não do problema, mas da aplicação da fórmula.

¿Quais as razões deste estado de coisas? Tenho a esse respeito a minha opinião, mas seria bom que mais professores dessem a sua e. antes de mais, que se esclarecesse bem se tenho ou não razão, isto é, se é ou não verdade que o nosso ensino secundário desenvolve a falta de espírito crítico e o automatismo.

Façamos um longo debate sobre este problema que envolve, muito profundamente, uma grave questão de interesse nacional.

## ASTRONOMIA

### SÔBRE O MOVIMENTO DOS POLOS À SUPERFÍCIE DA TERRA VARIAÇÃO DAS LATITUDES

por A. Baptista dos Santos

É já vastíssima a bibliografia relativa a este problema de Astronomia que há cem anos preocupa os cientistas do Mundo inteiro sem que, até hoje, se tenha conseguido resolvê-lo completamente; e tarefa difícil é a daquele que queira expô-lo nos apertados limites de um artigo da «Gazeta», sem deixar de referir as suas fases mais importantes,

de modo a dar aos que o não conheçam uma ideia geral da sua evolução até aos nossos dias. Vamos tentar fazê-lo sem esperança de sucesso brilhante.

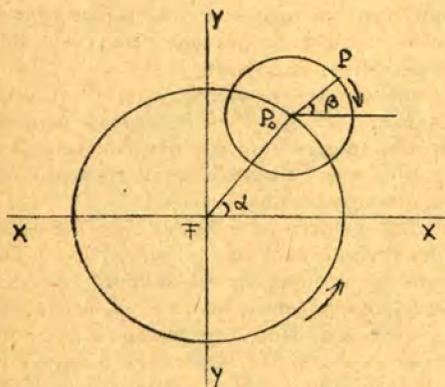
\*

A possibilidade do deslocamento dos polos à superfície da Terra era já do conhecimento da

Mecânica depois que Euler aperfeiçoou e completou a teoria do movimento de rotação de um corpo sólido, rígido, em torno de um ponto fixo (1765).

Euler demonstrou que o movimento de rotação de um sólido homogêneo, rígido, admitindo um eixo de simetria e subtraído à acção de forças exteriores, persistiria indefinidamente com velocidade uniforme, se a rotação se tivesse iniciado em torno desse eixo de simetria; mas que, em igualdade de todas as outras condições, se inicialmente o eixo de rotação não coincidissem com o de simetria, ele manteria ainda uma direcção fixa no espaço mas deveria girar em torno do segundo, descrevendo um cone no interior do sólido.

A aplicação da análise de Euler ao Globo Terrestre suposto perfeitamente rígido, permite re-



conhecer, na hipótese da rotação se ter iniciado em torno de um eixo não coincidente com o de figura — eixo menor do elipsoide de revolução a que a Terra se assemelha — e abstraindo ainda das acções do Sol, da Lua e dos outros planetas, que o eixo de rotação conserva no espaço, relativamente às estrelas, uma direcção fixa, mas gira, de ocidente para oriente, em torno do eixo de figura, completando o seu movimento num período de 305 dias siderais que é usado designar pelo nome de ciclo de Euler. Em relação às estrelas, é então o eixo de figura que gira em torno do eixo de rotação, descrevendo uma superfície cônica cujo ângulo de abertura, que é uma função das constantes arbitrarias introduzidas pela integração das equações de Euler, só pode ser determinado pela observação. Nas hipóteses estabelecidas, o polo de rotação descreve, assim, à superfície da Terra, uma circunferência cujo centro existe no eixo de figura; e sendo a latitude de um lugar a altura do polo de rotação acima do horizonte é óbvio que

as latitudes astronómicas se não conservam constantes.

O movimento do eixo de rotação em torno do de figura não é, porém, tão simples como o considerou Euler. Tisserand estuda mais pormenorizadamente este movimento e mostra, supondo ainda nulas as forças exteriores, que ele tem duas componentes: uma, a principal, é o movimento considerado por Euler, de período igual a 305 dias; a outra, de importância secundária, é um movimento do eixo instantâneo de rotação em torno da sua posição média, de período diário e de sentido contrário ao do primeiro. Qualquer destes movimentos se anula no caso da coincidência inicial dos eixos <sup>(1)</sup>.

A projecção do movimento do polo de rotação no plano tangente ao elipsoide, cujo ponto de contacto é o polo de simetria, é, assim, um movimento epicicloidal como se reconhece pela figura. Designando por  $x$  e  $y$  as coordenadas do polo  $P$  em relação a um sistema de eixos coordenados rectangulares com origem no polo  $F$ , as equações do movimento composto serão:

$$\begin{aligned}x &= r_1 \cos \alpha + r_2 \cos \beta \\ y &= r_1 \sin \alpha + r_2 \sin \beta\end{aligned}$$

onde  $r_1$  e  $r_2$  são os raios dos círculos e  $\alpha$  e  $\beta$  são funções do tempo.

A Teoria mostra ainda que o raio  $r_2$  é variável desde 0 ao valor máximo de 60 centímetros. Como se vê, bem insignificante é, de facto, a segunda componente do movimento.

Oppolzer, no seu tratado da Determinação das Órbitas, estuda ainda a influencia das acções do Sol e da Lua no deslocamento do eixo de rotação em relação à Terra, e chega à expressão seguinte da variação das latitudes resultante:

$$\begin{aligned}\Delta \varphi &= 0''.009 \sin \theta - 0''.006 \sin (\theta - 2 \odot) - \\ &\quad - 0''.003 \sin (\theta - 2 \ominus) + \dots\end{aligned}$$

onde  $\theta$  é a hora sideral local e  $\odot$  e  $\ominus$  são as longitudes do Sol e da Lua.

A análise desta expressão, de que escrevemos apenas os termos principais, mostra que as acções

<sup>(1)</sup> Aos menos familiarizados com este assunto recordamos que os movimentos considerados são perfeitamente distintos dos de precessão e nutação do eixo terrestre; estes são movimentos de conjunto de toda a Terra em torno de um eixo perpendicular ao plano da eclíptica fixa e resultam da acção do Sol, da Lua e dos planetas sobre o anel equatorial do elipsoide terrestre. Se fôsem nulas as acções exteriores, elles anular-se-iam, persistindo, no entanto, os primeiros movimentos.

do Sol e da Lua originam variações de período diário;  $\theta$  varia, com efeito, de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  no intervalo de um dia sideral.

Considerando, porém, os valores que tomam aquêles termos à mesma hora civil de cada dia, reconhece-se que o primeiro e o terceiro apresentam um período anual mostrando o segundo um período semi-mensal, visto que  $\theta$  e  $\odot$  variam de cerca de  $1^\circ$  por dia e  $\zeta$  varia de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  num mês lunar.

A possibilidade da variação periódica das latitudes astronómicas appareceu, como se vê, teoricamente, como consequência imediata dum provável deslocamento dos polos à superfície da Terra; mas a Teoria não pode afirmar ou negar a existência real dêsse deslocamento porque nada pode saber das condições em que se iniciou o movimento de rotação da Terra. A verificação experimental impunha-se, portanto, à consideração dos astrónomos.

Foi o illustre Bessel um dos primeiros a tentar essa verificação por observações da Polar em combinação com as leituras de uma mira colocada no meridiano, mas sem resultado positivo.

As primeiras observações que confirmaram a existência real da variabilidade das latitudes foram feitas por Peters em 1842 e 43, no círculo vertical do Observatório de Poulkovo; êste célebre astrónomo constatou variações de  $0''.08$  de amplitude, cujo período se adaptava bem ao ciclo de Euler, mas êle próprio não confiou muito nas indicações dos seus resultados porque os não podia considerar expurgados de influências relacionadas com as diferentes características das estações do ano — a da temperatura, principalmente.

Outros astrónomos se lhes seguiram neste empreendimento <sup>(2)</sup>: Magnus Nyren, que discutiu as observações de Struve no primeiro vertical de Poulkovo, o conjunto de tôdas as observações de Peters, as de Gylden (1863-70) e as suas próprias (1871-73), determinando pelas observações de Gylden uma amplitude máxima de  $0''.12$  com um erro provável de  $0''.02$ ; Clerk Maxwell, que discutiu observações efectuadas em Greenwich (1851-54); Downing, que examinou observações também de Greenwich (1868-77), chegando a resultados que se aproximavam muito dos de Peters; A. Nobile, que além das suas próprias observações efectuadas no Observatório de Capodimonte <sup>(3)</sup>,

Nápoles, discutiu longas séries de observações de diferentes observatórios, Oxford, Washington, Milão, e, em particular, uma série de 20 anos de observações de Greenwich (1862-82), cuja análise pôs em evidência um valor mínimo da latitude de Greenwich entre Dezembro e Janeiro, e um máximo correspondente aos meses de verão, o que revelou um ciclo anual, apòximadamente.

Em 1883, no Congresso de Geodesia realizado em Roma, Fergola tinha chamado a atenção dos astrónomos para a necessidade de se fazerem observações sistemáticas de latitude, com o fim de se descobrirem as suas variações periódicas e seculares, mas essa necessidade só foi geralmente reconhecida em 1888, depois da publicação duma memória de Kùstner, do Observatório de Berlim, sòbre a determinação da constante de aberração. Kùstner tinha-se proposto determinar uma correcção ao valor deduzido por Struve e, contra a sua expectativa, encontrou o valor  $-0''.132$  que estava em completo desacòrdo com o determinado por Nyren,  $+0''.05$ . Procurando as causas do desacòrdo, apenas uma lhe pareceu inelidível, a variação da sua latitude, claramente manifestada nos resultados das observações.

Só então principiou a desfazer-se a descrença geral na variabilidade das latitudes, que a Teoria de modo algum tinha apontado como verdade indiscutível. As observações antigas, a não ser as de Peters e as de Downing, pouco se harmonizavam com as deduições teóricas, e Kùstner mostrou-se inclinado ainda a attribuir a variação a causas de origem meteorológica ou de natureza subterrânea. Mas de tal modo a sua memória prendeu a atenção dos astrónomos, que diversos Observatórios — Berlim, Potsdam, Praga, Strasbourg, Poulkovo, Copenhagen, Upsala e Lund — se propuseram estudar em comum as variações da latitude tendo os primeiros quatro escolhido para êsse fim o método de Horrebow-Talcott <sup>(4)</sup> que tinha sido usado por Kùstner na dedução da constante de aberração.

Ê nesta fase que a intervenção de Chandler vem encontrar o problema. Alguns o têm apresentado como o descobridor do movimento do polo, o primeiro, talvez, a suspeitá-lo <sup>(5)</sup>. Ora, o mérito de Chandler, que foi muito grande não só nesta como em outras questões de Astronomia, não necessita da prioridade na descoberta do movimento. Chan-

<sup>(2)</sup> M. F. Tisserand — «Bulletin Astronomique», Vol. 5, 1888; Tisserand — «Traité de Mécanique Celeste», Vol. 2.

<sup>(3)</sup> Onde está hoje instalado o Offício Central do Serviço Internacional das Latitudes, sob a Direcção do Prof. Carnera.

<sup>(4)</sup> Ê este o método usado ainda hoje pelas estações do Serviço Internacional das Latitudes.

<sup>(5)</sup> H. H. Turner — «Astronomical Discovery», London, 1904.

dler não descobriu o movimento do polo e, sobretudo, não foi ele o primeiro a suspeitá-lo. Tudo quanto atrás ficou dito estava feito quando, em Novembro de 1891, Chandler escreveu no N.º 248 do «Astronomical Journal» o seu primeiro artigo em que fala abertamente de variação das latitudes. O que Chandler descobriu, pela análise das suas observações com o Almcântara do Observatório do Harvard College (Cambridge, Massachussets) e de dezenas de milhar de outras, foi a lei do movimento — o valor real do período e a forma complexa da trajectória do polo — mercê de criteriosa interpretação das observações e de decidido alheamento de todas as considerações de ordem teórica. Os que o antecederam, ou por que usaram métodos defeituosos no tratamento das observações ou por não terem conseguido libertar-se dos conceitos teóricos estabelecidos, ou nada puderam concluir ou se aproximaram apenas dos resultados previstos pela Teoria. E foi ainda a Teoria que, em mãos de tão notável autoridade como Newcomb, veio em auxílio de Chandler para que no meio científico lhe dessem crédito — na curiosa expressão de Turner, *Newcomb ensinou-nos como engular a pílula*.

O Dr. Seth Chandler não era astrónomo de profissão. O seu gosto pela Astronomia manifestou-se logo no último ano do curso e, concluído este, Chandler iniciou a vida prática como assistente particular do Dr. Gould no U. S. Geodetic Survey, em Boston, mas em breve abandonou a carreira astronómica para se dedicar à indústria de Seguros onde foi um técnico distintíssimo. Retomou mais tarde os trabalhos astronómicos no Observatório do Harvard College onde trabalhou ainda durante alguns anos e, desde então até à sua morte, nunca mais deixou de se interessar profundamente, como amador, pelas questões de Astronomia. A descoberta das leis do movimento do polo valeu-lhe a concessão da Medalha de Ouro da Royal Astronomical Society de que era associado. Um dos seus primeiros triunfos foi a invenção do Almcântara, instrumento cujas observações o conduziram à investigação dessas leis.

Chandler tinha notado que os resíduos destas suas observações não gosavam de carácter accidental, o mesmo sucedendo aos das observações do Dr. Küstner e às de Berlim, Potsdam, Praga e Poulkovo a que atrás se fez referência; e, servindo-se em particular das observações de Poulkovo e Washington, realizadas conjuntamente durante um período relativamente mais longo (1863 a 67), calcula pela fórmula:

$$\Delta\varphi = -r \cos[\lambda + (t-T)\theta]$$

os valores de  $r$  e  $\theta$  <sup>(6)</sup>, verifica que estes valores satisfazem também às equações estabelecidas pelas observações de Melbourne e Leyden e afirma ousadamente que o polo norte da Terra gira, de Oeste para Leste, em torno de uma posição média, num período de 427 dias — 14 meses, — descrevendo uma curva de raio igual a 30 pés — cerca de 9 metros.

Mal pode fazer-se idêa, diz Turner, da onda de incredulidade que suscitaram as conclusões de Chandler. O conceito geral sobre o movimento do polo era tacitamente este: ou é imóvel à superfície da Terra ou, não o sendo, completa o seu movimento num período de 305 dias de acordo com a Teoria. A pressuposição gratuita de uma Terra absolutamente rígida, sobre que assentava toda a Teoria, tinha sido esquecida e para que fôsse aceita as conclusões de Chandler foi necessário que Newcomb chamasse a atenção para essa infundada hipótese e demonstrasse <sup>(7)</sup> que se a Terra fôsse considerada elástica e lhe fôsse atribuída uma rigidez ligeiramente superior à do aço, o período teórico do movimento do polo igualaria o deduzido pelas observações.

Chandler poderia ter ficado por aqui: a Teoria e a Prática estavam já reconciliadas e a missão de ulteriores investigações pertencia agora à Associação Geodésica Internacional que, para esse fim, acabava de criar o Serviço Internacional das Latitudes com programa e métodos próprios. Mas a fé de Chandler nas suas conclusões era grande de mais para que se resignasse a não ver confirmada por maior número de observações a lei do movimento deduzida e, assim, ele passa a analisar as observações de Bradley <sup>(8)</sup> e por elas deduz um período anual para o movimento do polo. O manifesto desacôrdo entre estas e as primeiras conclusões levam-no à suspeita da variabilidade do período e, com o fim de a verificar, ele aplica a sua análise a cerca de três dezenas de milhar de observações, feitas, entre os anos de 1837 e

<sup>(6)</sup> Por  $r$  e  $\theta$  designava Chandler o raio da curva descrita e o movimento angular diário;  $\Delta\varphi$  era a variação da latitude,  $T$  a data em que o polo móvel existia no plano do meridiano de Greenwich e  $\lambda$  a longitude da estação referida a Greenwich.

<sup>(7)</sup> Newcomb — On the Dynamics of the Earth's Rotation with respect to the Periodic Variations of Latitude — Monthly Notices, Vol. III, Março de 1892.

<sup>(8)</sup> É curioso notar que foram estas observações que levaram Bradley à descoberta da Aberração da Luz e da Nutação do eixo terrestre. Como vai ver-se são elas que vão ainda conduzir Chandler à descoberta da verdadeira lei do movimento do polo. É mais um atributo de preciosidade que a Astronomia lhes não pode negar.

1891, em diversos observatórios e por métodos diferentes. Ao princípio ainda se pronunciou por um período variável mas, ante a crítica severa de Newcomb a esta conclusão, Chandler é compelido a rever o seu trabalho e conclui então: o movimento do polo é a resultante da combinação de dois movimentos distintos, tendo o primeiro um período de 428,6 dias e uma semi-amplitude de  $0''.12$ , e o segundo um período anual com a semi-amplitude variável entre  $0''.04$  e  $0''.20$ . O período do movimento resultante era, pois, de 7 anos, ou sejam 84 meses (m. m. c. 14,12). Em todo o caso, as observações mostravam que os períodos e as amplitudes destes movimentos estavam ainda sujeitos a uma oscilação de longo período compreendido entre 60 e 70 anos.

Chandler procura em seguida determinar a natureza das trajectórias<sup>(9)</sup>. Traçando por pontos a do movimento resultante, obteve uma linha quasi fechada que se aproximava muito de uma elipse de eixos iguais a  $0''.55$  e  $0''.30$ . Estudando depois, em separada, as trajectórias dos dois movimentos componentes, Chandler determinou para o movimento de 14 meses uma curva tão pouco diferente da circunferência que os dados da observação eram igualmente bem representados por uma ou por outra; para o movimento de período anual, obteve uma elipse muito alongada de eixos iguais a  $0''.32$  e  $0''.10$ .

Estavam descobertas as leis do movimento do polo.

As investigações posteriores do Serviço Internacional das Latitudes confirmaram, com efeito, estes resultados de Chandler, mas não se suponha que se encontrou sempre, rigorosamente, o número 428,6 para a grandeza do período do movimento principal, ou que os valores das amplitudes igualaram sempre os deduzidos por Chandler, ou, finalmente, que as trajectórias obtidas por essas investigações se adaptaram sempre, com inteiro rigor, à circunferência e à elipse, de raio e eixos constantes, que Chandler determinou. Estas grandezas estão sujeitas a variações mais ou menos regulares. A trajectória do polo apresenta, por vezes, formas bastante caprichosas e pelo que diz respeito, em particular, ao período do movimento principal, tem-se reconhecido a sua varia-

bilidade dentro de alguns dias. Enquanto Chandler determinou primeiro, para seu valor, 427 dias e mais tarde 428,6, Frank Dyson achou, pelas observações de Greenwich, 432 dias, e mais modernamente, para só citar estes, Markowitz, do Observatório de Washington, encontrou o valor médio de 422 dias pela análise das observações de 24 anos (1916-40). A efeméride das latitudes que Chandler chegou a imaginar e mesmo a construir, isto é, uma tabela que nos desse, para qualquer data, a latitude de um lugar de longitude  $\lambda$ , é impraticável a não ser que nos contentemos com um grosseiro valor aproximado. Ele o reconheceu quando, depois da análise que ainda fez das primeiras observações do Serviço Internacional apresentadas por Albrecht, enunciou os seus resultados do modo seguinte: o movimento do polo é a resultante de dois movimentos simples, um de trajectória aproximadamente circular e de velocidade angular variável, realizando-se num período de 14 meses, e um outro de trajectória aproximadamente elíptica e de período anual. E assim se deve dizer: 14 meses — como quem diz, mais dias menos dias — e não 428 ou 432 dias, e sobretudo, 428,6. Há, na realidade, várias causas que perturbam a perfeita regularidade do movimento do polo, designadamente, todas as de origem meteorológica e geológica que modificam, sem regularidade periódica, a distribuição de massas à superfície e no interior do Globo.

É geralmente aceite a seguinte interpretação física dos movimentos do polo deduzidos da observação. O movimento principal, de período igual a 14 meses, é o movimento previsto por Euler. Ele resulta, como se viu, de não serem coincidentes os eixos de rotação e de figura da Terra e já foi explicado como o período previsto pela Teoria se poderia ajustar ao deduzido experimentalmente. Quanto ao segundo movimento, de período anual, ocorre naturalmente identificá-lo com o deduzido teoricamente por Oppolzer como resultado das acções do Sol e da Lua, mas reconhece-se que este, por si só, apenas pode explicar uma pequena parte daquele termo anual. A maior parte resulta, principalmente, do fenómeno meteorológico do deslocamento de grandes massas de ar à superfície da Terra. Sabe-se, com efeito, que o máximo de pressão atmosférica se verifica nos continentes durante os meses frios, registando-se nêles o mínimo de pressão nos meses quentes. Nos mares dá-se o contrário. Ora, dada a enorme extensão do hemisfério norte ocupada pelos continentes, muito superior à superfície deste hemisfério ocupada pelos mares, reconhece-se que

<sup>(9)</sup> Não cabe aqui, evidentemente, a exposição pormenorizada dos métodos usados por Chandler nesta exaustiva investigação que lhe levou o melhor de 6 anos. O leitor mais interessado encontrará essa exposição em artigo do próprio Chandler, no n.º 406 do «Astronomical Journal», de 18 de Junho de 1897, sob o título: *Synthetical statement of the Theory of the polar motion.*

apenas uma pequena parte do excesso de ar que no inverno cobre aquêles continentes é gasta em produzir o excesso de pressão verificada durante o verão sobre os mares do mesmo hemisfério. A massa excedente, que Spitaler<sup>(10)</sup> calculou ser superior a uma dezena de biliões de toneladas, desloca-se pois de Norte para Sul na passagem do inverno para o verão (hemisfério norte), ficando sujeita a um movimento de sentido contrário na passagem do verão para o inverno.

Este movimento de período anual de uma tão grande massa de ar tem como consequência um deslocamento, igualmente de período anual, do polo de figura da Terra, que foi estudado por Spitaler e de que resulta, segundo os trabalhos de Radau, um deslocamento triplo para o polo de rotação. É de esperar, por outro lado, que elle dê origem a uma vibração do centro de gravidade<sup>(11)</sup> da Terra para um e outro lado da sua posição-

<sup>(10)</sup> Spitaler, Die Ursache der Breitenschwankungen, Wien 1897.

<sup>(11)</sup> Escrevemos contrafeitos «centro de gravidade da Terra». Só o desejo de não fugir à regra geral nos levou a isso porque entendemos que esta designação se deveria exclusivamente aplicar no caso de corpos sujeitos à acção da gravidade. Para a Terra ou qualquer outro planeta preferiamos empregar a designação de «centro de atracção».

média, resultando dessa vibração variações na inclinação, em relação ao equador, da vertical de qualquer lugar à superfície da Terra e, portanto, variações de período anual nas latitudes. Sendo assim, é de reconhecer que uma parte do termo anual não é propriamente devida a um deslocamento do polo à superfície da Terra mas sim a um desvio da vertical. Voltaremos a este assunto quando tratarmos do termo de Kimura.

Termina aqui a idade antiga — deixai-me chamar-lhe assim — da variação das latitudes. A sua idade moderna principia com a descoberta do termo de Kimura que terá de ser objecto de futuro artigo porque este já vai longo e a secção de Astronomia não foi criada para aborrecer os leitores da «Gazeta de Matemática».

#### BIBLIOGRAFIA

Além dos livros e artigos já citados, mais os dois seguintes trabalhos portugueses:

*Variações de latitude*, pelo Prof. J. Custódio de Moraes, Coimbra, 1914. (Dissertação de Doutoramento em Matemática).

*O deslocamento dos polos à superfície da Terra*, pelo Prof. L. Cabral de Moraes, Lisboa, 1903. (Dissertação de concurso para Professor de Matemática da Escola Politécnica).

## TEMAS DE ESTUDO

### A NOÇÃO DE GRUPO TOPOLÓGICO<sup>1)</sup>

por Hugo Ribeiro

(Bolsheiro do Instituto para a Alta Cultura)

«The concept of a continuous, or what is the same thing, topological group, arose in mathematics from the study of groups of continuous transformations. A group of continuous transformations, e. g. geometric transformations, constitutes in a natural way a topological manifold. It appeared later that for the treatment of the greater part of the problems arising in this connection it is not necessary to consider a group as a group of transformations, but merely to study the group intrinsically, remembering however that there is defined in it an operation of passage to a limit.

Thus arose a new mathematical concept — topological group.

.. One of the concrete concepts of the theory of topological groups is the concept of Lie group. In fact the theory of topological groups first arose in the theory of Lie groups. As is usual in relatively older theories the theory of Lie groups left unsolved some of its fundamental problems. We devote the sixth chapter of this book to the solution of these problems» ..

O que precede é parte do prefácio de Pontrjagin ao seu livro<sup>2)</sup>, livro que, cremos, constitui a expo-

<sup>1)</sup> Colaborando na presente secção da «Gazeta de Matemática» o objectivo do autor é unicamente indicar noções e resultados, provavelmente ainda não familiares à maior parte dos leitores d'este jornal, e sugerir problemas com os quais alguma vez tomou conhecimento numa medida que lhe permite (a seu juízo!) uma exposição precisa (para que a lei-

tura não apresente obstáculos escusados) mas breve (exigindo um esforço salutar do estudioso e excluindo os leitores contemplativos) e contendo indicações bibliográficas para o desenvolvimento do texto e o prosseguimento do estudo.

<sup>2)</sup> *Topological Groups*, Traduzido do russo por Emma Lehmer. Princeton Mathematical Series, 1939.